

621.04
У 36

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
Державний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"

ПЕРЕОБЛІК 200-6 р.

ПЕРЕОБЛІК 200-6 р.

і.Г. Шебанов

СИНТЕЗ АВІАЦІЙНИХ МЕХАНІЗМІВ

Навчальний посібник

Научно-техническая
библиотека
"ХАИ"



mt0044351

44351 М

БИБЛИОТЕКА
Харьковского
авиационного института
им. Н. Е. Жуковского

Харків "ХАІ" 1999

УДК 621.01

Синтез авіаційних механізмів / І.Г. Шесанов. - Навч. посібник.
- Харків: Держ. аерокосмічний ун-т "Харк. авіац. ін-т", 1999.
- 119 с.

Розглянуто загальні методи синтезу механізмів, а також методи розв'язання окремих: задач синтезу механізмів з нижчими кінематичними парами і механізмів з нижчими та вищими кінематичними парами. Наведено приклади синтезу механізмів, що використовуються в авіаційній техніці: засираних шасі літаків, планетарних механізмів і т.п. Значне місце приділено аналітичним методам синтезу, що дозволяє використовувати ЕОМ при проєктуванні механізмів.

Для студентів, що вивчають дисципліну "Теорія механізмів і машин", а також інженерно-технічних працівників, які займаються проєктуванням механізмів і машин.

Іл. 66. Бібліогр.: 18 назв

Р е ц е н з і я : д-р техн. наук, проф. В.І. Мороз,
канд. техн. наук, доц. В.В. Бурлака

(С) Державний аерокосмічний університет
ім. М.С. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут", 1999 р.

З М І С Т

ВСТУП.	5
1. СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ.	5
1.1. Структурний синтез багатоланкових механізмів з одним ступенем рухомості.	5
1.2. Структурний синтез багатоланкових механізмів із ступенем рухомості, більшим за одиницю.	7
1.3. Варіації структурного синтезу кінематичних ланцюгів механізмів.	7
2. КІНЕМАТИЧНИЙ ТА ДИНАМІЧНИЙ СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ.	10
2.1. Кінематичний та динамічний синтез механізмів з нелінійними парами.	12
2.2. Кінематичний та динамічний синтез кулачкових механізмів.	21
2.2.1. Вибір схеми кулачкового механізму та законів руху кулачка і штовхача.	21
2.2.2. Визначення основних параметрів кулачкових механізмів.	28
2.2.3. Проектування профілів плоских кулачків.	38
2.3. Синтез зачеплень плоских зубчастих передач з круглими колесами.	48
2.3.1. Основна теорема зачеплення.	48
2.3.2. Евольвента кола.	49
2.3.3. Задоволення евольвентними профілями зубців наслідку з основної теореми зачеплення.	52
2.3.4. Зачеплення зубчастого колеса із зубчастою рейкою.	54
2.3.5. Деякі відомості про методи та інструменти, що застосовуються при формуванні зубців зубчастих коліс.	56
2.3.6. Види зубчастих коліс, нарізаних інструментальною рейкою.	60
2.3.7. Підріз зубців.	61
2.3.8. Геометричний розрахунок зубчастих передач, коліс яких нарізані інструментальною рейкою.	63

2.3.9. Інтерференція зубців, нарізаних рейковим інструментом.	69
2.3.10. Якісні показники евольвентного зацеплення прямозубих круглих коліс.	71
2.3.11. Вибір коефіцієнтів зміцнення.	77
2.3.12. Особливості прямозубого внутрішнього евольвентного зацеплення.	79
2.3.13. Особливості зацеплення плоских зубчастих передач із косозубими круглими колесами.	80
2.3.14. Циліндрична передача М.Л. Новикова.	84
2.4. Основи синтезу конічних зубчастих передач.	88
2.4.1. Загальні відомості про евольвентну конічну зубчасту передачу та утворення бокових поверхонь зубців конічних коліс.	88
2.4.2. Наближений метод профілювання зубців евольвентного конічного зацеплення та еквівалентні зубчасті колеса.	90
2.5. Проектування зубчастих планетарних механізмів з круглими колесами.	92
2.5.1. Типові схеми простих планетарних механізмів та умови їх використання.	92
2.5.2. Вибір кількості зубців у планетарних механізмах з нульовими колесами.	94
2.6. Зрівноваження сил інерції механізмів.	98
2.6.1. Зрівноваження динамічних навантажень на стійку.	98
2.6.2. Зрівноваження ланок механізму, що обертається.	103
2.7. Регулювання періодичних коливань швидкостей механізму при усталеному русі.	108
2.7.1. Графоаналітичний метод.	113
2.7.2. Машинний метод.	117

ВСТУП

Проектування механізмів - це складна комплексна проблема, вирішення якої має декілька самостійних етапів. На першому етапі проектування вибирається кінематична схема механізму, яка забезпечує потрібний вид і закон руху. Другий етап проектування - це розробка конструктивних форм механізму, що задовольняють його міцність, довговічність, високий коефіцієнт корисної дії та ін. На третьому етапі встановлюються технологічні та техніко-економічні показники механізму, що визначаються виробництвом, експлуатацією, ремонтом тощо.

Перший етап проектування - розробка кінематичних схем - називається синтезом механізмів. Кінематичні схеми механізмів повинні задовольняти визначені умови. До таких умов, в першу чергу, відносяться: правильна структура запроєктованого механізму; кінематична точність руху, що виконується; можливість реалізації заданого руху з точки зору динаміки; габаритні та вагові характеристики.

1. СТРУКТУРНИЙ СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ

Структурні умови визначають характер кінематичного ланцюга механізму, кількість рухомих і початкових ланок, вибір стояка, види кінематичних пар та їх взаємне розташування, зумовлюючи таким чином раціональність структури механізму, що проектується.

1.1. Структурний синтез багатоланкових механізмів з одним ступенем рухомості ($W = 1$)

Багатоланкові плоскі механізми з одним ступенем рухомості утворюються методом нашарування структурних груп [1].

Приклад 1. Утворення чотириланкового важільного механізму двигуна внутрішнього згоряння (рис. 1.1,а). На основний механізм (ланки 1 і 2) нашаровують структурну групу другого класу другої модифікації (ланки 3 і 4; кінематичні пари п'ятого класу А, В, С).

Приклад 2. Утворення шестиланкового важільного механізму забираного носії літака. Проектування структурної схеми механізму складається з двох етапів. На першому етапі (рис. 1.1,б)

на основний механізм (ланки I і 2) намаровують структурну групу другого класу, другої модифікації (ланки 3 і 4; КП п'ятого класу А, В, С). На другому етапі (рис. I.1, в) синтезований чотириланковий механізм намаровують структурну групу другого класу, першої модифікації (ланки 5 і 6; кінематичні пари п'ятого класу - Д, Е, F).

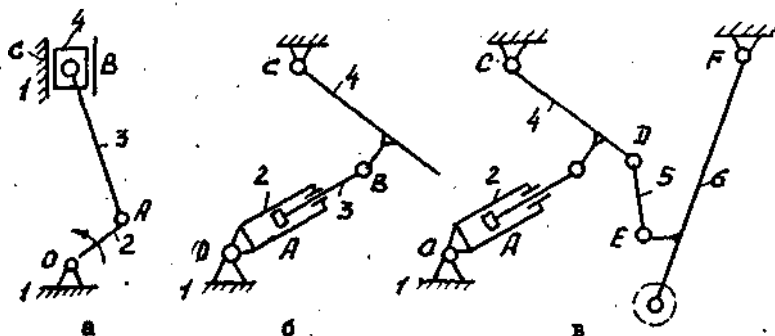


Рис. I.1

Приклад 3. Утворення планетарного зубчастого механізму літака. Проектування структурної схеми виконують у такій по-

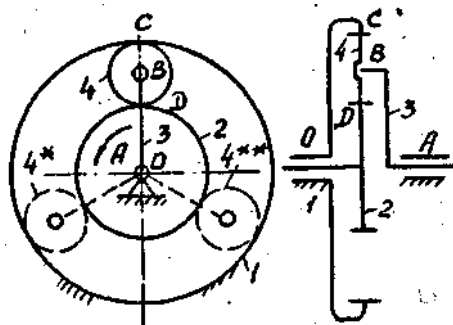


Рис. I.2

слідовності. На основний механізм (ланки I і 2, рис. I.2) намаровують структурну групу третього класу, третього порядку (ланки 3 і 4; А і В - кінематичні пари п'ятого класу, С і Д - КП четвертого класу).

Синтезований механізм може передавати рух, змінюючи кутову швидкість. Але з метою збільшення передаточ-

ної потужності при незмінному радіальному габариті до механізму додатково приєднують зайві сателіти. У нашому випадку два зайвих сателіти 4* і 4** еквівалентні двом зайвим зв'язкам.

Нааявність таких зв'язків потребує спеціальних засобів зменшення нерівномірності розподілу навантаження між сателітами [2].

1.2. Структурний синтез багатоланкових механізмів із ступенем рухомості, більшим за одиницю ($W > 1$)

Структурний синтез багатоланкових механізмів із $W > 1$ можна виконувати нашаруванням структурних груп і початкових ланок або окремих початкових ланок.

Приклад 1. На рис. 1.3, а, б показано утворення просторового і плоского механізмів з $W = 2$ нашаруванням структурної групи другого класу (ланки 3, 4, КП А, В, С) та окремої початкової ланки 5 на основний механізм (ланки 1, 2). Зазначимо, що, проектуючи раціональний механізм, при синтезі слід уникати зайвих технологічних зв'язків [1, 2].

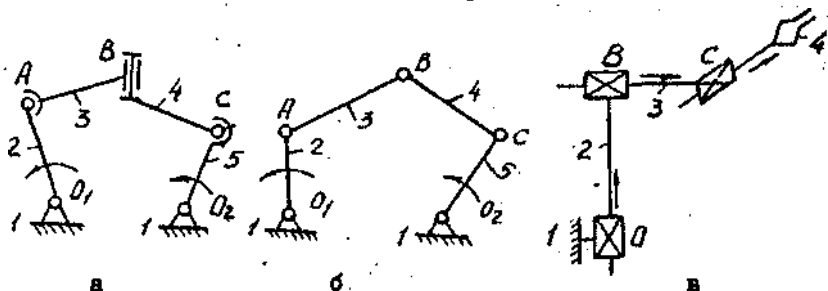


Рис. 1.3

Приклад 2. На рис. 1.3, в показано утворення просторового механізму робота з $W = 3$ послідовним нашаруванням початкових ланок. Спочатку на основний механізм (ланки 1-2) нашаровують початкову ланку 3 з кінематичною парою В, потім на початкову ланку 3 - початкову ланку 4 з кінематичною парою С.

1.3. Варіанти структурного синтезу кінематичних ланцюгів механізмів

Припустимо, що для механізмів, утворених замкненим кінематичним ланцюгом, основними умовами структурного синтезу є ступінь рухомості - W і кількість замкнених контурів - Z .

Структурна формула плоского механізму:

$$W = 3n' - 2p_5 - p_4. \quad (1.1)$$

$$\text{де} \quad n' = p_5 + p_4 - 2, \quad (I.2)$$

і тоді

$$W + 3Z = p_5 + 2p_4. \quad (I.3)$$

Структурна формула просторового механізму з парами п'ятого, четвертого та третього класів^{*}:

$$\text{де} \quad W = 6n' - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3, \quad (I.4)$$

і тоді

$$n' = p_5 + p_4 + p_3 - 2, \quad (I.5)$$

і тоді

$$W + 6Z = p_5 + 2p_4 + 3p_3. \quad (I.6)$$

Для механізмів з відкритим кінематичним ланцюгом за основну умову синтезу приймаємо ступінь рухомості - W .

Якщо механізм плоский,

$$W = p_5' + 2p_4, \quad (I.7)$$

якщо механізм просторовий,

$$W = p_5 + 2p_4 + 3p_3. \quad (I.8)$$

Формули (I.3), (I.6) - (I.8) використовують для формування варіантів структурного синтезу.

Наприклад, для плоского механізму $W = 1$, $Z = 2$. Виконуємо розкладання числа $W + 3Z = 7$ на скінченний набір невід'ємних чисел:

$$\text{а) } 7 = I + I + I + I + I + I + I;$$

$$\text{б) } 7 = I + I + I + I + I + 2;$$

$$\text{в) } 7 = I + I + I + 2 + 2;$$

$$\text{г) } 7 = I + 2 + 2 + 2.$$

Розкладання: а) кінематичний ланцюг тільки з однорухомими парами п'ятого класу; б) ланцюг, в якому крім пар п'ятого класу є одна дворухома пара четвертого класу і т.д., тобто значення окремих чисел у розкладаннях відповідає рухомостям кінематичних пар. Кількість рухомих ланок n' відповідає формулі (I.2). Аналітична структура ланцюга описується безліччю $f(n', p)$. Для наших розкладань:

^{*} Кінематичні пари другого та першого класів у механізмах зустрічаються дуже рідко.

а) $f_a(5, 7)$; б) $f_b(4, 6)$; в) $f_b(3, 5)$; г) $f_r(2, 4)$.

Число альтернативних варіантів ν структурних схем, які відповідають кожному розкладанню, збільшується завдяки різновиду кінематичних пар. Так, однорухома пара має три різновиди $\nu_{p5} = 3$ (обертальна, поступальна, гвинтова). Дворухома пара також має три різновиди $\nu_{p4} = 3$ (плоска, циліндрична, сферична з пальцем). Трирухома кінематична пара розподіляється на сферичну та площинну - $\nu_{p3} = 2$. Кількість варіантів структурних схем дорівнює числу розміщень з повторами $A(a_z^{-K})$ з $K = \nu$ різновидів пар по $z = p$:

$$A(a_z^{-K}) = K^z [5], \quad (I.9)$$

або

$$A(a_p^{-\nu}) = \nu^p.$$

Наприклад, у розкладанні "г", яке утримує одну пару п'ятого класу і три пари четвертого класу, число варіантів

$$\nu_p = \nu_{p5} + \nu_{p4} = 3 + 3 = 6,$$

відповідно число розміщень

$$A(a_4^{-6}) = 6^4 = 1296.$$

Кількість варіантів збільшується також за рахунок переміщень прийнятої номенклатури пар. Загальне число можливих переміщень $p!$.

Наприклад, число варіантів кінематичних схем за розкладанням "г" внаслідок переміщень дорівнює

$$4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24.$$

Але всі можливі варіанти кінематичних схем не адекватні. Тому при виборі оптимального варіанта необхідно враховувати додаткові умови синтезу: можливість одержання заданого руху, раціональність структури, надійність, ККД та ін.

Аналітичне подання умов синтезу дозволяє використовувати ПЕОМ.

Контрольні запитання

1. Назвіть завдання структурного синтезу механізмів.
2. Як утворюються багатоланкові механізми зі ступенями рухомості $W = I$ і $W > I$?

3. З якою метою використовуються зайві зв'язки при утворенні механізмів?

4. За якими структурними умовами утворюються варіанти кінематичних схем механізмів?

Л і т е р а т у р а

1. Теорія механізмів і машин / Под ред. К.В. Фролова. М., 1987.

2. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов. К., 1971.

3. Решетов Л.Н. Конструирование рациональных механизмов. М., 1972.

4. Заблонский К.И., Белоконов И.М., Шекин Б.М. Теория механизмов и машин. К., 1989.

5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / Под ред. Г. Громе и В.Цетлера. Совместное издание, Лейпциг, "Тайбнер". М., 1984.

2. КІНЕМАТИЧНИЙ І ДИНАМІЧНИЙ СИНТЕЗ МЕХАНІЗМІВ

Завдяки кінематичним і динамічним умовам можна передбачати виконання заданого закону руху або визначеної траєкторії, реалізацію декількох положень ланок при несуттєвому значенні закону переходу з одного положення в інше.

Іноді досить задовольнитися окремими кінематичними та динамічними параметрами: середньою швидкістю, максимальним прискоренням, коефіцієнт змін середньої швидкості ходу, кути тиску і т.п.

Коефіцієнт змін середньої швидкості ходу (K) – відношення середньої швидкості зворотного ходу до середньої швидкості прямого ходу вихідної ланки.

Для шарнірного чотириланкового ОАВС (рис. 2.1) середні швидкості прямого, зворотного ходу коромисла ВС відповідно порівнюють:

$$\begin{aligned}\omega^n &= \frac{\psi}{t^n}, \\ \omega^{zg} &= \frac{\psi}{t^{zg}},\end{aligned}\tag{2.1}$$

де t^n і t^{36} - час прямого та зворотного ходу коромисла.

Якщо $\omega_{OA} = \text{const}$, то

$$\frac{\varphi_n}{\varphi_{36}} = \frac{t^n}{t^{36}} \quad (2.2)$$

Тоді

$$K = \frac{\omega^{36}}{\omega^n} = \frac{t^n}{t^{36}} = \frac{180^\circ + \theta}{180^\circ - \theta}, \quad (2.3)$$

де θ - кут, утворений напрямками ланкуна і кривошипа, що збігаються у крайніх положеннях коромисла.

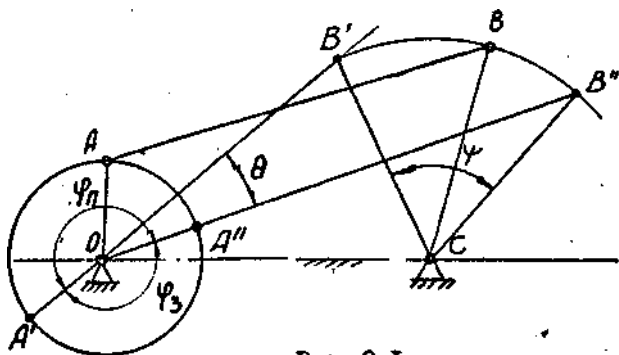


Рис. 2.1

Кутом тиску називається кут між вектором сили, прикладеної до веденої ланки (без урахування тертя), і вектором швидкості точки прикладання сили (на рис. 2.2 - це кут α).

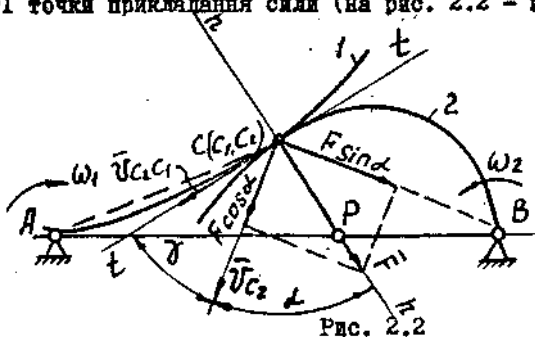
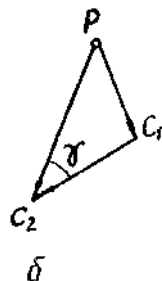


Рис. 2.2



а

б

Одна складова сили F , тобто $F \cos \alpha$ (рис. 2.2), надає рух веденій ланці, друга - $F \sin \alpha$ викликає шкідливий опір у кінематичних парах. Кут тиску не повинен перебільшувати деяке допустиме значення $[\alpha]$, у противному разі механізм буде мати низький ККД, а при дуже великих кутах тиску механізм може заклинитися. При проектуванні кінематичних схем замість кута тиску використовують також кут передачі $\gamma = 90^\circ - \alpha$, який утворюється напрямками абсолютної та відносної швидкостей контактної точки веденої ланки. Кут передачі γ можна визначити за планом швидкостей (рис. 2.2,б).

У механізмах шарнірного чотириланкового або кривошاپно-повзунного механізму (рис. 2.3,а,б) кут передачі γ дорівнює куту між векторами швидкостей $\vec{U}_C$ і $\vec{U}_{CB}$, якщо припустити, що сила дії ланки 3 на ланку 4 має напрямок по осі ланки BC.

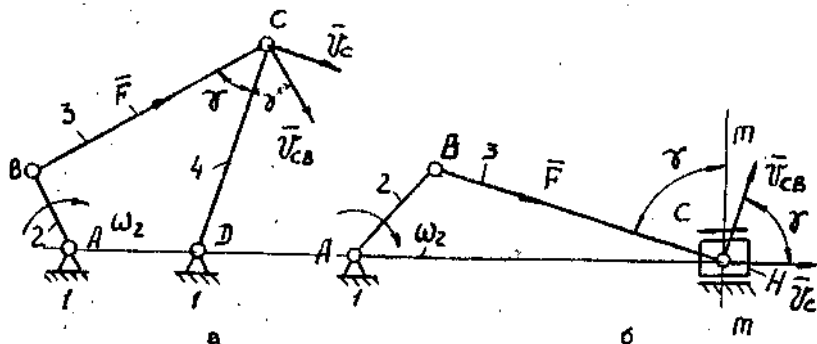


Рис. 2.3

2.1. Кінематичний та динамічний синтез механізмів з нижчими парами

Задача вибору параметрів синтезу механізмів з нижчими парами в загальному випадку багатоваріантна. При тій самій структурі механізму можливий синтез: за заданим законом руху вхідної та вихідної ланок або за значеннями кінематичних параметрів що характеризують цей закон, за заданою траєкторією точки вихідної ланки, за кількома положеннями вихідної ланки, для якої закон її руху не є суттєвим.

При розв'язанні багатоваріантних задач одна з умов синте-

зу механізмів приймається як основна, а останні розглядаються як додаткові. Основну умову у вигляді деякої функції називають цільовою, мінімум* якої визначає потрібні параметри синтезу.

Додаткові умови часто визначаються нерівностями, іноді - функціями, що обмежують область існування параметрів синтезу. Визначення потрібних параметрів синтезу механізму з умови мінімуму цільової функції при забезпеченні додаткових умов називається оптимізацією. Розглянемо використання загального методу синтезу механізмів, який виконується на ЕОМ.

Приклад I. Нехай у шарнірному чотириланковому (рис. 2.4, а) точка D повинна описувати траєкторію, яка мало відрізняється від заданої функції $y = f(x)$. Максимальне число вихідних параметрів синтезу дорівнює шістьом: l_{OA} , l_{AB} , l_{BC} , l_{CD} , φ (в окремих задачах деякі з цих параметрів можуть бути заданими).

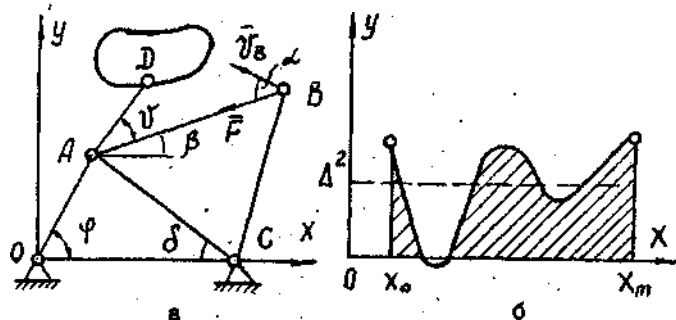


Рис. 2.4

Нехай цільова функція - максимальне відхилення траєкторії точки D від заданої кривої:

$$\Delta_{\max} = (y_D - y)_{\max}, \quad (2.4)$$

де y_D - ордината траєкторії точки D, що відповідає абсцисі x ; y - ордината заданої кривої при тому ж значенні абсциси x .

* Якщо оптимальне значення цільової функції відповідає максимальному значенню, то з використанням зворотної величини задачу відшукування максимуму зводять до задачі відшукування мінімуму.

Додаткові умови:

1. Обмеження на довжину ланок l_{OA} , l_{AB} , l_{BC} , l_{OC} . Виберамо чотири додатні числа, які задовольняють умову

$$a < b < c < d; \quad d/a = K. \quad (2.5)$$

З цієї четвірки чисел можна в будь-якій комбінації вибрати довжину ланок, і в усіх цих комбінаціях жодна з довжин ланок не перевищуватиме іншу більш ніж у K разів.

2. Механізм має бути кривошипно-коромисловим. Ця додаткова умова виконується, якщо сума довжин найменшої та найбільшої з ланок менша від суми довжин двох інших ланок, а кривошип — найменша ланка:

$$a + d < b + c, \quad (2.6)$$

$$l_{OA} = a. \quad (2.7)$$

3. Кут тиску α на коромисло BC від шатуна AB мусить бути меншим від допустимого значення $[\alpha]$:

$$\alpha < [\alpha]. \quad (2.8)$$

Із $\triangle ABC$ випливає, що

$$\alpha = \arcsin \frac{l_{AB}^2 + l_{BC}^2 - l_{AC}^2}{2 l_{AB} l_{BC}}, \quad (2.9)$$

а з $\triangle OAC$

$$l_{AC} = \sqrt{l_{OA}^2 + l_{OC}^2 - 2 l_{OA} l_{OC} \cos \varphi}. \quad (2.10)$$

Значення кута α для різних φ підраховується за формулою (2.9) після вибору довжин ланок, що задовольняють умови (2.5) — (2.7). Цільова функція $\Delta_{\max} = (y_D - y)_{\max}$ так враховується тільки для тих комбінацій параметрів, які задовольняють додаткові умови синтезу. Алгоритм її визначення такий.

З $\triangle OAC$ знаходимо кут нахилу діагоналі AC шарнірного чотириланкового:

$$\delta = \arcsin \left(\frac{l_{OA}}{l_{AC}} \sin \varphi \right), \quad (2.11)$$

а з $\triangle ABC$ знаходимо кут нахилу шатуна AB :

$$\beta = \arcsin \left(\frac{\ell_{BC}}{\ell_{AC}} \cos \alpha \right) - \delta. \quad (2.12)$$

Значення ℓ_{AC} і α , наперед визначені, при перевірці додаткових умов можна здобути з пам'яті ЕОМ. Проектуючи контур ОАД на координатні осі, знаходимо шукані координати точки Д:

$$X_D = \ell_{OA} \cos \varphi + \ell_{AD} \cos (\beta + \nu); \quad (2.13)$$

$$Y_D = \ell_{OA} \sin \varphi + \ell_{AD} \sin (\beta + \nu). \quad (2.14)$$

Після визначення координат X_D і Y_D шатунної кривої знаходимо ординату y з рівняння $y = f(x)$, приймаючи $x = X_D$, і визначаємо модуль різниці ординат: $\Delta = |y_D - y|$. Вираховуючи відхилення Δ для різних кутів φ , встановлюємо його максимальне значення, тобто цільову функцію $\Delta_{\max}$. Усі відомі методи оптимізації передбачають визначення шуканих параметрів шляхом їх перебору (випадковий, напрямлений, комбінований пошук).

Вирішення цієї задачі із застосуванням, наприклад, випадкового пошуку на ЕОМ, виконується у такій послідовності:

1. Довільно вибираються відшукувані параметри синтезу з набору випадкових чисел. Перевіряються обмеження (2.5) - (2.8).

2. За значенням параметрів синтезу, які задовольняють обмеження, встановлюється величина цільової функції $\Delta_{\max}$, яка потрапляє у пам'ять машини разом із відповідними параметрами синтезу.

3. Вибираються інші випадкові значення параметрів синтезу, перевіряються обмеження і знаходиться величина цільової функції.

Якщо нова величина $\Delta_{\max}$ менша за величину, одержану на попередньому стані, то вона потрапляє у пам'ять машини разом із відповідними параметрами синтезу, а коливні значення зникають. Зазначені стани повторюються доти, доки $\Delta_{\max}$ не зрівняється з допустимою величиною або перестане зменшуватися.

Метод випадкового пошуку простий і дозволяє встановити всі можливі значення параметрів синтезу, що відповідають як локальним, так і глобальному (найменшому) мінімумам цільової

$$l_{BC} \cos \beta = (l_{OC} + l_{BC} \sin \beta) \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (2.18)$$

Аналогічно з розгляду трикутників CB, P і OB, P маємо

$$l_{BC} \cos \beta = (l_{OC} - l_{BC} \sin \beta) \operatorname{tg} \varphi_2. \quad (2.19)$$

Перетворивши рівняння (2.18) і (2.19) до вигляду

$$\frac{l_{OC}}{l_{BC} \cos \beta} + \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_1}, \quad \frac{l_{OC}}{l_{BC} \cos \beta} - \operatorname{tg} \beta = \frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_2}$$

і розв'язавши їх сумісно з урахуванням $\varphi_2 = \varphi_1 + \theta$, одержимо

$$\frac{1}{\operatorname{tg} \varphi_1} = \frac{1 - \operatorname{tg} \varphi_1 \operatorname{tg} \theta}{\operatorname{tg} \varphi_1 + \operatorname{tg} \theta} = 2 \operatorname{tg} \beta, \quad (2.20)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{-\operatorname{tg} \beta \operatorname{tg} \theta \pm \sqrt{\operatorname{tg}^2 \beta \operatorname{tg}^2 \theta + (2 \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \theta) \operatorname{tg} \theta}}{2 \operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \theta}. \quad (2.21)$$

За додатним значенням φ_1 розрахуємо φ_2 , а за рівнянням (2.19) – довжину стояка в l_{OC} :

$$l_{OC} = l_{BC} \frac{\cos \beta + \sin \beta \operatorname{tg} \varphi_2}{\operatorname{tg} \varphi_2}. \quad (2.22)$$

З рис. 2.5 встановлюємо, що

$$l_{OB_1} = l_{AB} - l_{OA} = \frac{l_{BC} \cos \beta}{\sin \varphi_2}, \quad (2.23)$$

$$l_{OB_2} = l_{AB} + l_{OA} = \frac{l_{BC} \cos \beta}{\sin \varphi_1}. \quad (2.24)$$

Розв'язуючи сумісно ці рівняння, дістанемо

$$l_{AB} = \frac{l_{BC} \cos \beta}{2} \left(\frac{1}{\sin \varphi_1} + \frac{1}{\sin \varphi_2} \right), \quad (2.25)$$

$$l_{OA} = \frac{l_{BC} \cos \beta}{2} \left(\frac{1}{\sin \varphi_1} - \frac{1}{\sin \varphi_2} \right). \quad (2.26)$$

Приклад 3.

Дано: K - коефіцієнт середньої швидкості ходу повзуна C (рис. 2.6), H - хід повзуна, $\lambda = R/L$ - відношення довжин кривошипа до довжини шатуна; $[\gamma]$ - мінімально допустиме значення кута передачі при робочому ході повзуна.

Потрібно визначити довжину кривошипа $OA - R$, довжину шатуна $AC - L$ і величину ексцентриситету e . Визначаємо за формулою (2.15) кут $\theta = 180^\circ \frac{K-1}{K+1}$. Знаходимо довжину шатуна L і довжину кривошипа R . З трикутника CC_1C_2 (рис. 2.6) маємо

$$H^2 = (L-R)^2 + (L+R)^2 - 2(L-R)(L+R)\cos\theta. \quad (2.27)$$

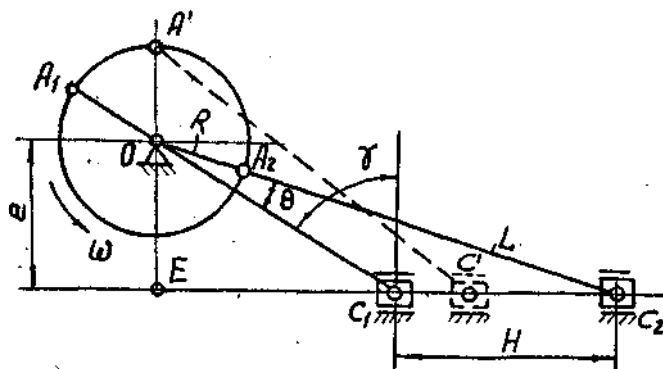


Рис. 2.6

Виконавши зведення подібних членів і поділивши ліву і праву частину рівності (2.23) на L^2 , одержимо

$$\frac{H^2}{L^2} = 2[(1+\lambda^2) - (1-\lambda^2)\cos\theta],$$

звідки

$$L = \frac{H}{\sqrt{2[(1+\lambda^2) - (1-\lambda^2)\cos\theta]}} \quad (2.28)$$

і

$$R = L \cdot \lambda. \quad (2.29)$$

Кут передачі при робочому ході повзуна $\gamma_{\min}$ має мінімальне значення на початку робочого ходу (положення OA, C_1).

Приймаючи $\gamma_{\min} = [\gamma]$, з трикутника OEC_1 (рис. 2.6) дістанемо

$$e = (L - R) \cos[\gamma]. \quad (2.30)$$

При вибраних параметрах L , R і e механізму кут передачі за час робочого ходу завжди більший $[\gamma]$, а за час холостого ходу не набагато менший $[\gamma]$, що допустимо, оскільки холостий хід менш навантажений.

Приклад 4.

Дано: довжина ℓ_{OA} , ℓ_{CB} , кути α і β , що координують випущене та забирає положення ланки OA шасі літака, координати точок $O_1(X_1, Y_1)$, $O_2(X_2, Y_2)$ (рис. 2.7). У випущеному

положенні шасі ланки AC і CO_1 , що складають підкос, утворюють одну пряму лінію. Це забезпечує найкраще сприйняття зусиль, які передаються від колеса при його контакті з землею. Забирання та випускання шасі здійснюються гідравлічним або гвинтовим приводом. Необхідно визначити по-

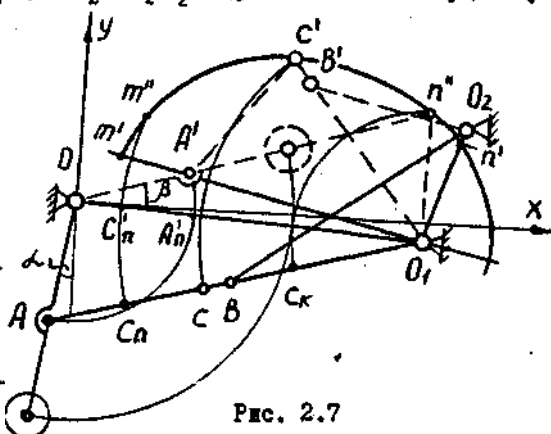


Рис. 2.7

ження точки злому C підкоса AO_1 і хід поршня (гайки) — H .

Оскільки сума довжин $\ell_{AC} + \ell_{CO_1} = \ell_{AO_1}$ залишається незмінною незалежно від того, де на підкосі знаходиться точка C , у забіраному положенні механізму точка злому розмішуватиметься на еліпсі, фокусами якого є точки A' і O_1 , а велика вісь дорівнює ℓ_{OA} .

Можливе положення точки C на еліпсі встановлюють при виконанні таких умов: 1) механізм у процесі забирання не повинен займати граничного положення; 2) механізм під час забирання не повинен займати крайнє положення; 3) напрямок руху поршня відносно циліндра (гайки відносно гвинта) за час забирання та

випускання не повинен змінюватися.

Залежно від заданих параметрів механізму точка A' може розміщуватися вище лінії OO_1 , або нижче цієї лінії. Розглянемо випадок, коли точка A' знаходиться вище лінії OO_1 (рис. 2.7). Тоді при забиранні шасі механізм може бути у граничному положенні на лінії OO_1 (рис. 2.7, а, б) за умовою, що

$$\ell_{O_1C_n} + \ell_{AO} - \ell_{AC_n} = \ell_{O_1O}, \quad (2.31)$$

але

$$\ell_{AC_n} = \ell_{AO_1} - \ell_{O_1C_n}, \quad (2.32)$$

$$\ell_{O_1C_n} = \frac{\ell_{O_1O} + \ell_{AO_1} - \ell_{AO}}{2},$$

де C_n - положення точки злому підкоса відповідно граничному положенню механізму на лінії OO_1 . Якщо вибрати точку злому C так, щоб $\ell_{O_1C} < \ell_{O_1C_n}$, механізм при забиранні шасі не буде мати граничних положень. Таким чином, відповідна C_n точка m'' обмежує вибір на еліпсі точка злому підкоса за умовою переходу механізму в граничне положення. Встановимо, за яких умов механізм під час забирання шасі не буде у крайньому положенні. Для цього будемо крайнє положення механізму в забираному стані ($OA'n''O_1$). Точка n'' обмежує вибір на еліпсі точка злому підкоса за умовою переходу механізму в крайнє положення. При положенні точки злому підкоса на частині еліпса $m'n''$ забезпечується незмінний напрямок руху поршня гідроциліндра як у процесі забирання, так і при випусканні шасі. Оскільки точки m'' і n'' (рис. 2.7) в даному випадку розміщені усередині ділянки $m'n'$, то, щоб виконувалися умови 1) - 3), необхідно для вибору точки злому підкоса прийняти дугу еліпса $m'n''$, якій відповідає відрізок C_nC_k на підкосі. При наближенні точки злому C до точки C_n збільшується зусилля, потрібне для підняття шасі, та зменшується хід поршня гідроциліндра. При наближенні точки злому C до точки C_k зменшується зусилля підняття та збільшується хід поршня. Для вибору оптимального положення точки C необхідно провести дослідження декількох точок, розміщених у межах відрізка C_nC_k . Після остаточного вибору точки злому на підкосі визначається хід поршня:

$$H = \ell_{O_2B} - \ell_{O_2A'}. \quad (2.33)$$

Контрольні запитання

1. Якi відомо умови багатоваріантного синтезу механізмів?
2. У чому полягає зміст випадкового та спрямованого пошуку параметрів у синтезі?
3. Що називається коефіцієнтом зміни середньої швидкості ходу та яке його використання при кінематичному синтезі механізмів?
4. Кут тиску (передачі) та його впливання при динамічному синтезі механізмів.
5. Якi особливості синтезу механізму пасі хітака, кривешинно-повзунного механізму, механізму шарнірного чотирьохланка-вика?

Л і т е р а т у р а

Заблоский К.И., Бехонов И.М., Шекін Б.М. Теория механизмов и машин. К., 1989.

Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. М., 1987.

Юдин В.А., Петрокас Л.В. Теория механизмов и машин. М., 1977.

2.2. Кінематичний та динамічний синтез кулачкових механізмів

До синтезу кулачкових механізмів належать:

- 1) вибір схеми механізму та законів руху кулачка і штовхача;
- 2) визначення основних параметрів механізму – мінімального радіуса-вектора кулачка; радіуса роликів, розміру штовхача та стояка, ексцентриситету і т.п.;
- 3) графічна побудова профілю кулачка або аналітичне визначення координат профілю.

2.2.1. Вибір схеми кулачкового механізму та законів руху кулачка і штовхача

Вибір схеми кулачкового механізму виконується відповідно до технологічного процесу, що визначає вид руху веденої ланки. При цьому враховуються конструктивні міркування, засіб замикання вищої пари, величина ККД і т.п.

Закони руху кулачка та штовхача мусять відповідати призначенню кулачкового механізму, визначеним кінематичним і динамічним умовам.

При синтезі кулачкових механізмів першого та другого видів швидкість обертання кулачка приймається постійною (ω , $= \text{const}$).

Розрізняють три види законів руху штовхачів:

- 1) що спричиняють жорсткі удари;
- 2) що викликають м'які удари;
- 3) що ударів не спричиняють.

Розглянемо найтиповіші закони руху.

2.2.1.1. Закон руху з постійним аналогом швидкості, що викликає жорсткі удари (рис. 2.8,а)

Рух штовхача в загальному випадку складається з чотирьох фаз: фази віддалення, при якій штовхач віддаляється від осі обертання кулачка; фази дальнього відстою, за час якої штовхач знаходиться у спокої у найвіддаленішому від осі обертання кулачка положенні; фази повернення, коли штовхач повертається в початкове положення; фази близького відстою, протягом якої штовхач знаходиться в спокої у найближчому від осі обертання кулачка положенні (рис. 2.8,б).

Аналог прискорення S_a на усіх фазах дорівнює нулю, крім положень, де функція аналога швидкості має розриви. У цих положеннях (точки а, б, с, д рис. 2.8,а) прискорення теоретично нескінченно великі.

На практиці, завдяки пружній деформації ланок, прискорення, інерційні сили мають кінцеве, але достатньо велике значення, що призводить до жорстких ударів. Тому використання кулачкових механізмів з рівномірним рухом штовхача на всій фазі віддалення та всій фазі повернення допустиме тільки при невеликих швидкостях обертання кулачка і малих масах штовхача.

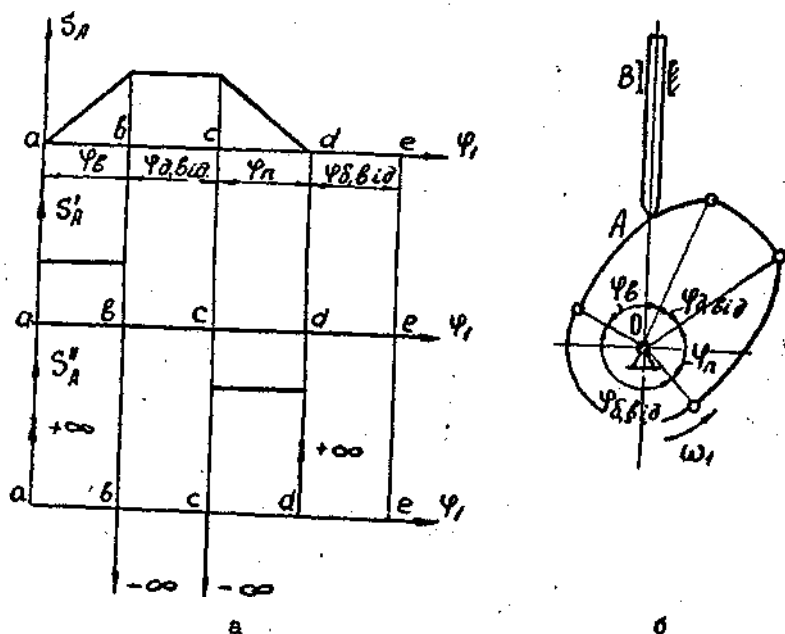


Рис. 2.8

2.2.1.2. Закон руху з постійним аналогом прискорення, що приводить до м'яких ударів (рис. 2.9,а)

Фазові кути віддалення і повернення розглянутого закону руху складаються з двох частин:

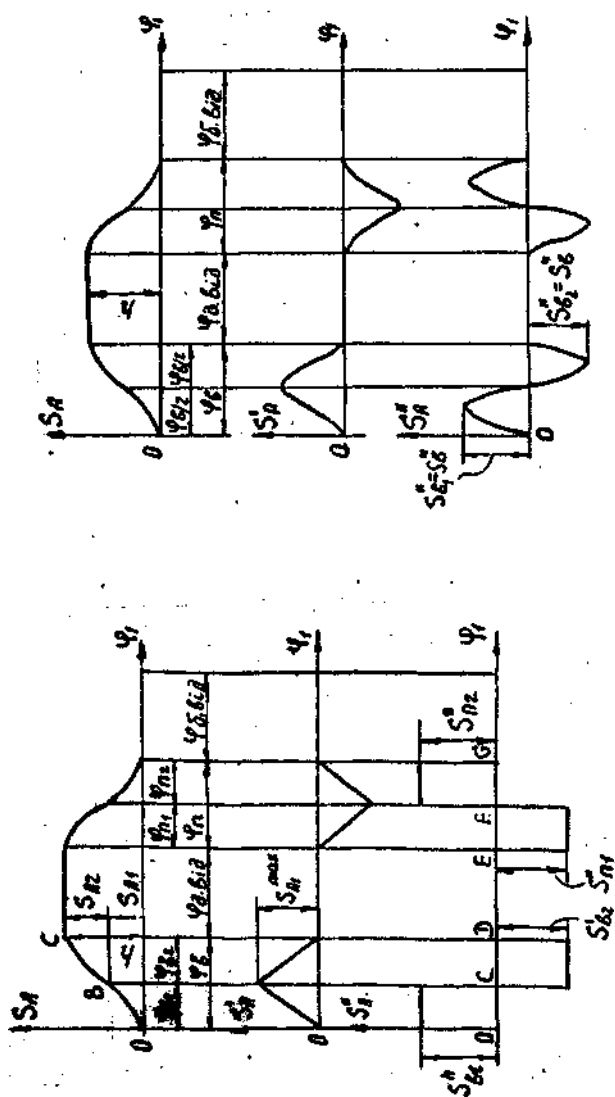
$$\psi_B = \psi_{B1} + \psi_{B2}; \quad (2.34)$$

$$\psi_n = \psi_{n1} + \psi_{n2}. \quad (2.35)$$

На кожній з цих ділянок штовхач рухається з постійним аналогом прискорення.

У точках O, C, D, E, A, B теоретично відбувається миттєва зміна аналога прискорення і, відповідно, сил інерції на скінченну величину. Це явищем називається **м'яким** у цю м.

Динамічна дія при м'яких ударах значно менша, ніж при жорстких. Завдяки пружності ланок миттєвої зміни аналога прискорення практично не відбувається. Внаслідок цього м'який



6

Pro. 2.9

удар ще більше слабшає. Кулачкові механізми з м'якими ударами допустимо використовувати, якщо швидкість обертання кулачка $\omega_1 \leq 200$ 1/с.

Визначимо основні характеристики закону руху з постійним аналогом прискорення. Кут повороту кулачка на фазі віддалення змінюється в таких межах:

$$0 \leq \varphi_1 < \varphi_{\beta_1}; \quad (2.36)$$

$$\varphi_{\beta_1} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{\beta_2}. \quad (2.37)$$

Вирази аналога прискорення S_A'' для першої та другої ділянок фази віддалення мають вигляд:

$$S_A'' = S_{\beta_1}'' = \text{const}; \quad (2.38)$$

$$S_A'' = -S_{\beta_2}'' = \text{const}. \quad (2.39)$$

Послідовно інтегруючи вираз (2.38), одержимо залежність для аналога швидкості S_A' і переміщення S_A :

$$S_A' = \int S_A'' d\varphi_1 + C_1 = S_{\beta_1}'' \varphi_1 + C_1; \quad (2.40)$$

$$S_A = \int S_A' d\varphi_1 + C_2 = \frac{S_{\beta_1}'' \varphi_1^2}{2} + C_1 \varphi_1 + C_2. \quad (2.41)$$

За початковими умовами $\varphi_1 = 0$, $S_A' = 0$; $S_A = 0$, $C_1 = C_2 = 0$

$$S_A' = S_{\beta_1}'' \varphi_1; \quad (2.42)$$

$$S_A = \frac{S_{\beta_1}'' \varphi_1^2}{2}, \quad (2.43)$$

тобто на інтервалі $0 \leq \varphi_1 \leq \varphi_{\beta_1}$ аналог швидкості змінюється за лінійним законом, а переміщення S_A - за законом параболи, яка має вершину в точці 0 (рис. 2.9,а).

Таким чином, можна показати, що і на інтервалі $\varphi_{\beta_1} \leq \varphi_1 \leq \varphi_{\beta_2}$ аналог швидкості S_A' змінюється за лінійним законом, а переміщення S_A - за законом параболи, вершина якої в точці С (рис. 2.9,а), яка є сумісною точкою обох парабол.

Аналоги швидкості S_A' на початку та в кінці фази віддалення дорівнюють нулю. Отже, повинна відбуватися умова

$$S_{\beta_1}'' \varphi_{\beta_1} = S_{\beta_2}'' \varphi_{\beta_2},$$

$$\frac{\varphi_{\delta 2}}{\varphi_{\delta 1}} = \frac{S''_{\delta 1}}{S''_{\delta 2}}. \quad (2.44)$$

Відношення $\frac{S''_{\delta 1}}{S''_{\delta 2}} = K_{\delta}$ може змінюватися від одиниці до чотирьох. Більші значення вибираються з метов полегшення роботи замикальної пружини штовхача. Розв'язуючи сумісно формули (2.44) і (2.34), одержимо

$$\varphi_{\delta 1} = \varphi_{\delta} \frac{1}{1+K_{\delta}}, \quad (2.45)$$

$$\varphi_{\delta 2} = \varphi_{\delta} \frac{K_{\delta}}{1+K_{\delta}}. \quad (2.46)$$

З рис. 2.9,б маємо

$$S_{A1} = \frac{S'_{A \max} \varphi_{\delta 1}}{2}, \quad (2.47)$$

$$S_{A2} = \frac{S'_{A \max} \varphi_{\delta 2}}{2}. \quad (2.48)$$

Розв'язуючи сумісно рівності (2.47) і (2.48) та враховувачи, що $S_{A1} + S_{A2} = h$, дістанемо

$$S_{A1} = \frac{h}{1+K_{\delta}}; \quad (2.49)$$

$$S_{A2} = \frac{K_{\delta} \cdot h}{1+K_{\delta}}. \quad (2.50)$$

Визначимо аналоги прискорення $S''_{\delta 1}$ і $S''_{\delta 2}$.
З виразу (2.43) маємо

$$S''_{\delta 1} = \frac{2 S_{A1}}{\varphi_{\delta 1}^2}; \quad (2.51)$$

$$S''_{\delta 2} = \frac{2 S_{A2}}{\varphi_{\delta 2}^2}, \quad (2.52)$$

або, беручи до уваги (2.49), (2.50), (2.45), (2.46), одержимо

$$S''_{\beta_1} = \frac{2h(1+K_\beta)}{\varphi_\beta^2}; \quad (2.53)$$

$$S''_{\beta_2} = \frac{2h(1+K_\beta)}{K_\beta \varphi_\beta^2}. \quad (2.54)$$

Максимальне значення аналога швидкості дорівнює

$$S'_{A \max} = S''_{\beta_1} \varphi_{\beta_1}, \quad (2.55)$$

або, враховуючи (2.53), (2.45),

$$S'_{A \max} = \frac{2h}{\varphi_y}. \quad (2.56)$$

Для фази повернення основні характеристики руху можна визначити за формулами (2.45), (2.46), (2.49), (2.50), (2.53), (2.54), (2.56), змінюючи коефіцієнт K_β на K_n і φ_β - на φ_n .

2.2.1.3. Закон руху з синусоїдальним аналогом прискорення, який не спричиняє ударів (див. рис. 2.9,б).

Вираз для аналога прискорення має вигляд

$$S''_A = S''_\beta \sin \frac{2\pi}{\varphi_\beta} \varphi_1. \quad (2.57)$$

Послідовно інтегруючи його, одержимо

$$S'_A = \int S''_\beta \sin \frac{2\pi}{\varphi_\beta} \varphi_1 d\varphi_1 + C_1 = -S''_\beta \frac{\varphi_\beta}{2\pi} \cos \frac{2\pi}{\varphi_\beta} \varphi_1 + C_1; \quad (2.58)$$

$$S_A = \int S'_A d\varphi_1 + C_2 = -S''_\beta \frac{\varphi_\beta^2}{4\pi^2} \sin \frac{2\pi}{\varphi_\beta} \varphi_1 + C_1 \varphi_1 + C_2. \quad (2.59)$$

За початковими умовами $\varphi_1 = 0$, $S'_A = 0$, $S_A = 0$

$$C_1 = S''_\beta \frac{\varphi_\beta}{2\pi} \quad \text{і} \quad C_2 = 0.$$

Тоді

$$S'_A = \frac{S''_\beta \varphi_\beta}{2\pi} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\varphi_\beta} \varphi_1\right), \quad (2.60)$$

$$S_A = \frac{S_b'' \varphi_b^2}{2\pi} \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_b} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\varphi_b} \varphi_1 \right). \quad (2.61)$$

Амплітуду аналога прискорення S_b'' визначимо з формули (2.61), враховуючи умови $\varphi_1 = \varphi_b$, $S_A = h$:

$$S_b'' = \frac{2\pi h}{\varphi_b^2}. \quad (2.62)$$

Звідси

$$S_A = h \left(\frac{\varphi_1}{\varphi_b} - \frac{1}{2\pi} \sin \frac{2\pi}{\varphi_b} \varphi_1 \right); \quad (2.63)$$

$$S_A' = \frac{h}{\varphi_b} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{\varphi_b} \varphi_1 \right); \quad (2.64)$$

$$S_A'' = \frac{2\pi h}{\varphi_b^2} \sin \frac{2\pi}{\varphi_b} \varphi_1. \quad (2.65)$$

Для фази повернення треба використати залежності (2.63) - (2.65), відраховуючи кут φ_n від кінця фази у від'ємному напрямку осі абсцис. Синусоїдальний закон зміни аналога прискорення відрізняється високою плавністю. Його рекомендується використовувати для швидкохідних кулачкових механізмів.

2.2.2. Визначення основних параметрів кулачкових механізмів

Характеристикою взаємодії кулачка та штовхача, яка встановлює співвідношення сил у кулачковому механізмі, є кут передачі. Вибір кута передачі як головної динамічної умови дозволяє визначити основні розміри кулачкового механізму.

2.2.2.1. Кулачковий механізм першого типу

Розглянемо кулачковий механізм першого типу, в якому кулачок обертається з постійною швидкістю $\omega_1 = \text{const}$, а штовхач має зворотно-прямолінійний рух. На рис. 2.10, а, б показано положення кулачкового механізму, відповідно, у фазі віддалення та у фазі повернення.

Подамо кут передачі γ , утворений нормаллю nn до про-

де K_ϵ - масштаб плану механізму.
Тоді

$$(\rho a_2) = \frac{\frac{v_{A_2}}{\omega_1}}{K_\epsilon} = \frac{S'_A}{K_\epsilon}, \quad (2.69)$$

тобто відрізок (ρa_2) у масштабі K_ϵ є аналогом швидкості штовхача.

З трикутника $a_1 a_2 K$ (рис. 2.10, а, б) з урахуванням формули (2.69) одержимо

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{S_A + \sqrt{z_0^2 - e^2}}{S'_A \mp e}, \quad (2.70)$$

де S_A - переміщення штовхача; z_0 - мінімальний радіус-вектор теоретичного (еквідистантного) профілю кулачка; e - ексцентриситет. Знак мінус перед e у знаменнику виразу (2.70) відповідає фазі віддалення, а знак плюс - фазі повернення. Ці знаки зміняться на протилежні, якщо при прийнятому напрямку обертання кулачка (рис. 2.10, а, б) ексцентриситет розміщуватиметься зліва від осі 0.

При $e = 0$

$$\operatorname{tg} \chi = \frac{S_A + z_0}{S'_A}. \quad (2.71)$$

Формули (2.70), (2.71) дозволяють визначити кут передачі у різних положеннях механізму при відомих функціях $S_A = S_A(\varphi_1)$, $S'_A = S'_A(\varphi_1)$ і параметрах z_0, e .

Саму задачу можна розв'язати графічно. Побудуємо діаграму $S'_A = S'_A(S_A)$. Переміщення S_A відкладемо від точки A_0 , що відповідає нижньому положенню штовхача, а аналоги швидкостей S'_A - у перпендикулярному напрямку (рис. 2.11, а). Масштаби по осях діаграми мусять дорівнювати масштабу плану механізму K_ϵ . Щоб визначити, в яку сторону від осі S_A (вправо чи вліво) відкладати аналоги швидкості штовхача, які відповідають фазі віддалення, а в яку - що відповідають фазі повернення, необхідно в кожній з цих фаз вектор швидкості штовхача повернути на кут 90° за напрямком обертання кулачка (див. рис. 2.10, а, б). Якщо кулачок обертається проти ходу годиннико-

вої стрілки, то аналоги швидкості штовхача, що відповідають фазі віддалення, відкладаються вліво, а аналоги швидкості штовхача, які відповідають фазі повернення, — вправо. З'єднуючи точки $(\alpha_2)_1$ і $(\alpha_2)_2$ діаграми $S'_A = S'_A(S_A)$ з віссю обертання кулачка O прямими, одержимо кути передачі γ_1 , γ_2 у першому, другому і т.д. положеннях механізму (рис. 2.10, а, б). Зрозуміло, що тангенс цих кутів задовольняють формулу (2.70).

Мінімальні значення кута передачі для фази віддалення $\gamma_{\min}$ і фази повернення $\gamma_{\min}^*$ знайдемо, проводячи з осі O обертання кулачка промені, дотичні до кривої $S'_A = S'_A(S_A)$. Виявимо взаємний вплив параметрів, які належать до виразу (2.70). При вибраній функції $S_A = S_A(\varphi_1)$ і розмірі e габарити кулачка визначаються мінімальним радіусом-вектором z_0 теоретичного профілю кулачка. Щоб одержати малі габарити, потрібно зменшити z_0 , але при цьому зменшується і кут передачі γ . зростають реакції у кінематичних парах, зменшується ККД механізму. На величину кута передачі γ впливає положення ексцентриситету e відносно осі обертання кулачка O . Розміщуючи ексцентриситет праворуч від осі O при обертанні кулачка проти ходу годанинкової стрілки (рис. 1.10, а, б) або ліворуч від осі O за протилежним напрямком обертання кулачка, збільшують кут передачі на фазі віддалення і зменшують — на фазі повернення. Таке розміщення ексцентриситету найбільше відповідає кулачковому механізму з силовим замиканням вищої пари, де кут передачі має суттєве значення тільки при віддаленні штовхача, коли кулачок діє на ролик і штовхач. При поверненні штовхача рух створиться пружиною і силою ваги (або тільки пружиною) і величина кута передачі особливого значення не має. Мінімально допустима величина кута передачі на фазі віддалення для кулачкового механізму першого виду $[\gamma] = 50 \dots 60^\circ$. При проектуванні кулачкового механізму з силовим замиканням вищої пари мінімальний радіус-вектор z_0 теоретичного профілю кулачка вибирається таким, щоб при віддаленні штовхача поточні значення кута передачі дорівнювали допустимому значенню або були більшими за нього:

$$\gamma \geq [\gamma].$$

$$(2.72)$$

У кулачковому механізмі з геометричним замиканням вищої пари повинні виконуватись такі умови:

$$\text{при віддаленні штовхача } \gamma > [\gamma]; \quad (2.73)$$

$$\text{при поверненні штовхача } \gamma > [\gamma^*]. \quad (2.74)$$

де $[\gamma^*]$ - допустима величина кута передачі для фази повернення (звичайно $[\gamma^*] < [\gamma]$).

Визначення мінімального радіуса-вектора Z_0 теоретичного профілю кулачка зручно проводити графічним методом.

Розглянемо розв'язання цієї задачі для кулачкового механізму з геометричним замиканням вищої пари. Нехай задано закон руху штовхача (наприклад функція $S_A = S_A(\varphi_1)$) і допустимі кута передачі $[\gamma]$ і $[\gamma^*]$.

Диференціюванням функції $S_A = S_A(\varphi_1)$ за кутом повороту кулачка φ_1 встановимо закон зміни аналога швидкості штовхача $S'_A = S'_A(\varphi_1)$. Побудуємо діаграму $S'_A = S'_A(S_A)$ (рис. 2.II,б). До діаграми $S'_A = S'_A(S_A)$ проведемо дотичні $t-t$, t^*-t^* : під кутом $[\gamma]$ - до осі S'_A на фазі віддалення і під кутом $[\gamma^*]$ - на фазі повернення. Визначимо можливі положення осі обертання кулачка, що відповідають його мінімальним габаритам. Наприклад, якщо вісь обертання кулачка розмістити в точці O' перетинання дотичних $t-t$ і t^*-t^* , то виконуватимуться умови: для фази віддалення $\gamma > [\gamma]$, для фази повернення $\gamma > [\gamma^*]$.

Величина мінімального радіуса-вектора теоретичного профілю кулачка $Z'_0 = (O'A_0) K_e$ буде найменшою, а величина ексцентриситету дорівнюватиме $e' = (Bd) K_e$. Якщо задано величину ексцентриситету $e = (Bc) K_e$, то вісь обертання кулачка вибирається в точці O'' . При цьому для фази віддалення $\gamma > [\gamma]$, для фази повернення $\gamma = [\gamma^*]$. Величина мінімального радіуса-вектора теоретичного профілю дорівнює $Z''_0 = (O''A_0) K_e$. Якщо величина ексцентриситету дорівнює нулю, приймаємо положення осі обертання кулачка в точці O . У цьому випадку для фази віддалення $\gamma > [\gamma]$, для фази повернення $\gamma > [\gamma^*]$, величина мінімального радіуса-вектора теоретичного профілю кулачка дорівнює $Z_0 = (OA_0) K_e$. При виборі осі обертання кулачка в заштрихованій області, що визначається перетинанням дотичних $t-t$ і t^*-t^* (рис. 2.II,б), завжди

задовольняються умови $\gamma > [\gamma]$, $\gamma > [\gamma^*]$, але при цьому збільшуваться габарити кулачка.

2.2.2.2. Кулачковий механізм другого типу

Розглянемо кулачковий механізм, в якому кулачок обертається з постійною швидкістю $\omega_1 = \text{const}$, а штовхач виконує зворотньо-обертальний рух. На рис. 2.12, а, б показано положення кулачкового механізму від-

повідно до фази віддалення та до фази повернення. Виразимо кут передачі γ , утворений нормаллю pn до профілю кулачка та ролика і віссю штовхача O_1A , через основні параметри механізму.

Використовуючи векторне рівняння

$$\begin{aligned} \vec{v}_{A_2} &= \\ &= \vec{v}_{A_1} + \vec{v}_{A_2A_1} \end{aligned} \quad (2.75)$$

для положень механізму, показаних на рис. 2.12, а, побудуємо плани швидкостей, повернуті на кут 90° за напрямком обертання кулачка. Полос плану швидкостей p сумістимо з віссю ролика, а кінець вектора $\vec{v}_A$ (точки a , плану швидкостей) - з віссю O обертання кулачка.

У повернутому плані швидкостей вектор $\vec{v}_{A_2}$ направлений по осі штовхача O_1A , а вектор

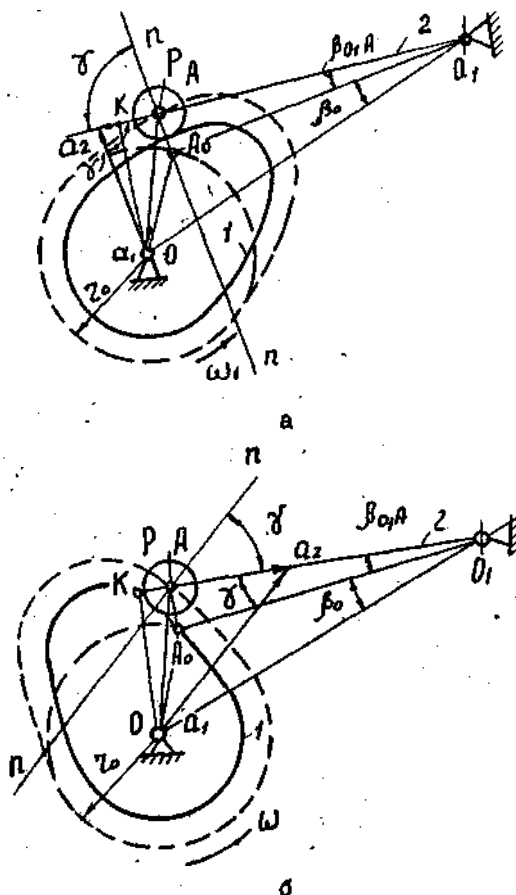


Рис. 2.12

$\bar{v}_{A_2A_1}$ - паралельний нормалі np : $\angle Aa_2O = \gamma$.

Величина швидкості $\bar{v}_{A_2}$ дорівнює

$$v_{A_2} = (pa_2) K_v, \quad (2.76)$$

тут K_v - масштаб плану швидкостей:

$$K_v = \frac{v_{A_1}}{(pa)_1} = \omega_1 K_e,$$

де K_e - масштаб плану механізму.

Тоді

$$(pa_2) = \frac{v_{A_2}}{K_e} = \frac{\omega_2}{\omega_1} \frac{e_{0,A}}{K_e} = \beta'_{0,A}(0,A), \quad (2.77)$$

де відрізок (pa_2) - аналог швидкості штовхача, помножений на довжину штовхача в масштабі K_e . З трикутника a_1a_2k (рис. 2.12, а, б):

$$\tan \gamma = \frac{(ko)}{(a_2k)} = \frac{(ko)}{(pa_2) \mp (kp)}, \quad (2.78)$$

де

$$(ko) = (oo_1) \sin(\beta_0 + \beta_{0,A}); \quad (2.79)$$

$$(kp) = (oo_1) \cos(\beta_0 + \beta_{0,A}) - (o_1A), \quad (2.80)$$

де β_0 - початковий кут підйому штовхача; $\beta_{0,A}$ - поточний кут повороту штовхача.

Знак мінус у знаменнику формули (2.78) відповідає фазі відшлідування, а знак плюс - фазі повернення.

Виконавши підстановку виразів (2.79) і (2.80) у формулу (2.78) і помноживши чисельник і знаменник на масштаб плану механізму K_e , маємо

$$\tan \gamma = \frac{e_{001} \sin(\beta_0 + \beta_{0,A})}{\beta'_{0,A} e_{0,A} \mp [e_{001} \cos(\beta_0 + \beta_{0,A}) - e_{0,A}]} \quad (2.81)$$

Вираз для мінімального радіуса-вектора теоретичного профілю кулачка знайдемо з $\triangle OA_0O_1$. Враховуючи масштаб K_e , одержимо

$$z_0 = \sqrt{\ell_{0,A}^2 + \ell_{00,1}^2 - 2\ell_{0,A} \cdot \ell_{00,1} \cos \beta_0}. \quad (2.82)$$

З рівностей (2.81) і (2.82) можна встановити, що якщо задано функцію $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$, початковий кут β_0 і довжину штовхача, то при збільшенні міжосьової відстані $\ell_{00,1}$ зростає кут передачі γ та габарити механізму. Формула (2.81) дозволяє визначити величину кута передачі в різних положеннях механізму при відомих функціях $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$, $\beta'_{0,A} = \beta'_{0,A}(\varphi_1)$ і параметрах $\ell_{00,1}$, $\ell_{0,A}$, β_0 . Цю задачу можна розв'язати графічно.

За заданою функцією $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$ виконаємо розмітку положень точки А штовхача як для фази віддалення, так і для фази повернення (рис. 2.13,а). На променях O_1A_1 , $O_1A_2 \dots$ від точок A_1 , $A_2 \dots$ відкладаємо відрізки

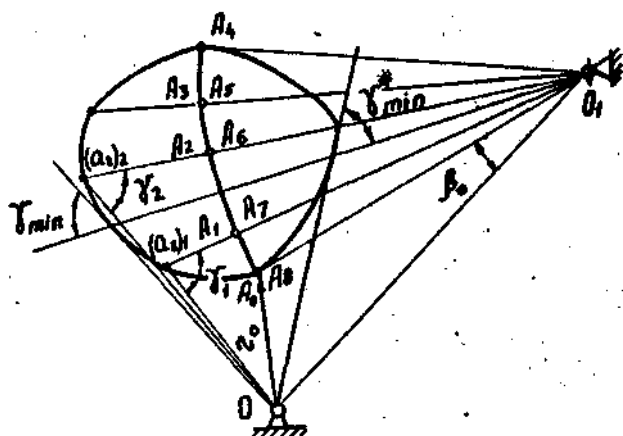
$$(a_2)_1 A_1 = \frac{(\beta_{0,A})_1 \ell_{0,A}}{K_c},$$

$$(a_2)_2 A_2 = \frac{(\beta_{0,A})_2 \ell_{0,A}}{K_c}.$$

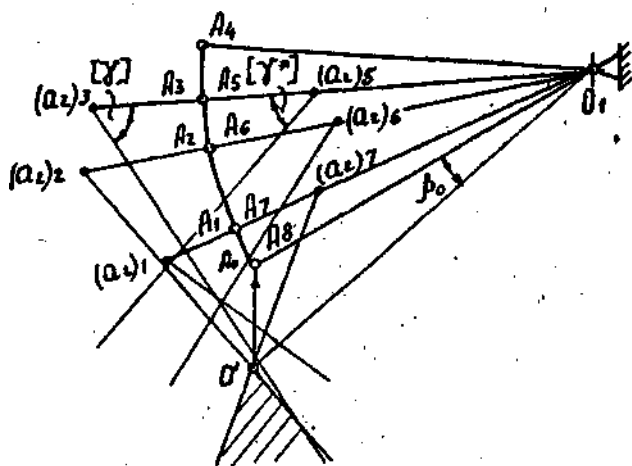
Щоб визначити, в яку сторону від точок А (вліво чи вправо) відкладати відрізки $(a_2)_1 A_1$, які відповідають фазі віддалення, а в яку — що відповідають фазі повернення, необхідно в кожній з цих фаз вектор швидкості точки А штовхача повернути на кут 90° за напрямком обертання кулачка (див. рис. 2.13,а,б).

З'єднуючи точки $(a_2)_1$, $(a_2)_2 \dots$ з віссю обертання кулачка О прямими, одержимо кути передачі γ_1 , $\gamma_2 \dots$ (рис. 2.13,а). Мінімальне значення кута передачі для фази віддалення $\gamma_{\min}$ і мінімальне значення кута передачі для фази повернення $\gamma_{\min}^*$ знайдемо шляхом проведення з осі обертання кулачка О променів, дотичних до замкненої кривої, яка з'єднує точки $(a_2)_1$. На практиці мінімально допустима величина кута передачі на фазі віддалення для кулачкового механізму другого виду береться $[\gamma] = 40 \dots 50$. При проектуванні кулачкового механізму з силовим замиканням вищої пари мінімальний радіус-вектор z_0 теоретичного профілю кулачка вибирається таким, щоб при віддаленні штовхача поточні значення кута передачі дорівнювали допустимому значенню або були більшими за нього:

$$\gamma \geq [\gamma]. \quad (2.83)$$



а



б

Рис. 2.13

У кулачковому механізмі з геометричним замиканням вихідні пари мають виконуватися такі умови:

при віддаленні штовхача $\gamma \geq [\gamma]$. (2.84)

при поверненні штовхача $\delta \geq [\delta^*]$. (2.85)

де $[\gamma^*]$ - допустима величина кута передачі для фази повернення $[\gamma^*] < [\gamma]$.

Мінімальний радіус-вектор z_0 теоретичного профілю кулачка для кулачкового механізму з геометричним замиканням вищої пари визначимо графічним методом. Нехай задано закон руху штовхача [наприклад функція $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$], довжину штовхача ℓ_{0,A_1} , допустимі кути передачі $[\gamma]$ та $[\gamma^*]$.

Диференціюванням функції $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$ за кутом повороту кулачка φ_1 встановимо закон зміни аналога швидкості штовхача $\beta'_{0,A} = \beta'_{0,A}(\varphi_1)$. За залежністю $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$ розмітимо положення точки А штовхача як для фази віддалення, так і для фази повернення (рис. 2.13,б). На променях $O, A_1, O, A_2 \dots$ від точок $A_1, A_2 \dots$ відкладаємо відрізки

$$(a_2)_1 A_1 = \frac{(\beta'_{0,A}) \ell_{0,A}}{K_c}, \quad (a_2)_2 A_2 = \frac{(\beta'_{0,A})_2 \ell_{0,A}}{K_c} \dots$$

З точок $(a_2)_i$ проводимо промені під кутом $[\gamma]$ до відрізків $(\gamma_2)_i A_i$ на фазі віддалення та під кутом $[\gamma^*]$ - на фазі повернення (див. рис. 2.13,б). У заштрихованій області, обмеженій променями, можна вибрати положення осі обертання кулачка. Механізм матиме найменші габарити, якщо прийняти вісь обертання кулачка в точці O'' , при цьому на фазі віддалення $\gamma > [\gamma]$, на фазі повернення $\gamma \geq [\gamma^*]$. Мінімальний радіус-вектор теоретичного профілю кулачка $z'_0 = (O'A_0) K_c$, величина міжосьової відстані $\ell_{0,O'} = (O,O') K_c$, початковий кут підйому штовхача $\beta_0 = \angle A_0 O, O'$. При виборі осі обертання кулачка всередині заштрихованої області завжди виконується умова: на фазі віддалення $\gamma > [\gamma]$, на фазі обертання $\gamma > [\gamma^*]$, але при цьому збільшуються габарити механізму.

2.2.3. Проектування профілів плоских кулачків

2.2.3.1. Графічний метод

Приклад 1. Центральний кулачковий механізм першого типу з роликковим штовхачем.

Нехай задано закон переміщення штовхача $s_A = s_A(\varphi_1)$ і мінімальний радіус-вектор z_0 теоретичного профілю кулачка. Кулачок обертається з постійною швидкістю $\omega_1 = \text{const}$ за

напрямок руху годинникової стрілки. Необхідно побудувати профіль кулачка, який забезпечує рух штовхача за заданим законом.

Послідовність розв'язання задачі:

1. Поділяємо кут віддалення φ і кут повернення φ_n на діаграмі $S_A = S_A(\varphi_1)$ (рис. 2.14,а) на чотири рівні частини та одержимо послідовні значення переміщення штовхача $S_A^{0-1} = (11) K_s$, $S_A^{0-2} = (22) K_s$, $S_A^{0-3} = (33) K_s$ і т.д., які відповідають кутам повороту кулачка $\varphi_1^{0-1} = (01) K_\varphi$, $\varphi_1^{0-2} = (02) K_\varphi$, $\varphi_1^{0-3} = (03) K_\varphi$ і т.д., де K_s - масштаб переміщення штовхача, мм; K_φ - масштаб кута повороту кулачка, рад/мм.

Для точнішої побудови профілю кулачка кути віддалення і повернення необхідно поділити на 8 або 12 частин.

2. Із вибраного положення осі обертання кулачка точки О у масштабі K_r радіусом z_0 опишемо основне коло теоретичного профілю.

3. Через вісь обертання кулачка проведемо дійсну лінію руху штовхача - OA_0 .

4. Застосуємо метод обертання руху, тобто надамо всім ланкам механізму кутову швидкість $(-\omega_1)$. Тоді кулачок стане нерухомим, а штовхач братиме участь у двох рухах: в обертальному разом із стояком навколо осі О в бік, протилежний кутовій швидкості ω_1 , і в поступальному - відносно стояка. Визначимо положення точки А - центра ролика штовхача в обертальному русі. Керуючись діаграмою $S_A = S_A(\varphi_1)$, відкладаємо, починаючи від дійсної лінії руху штовхача, у бік, протилежний напрямку обертання кулачка, фазові кути $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n, \varphi_{n+1}$ (рис. 2.14,б). Фазові кути віддалення і повернення ділимо на те ж саме число частин, що й на діаграмі $S_A = S_A(\varphi_1)$. Через точки ділення фазових кутів 1, 2, 3 і т.ін. проводимо радіальні промені, які визначають положення штовхача в обертальному русі. Відкладаючи вздовж радіальних променів від точок 1, 2, 3 ... відрізки, що відповідно дорівнюють $\frac{S_A^{0-1}}{K_s}, \frac{S_A^{0-2}}{K_s}, \frac{S_A^{0-3}}{K_s}$,

одержимо положення центра ролика штовхача в обертальному русі - $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$. Крива, яка з'єднує точки $A'_1, A'_2, A'_3, \dots$,

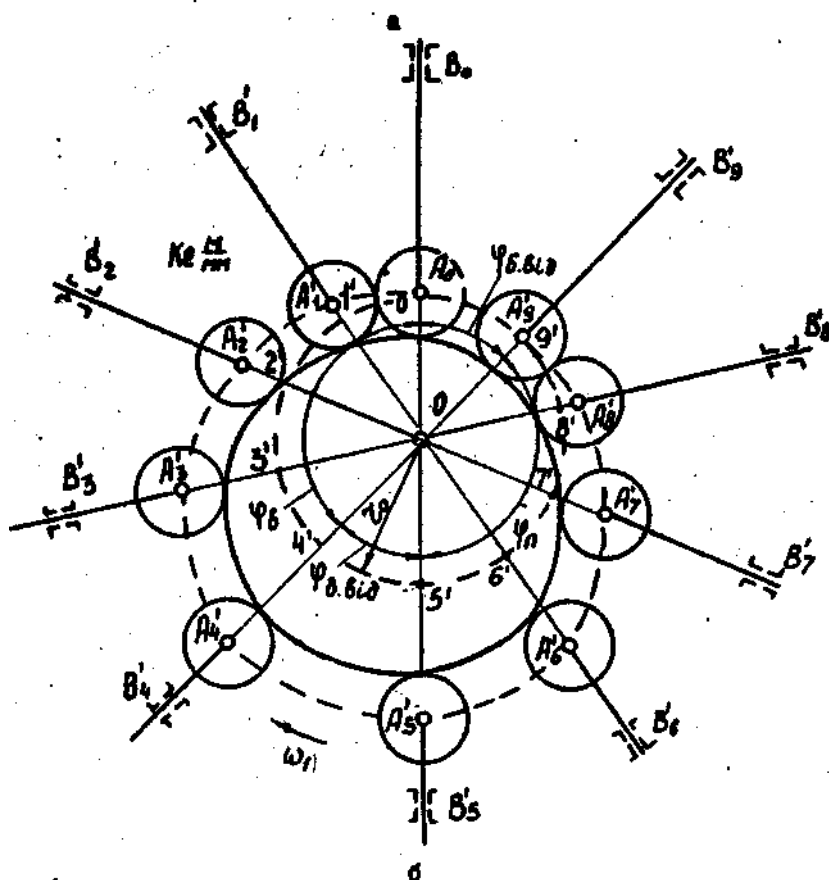
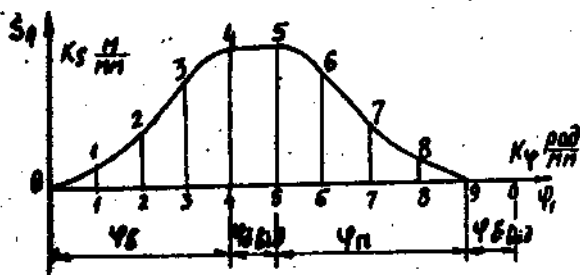


Рис. 2.14

утворює теоретичний профіль кулачка.

5. Для побудови дійсного профілю виберемо радіус ролика ε . Щоб дійсний профіль не став самопересічним (рис. 2.15), радіус слід вибирати меншим, ніж мінімальний радіус кривини $\rho_{\min}$ вогнутої частини теоретичного профілю кулачка.

Звичайно приймають

$$\varepsilon \leq 0,7 \rho_{\min} \quad (2.86)$$

Конструктивні обмеження потребують також, щоб

$$\varepsilon \leq 0,4 \varepsilon_0 \quad (2.87)$$

Із двох знайдених значень ε вибирають менше. Дійсний профіль кулачка утвориться як обвідна до кожного кола, описаного радіусом ролика, центр якого переміщується за теоретичним профілем (див. рис. 1.14,б).

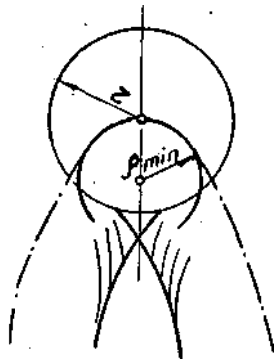


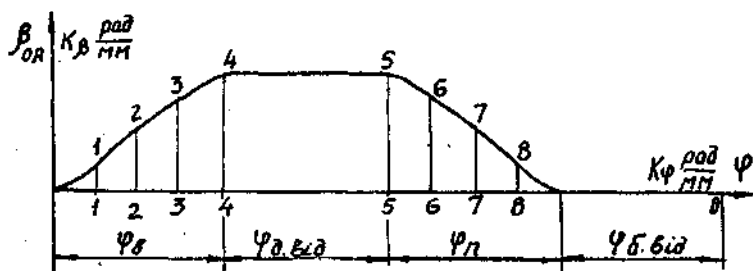
Рис. 2.15

Приклад 2. Кулачковий механізм другого типу з роликівим штовхачем.

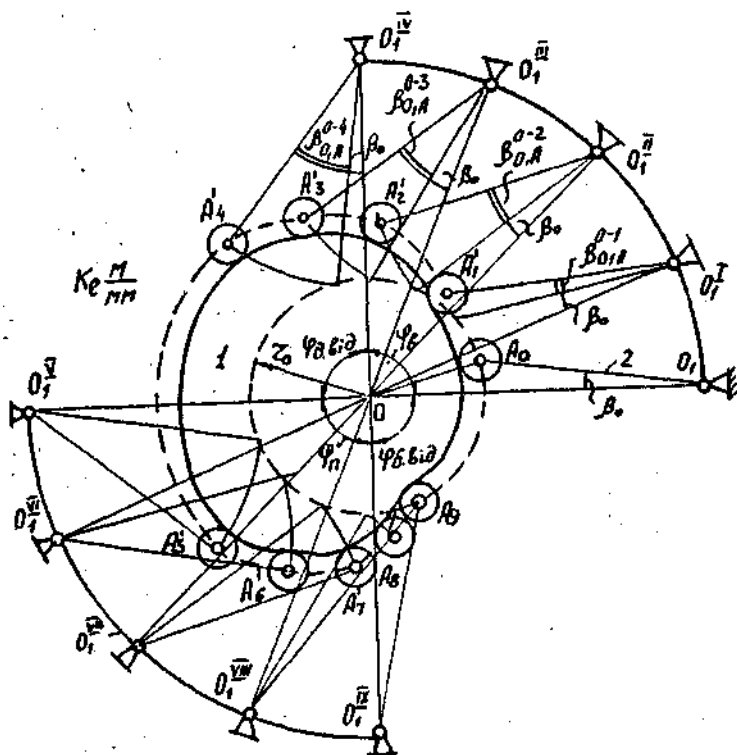
Задано: закон переміщення штовхача $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$, мінімальний радіус-вектор ε_0 теоретичного профілю кулачка, довжину штовхача $\ell_{0,A}$, міжосьову відстань $\ell_{0,0}$. Кулачок обертається з постійною швидкістю $\omega_1 = \text{const}$ за напрямком руху годинникової стрілки. Необхідно побудувати профіль кулачка, що забезпечує рух штовхача за заданим законом.

Послідовність розв'язання задачі:

1. Поділимо кут віддалення φ_g і кут повернення φ_n на діаграмі $\beta_{0,A} = \beta_{0,A}(\varphi_1)$ (рис. 2.16,а) на чотири рівні частини та одержимо послідовні значення кутового переміщення штовхача $\beta_{0,A}^{0-1} = (11) K_\beta$, $\beta_{0,A}^{0-2} = (22) K_\beta$, $\beta_{0,A}^{0-3} = (33) K_\beta$, що відповідають кутам повороту кулачка $\varphi_1^{0-1} = (01) K_\varphi$, $\varphi_1^{0-2} = (02) K_\varphi$, $\varphi_1^{0-3} = (03) K_\varphi \dots$, де K_β - масштаб кутового переміщення штовхача, рад/мм; K_φ - масштаб кута повороту кулачка, рад/мм.



a



б

Рис. 2.16

Для точнішої побудови профілю кулачка кути віддалення і повернення необхідно поділити на вісім або дванадцять частин.

2. Виберемо положення осей обертання кулачка і штовхача O і O_1 . Із точки O - осі обертання кулачка в масштабі K_2 - радіусом r_0 опишемо основне коло теоретичного профілю. Побудувавши трикутник $O_1 A_0 O$ (рис. 2.16,б), знайдемо початкове положення штовхача $O_1 A_0$.

3. Застосуємо метод обернення руху, тобто надамо всім ланкам механізму кутову швидкість $(-\omega_1)$. Тоді кулачок стане нерухомим, а штовхач братиме участь в двох рухах: в обертальному - разом із стояком, навколо осі O в бік, протилежний кутовій швидкості ω_1 , і в обертальному відносно осі O_1 . Визначимо положення точки A - центра ролика штовхача в обертальному русі. Із точки O радіусом $O_1 O$ опишемо коло.

Керуючись діаграмою $\beta_{O_1 A} = \beta_{O_1 A}(\varphi_1)$, відкладемо, починаючи від прямої $O_1 O$, в бік, протилежний напрямку обертання кулачка, фазові кути $\varphi_8, \varphi_3, \varphi_2, \varphi_1, \varphi_6, \varphi_5, \varphi_4$ (рис. 2.16,б). Фазові кути віддалення і повернення поділимо на таке саме число частин, що й на діаграмі $\beta_{O_1 A} = \beta_{O_1 A}(\varphi_1)$. Точки $O_1^I, O_1^{II}, O_1^{III}$ - положення осі O_1 обертання штовхача в обертальному русі. Для визначення початкових положень штовхача в обертальному русі $O_1^I A_0^I, O_1^{II} A_0^{II}, O_1^{III} A_0^{III} \dots$ на основному колі теоретичного профілю виконаємо засічки радіусом $O_1 A$. Відхиляючи штовхач від початкових положень $O_1^I A_0^I, O_1^{II} A_0^{II}, O_1^{III} A_0^{III} \dots$ на кути $\beta_{O_1 A}^{0-1}, \beta_{O_1 A}^{0-2}, \beta_{O_1 A}^{0-3} \dots$, знайдені за діаграмою $\beta_{O_1 A} = \beta_{O_1 A}(\varphi_1)$, визначаємо положення центра ролика штовхача в обертальному русі - $A_1', A_2', A_3' \dots$. Крива, що з'єднує точки $A_1', A_2', A_3' \dots$, утворює теоретичний профіль кулачка. Дійсний профіль кулачка встановлюється як обвідна до кожного кола, описаного радіусом ролика, центр якого непереміщується за теоретичним профілем (див. рис. 2.16,б).

2.2.3.2. Аналітичний метод

Розглянутий вище графічний метод профілювання кулачків - наочний та простий, але не завжди забезпечує необхідну точність. Аналітичний метод дозволяє одержати координати профілю кулачка з більшою точністю, використовувати при проектуванні профілів

кулачків ЕОМ.

Приклад I. Центральний кулачковий механізм першого типу з роликним штовхачем. Для кулачкового механізму, зображеного на рис. 2.17, а, визначимо рівняння теоретичного профілю $a-a$ у полярній формі. Вирази радіуса-вектора R теоретичного профілю кулачка і полярного кута θ мають вигляд:

$$R = z_0 + S_A; \quad (2.88)$$

$$\theta = \varphi_1, \quad (2.89)$$

де z_0 - мінімальний радіус-вектор теоретичного профілю кулачка; S_A - переміщення центра ролика штовхача, що визначається функцією $S_A = S_A(\varphi_1)$; φ_1 - кут повороту кулачка (узагальнений параметр кулачкового механізму). Зрозуміло, що координати теоретичного профілю кулачка x та y - функції узагальненого параметра φ_1 :

$$x = R \cos \varphi_1 = (z_0 + S_A) \cos \varphi_1; \quad (2.90)$$

$$y = R \sin \varphi_1 = (z_0 + S_A) \sin \varphi_1. \quad (2.91)$$

Координати дійсного профілю $d-d$ кулачка визначимо як координати обвідної всіх кіл радіуса r , центри яких містяться на теоретичному профілі $a-a$.

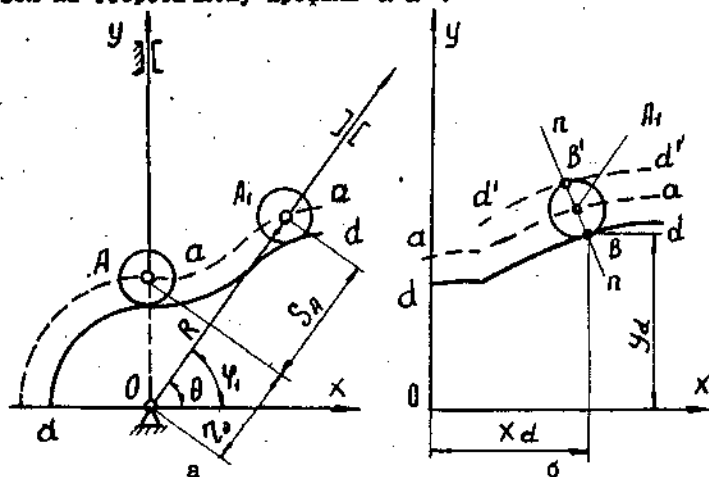


Рис. 2.17

Рівняння сукупності кіл має вигляд

$$(X_d - X)^2 + (Y_d - Y)^2 - z^2 = 0, \quad (2.92)$$

де X_d і Y_d - координати дійсного профілю dd (рис. 2.17,б). Для того, щоб одержати рівняння обвідної у параметричній формі, продиференціюємо вираз (2.92) за параметром: φ_1 :

$$(X_d - X) \frac{dX}{d\varphi_1} + (Y_d - Y) \frac{dY}{d\varphi_1} = 0. \quad (2.93)$$

Визначимо сумісно залежності (2.92) і (2.93) відносно X_d і Y_d :

$$X_d = X \pm \frac{z \frac{dY}{d\varphi_1}}{\sqrt{\left(\frac{dX}{d\varphi_1}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\varphi_1}\right)^2}}, \quad (2.94)$$

$$Y_d = Y \pm \frac{z \frac{dX}{d\varphi_1}}{\sqrt{\left(\frac{dX}{d\varphi_1}\right)^2 + \left(\frac{dY}{d\varphi_1}\right)^2}}. \quad (2.95)$$

З рівностей (2.94), (2.95) видно, що координати X_d і Y_d дійсного профілю мають два значення, що відповідають двом можливим профілям dd і $d'd'$:

$$\frac{dX}{d\varphi_1} = -(z_0 + s_A) \sin \varphi_1 + \frac{ds_A}{d\varphi_1} \cos \varphi_1; \quad (2.96)$$

$$\frac{dY}{d\varphi_1} = (z_0 + s_A) \cos \varphi_1 + \frac{ds_A}{d\varphi_1} \sin \varphi_1. \quad (2.97)$$

Підставляючи в рівності (2.94), (2.95) вирази X , Y , $\frac{dX}{d\varphi_1}$, $\frac{dY}{d\varphi_1}$, одержимо формули для координат дійсного профілю в закінченому вигляді:

$$X_d = (z_0 + s_A) \cos \varphi_1 \pm z \frac{(z_0 + s_A) \cos \varphi_1 + \frac{ds_A}{d\varphi_1} \sin \varphi_1}{\sqrt{(z_0 + s_A)^2 + \left(\frac{ds_A}{d\varphi_1}\right)^2}}; \quad (2.98)$$

$$\dot{y}_d = (z_0 + s_A) \sin \varphi_1 + z \frac{\frac{ds_A}{d\varphi_1} \cos \varphi_1 - (z_0 + s_A) \sin \varphi_1}{\sqrt{(z_0 + s_A)^2 + \left(\frac{ds_A}{d\varphi_1}\right)^2}} \quad (2.99)$$

Повинна 2. Кулачковий механізм другого типу з роликівним штовхачем.

Для кулачкового механізму (рис. 2.18) визначимо рівняння теоретичного профілю в полярній формі..

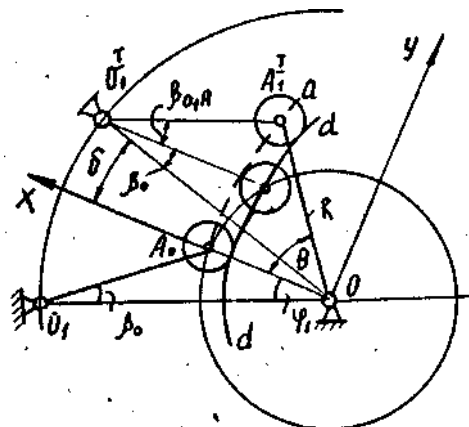


Рис. 2.18

Знайдемо радіус-вектор R теоретичного профілю кулачка та полярний кут θ . У $\triangle O_1 A_1 O$:

$$R = \sqrt{l_{0,A}^2 + l_{0,0}^2 - 2 l_{0,A} l_{0,0} \cos(\beta_0 + \beta_{0,A})}, \quad (2.100)$$

$$R \cos(\theta - \delta) = l_{0,0} - l_{0,A} \cos(\beta_0 + \beta_{0,A}); \quad (2.101)$$

$$R \sin(\theta - \delta) = l_{0,A} \sin(\beta_0 + \beta_{0,A}). \quad (2.102)$$

Розв'язуючи сумісно рівняння (2.101), (2.102), одержимо

$$\theta - \delta = \arctg \frac{l_{0,A} \sin(\beta_0 + \beta_{0,A})}{l_{0,0} - l_{0,A} \cos(\beta_0 + \beta_{0,A})}. \quad (2.103)$$

З трикутника OA_0O_1 на базі теореми синусів маємо

$$\varphi_1 - \delta = \arcsin \left(\frac{\ell_{0,1A}}{z_0} \sin \beta_0 \right). \quad (2.104)$$

Виключивши з формул (2.103) і (2.104) кут δ , дістанемо

$$\theta = \varphi_1 + \operatorname{arctg} \frac{\ell_{0,1A} \sin(\beta_0 + \beta_{0,1A})}{\ell_{0,0} - \ell_{0,1A} \cos(\beta_0 + \beta_{0,1A})} - \arcsin \left(\frac{\ell_{0,1A}}{z_0} \sin \beta_0 \right).$$

Вираз для координат теоретичного профілю має вигляд

$$X = R \cos \theta; \quad (2.105)$$

$$y = R \sin \theta. \quad (2.106)$$

Координати дійсного профілю dd кулачка знайдемо, використавши формули (2.94) і (2.95):

$$X_d = R \cos \theta \pm z \frac{\frac{dR}{d\varphi_1} \sin \theta + R \frac{d\theta}{d\varphi_1} \cos \theta}{\sqrt{\left(\frac{dR}{d\varphi_1}\right)^2 + R^2 \left(\frac{d\theta}{d\varphi_1}\right)^2}}; \quad (2.107)$$

$$y_d = R \sin \theta \pm z \frac{\frac{dR}{d\varphi_1} \cos \theta - R \frac{d\theta}{d\varphi_1} \sin \theta}{\sqrt{\left(\frac{dR}{d\varphi_1}\right)^2 + R^2 \left(\frac{d\theta}{d\varphi_1}\right)^2}}. \quad (2.108)$$

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Назвіть етапи проектування кулачкових механізмів.
2. При яких законах руху штовхача виникають м'які та жорсткі удари?
3. Як впливає кут передачі на роботу кулачкового механізму?
4. Як впливає збільшення або зменшення величини допустимого кута передачі на габарити кулачкового механізму?
5. У чому полягає графічний спосіб побудови профілю плоских кулачків?

Л і т е р а т у р а

- Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин. М., 1975.
Заслонский К.И., Белоконов К.М., Шейн Б.М. Теория механизмов и машин. К., 1989.

Один В.А., Петрокас П.В. Теория механизмов и машин. М., 1977.

2.3. Синтез зацеплень плоских зубчастих передач з круглими колесами

2.3.1. Основна теорема зацеплення

Плоскі зубчасті передачі з круглими колесами забезпечують обертальний рух із постійним передаточним відношенням. Це досягається вибором для профілів зубців спеціальних кривих.

Геометричні умови, яким мусять відповідати ці криві, визнаються основною теоремою зацеплення.

Спільна нормаль до стичних профілів зубців ділить між собою відстань на частини, обернено пропорційні кутовим швидкостям зубчастих коліс.

Доведемо цю теорему.

Нехай у даний момент у точці M стикаються профілі зубців двох коліс, що обертаються навколо осей O_1 і O_2 з кутовими швидкостями ω_1 і ω_2 (рис. 2.19). Спільна нормаль nn до профілів зубців перетинає між собою відстань O_1O_2 в точці P .

Визначимо величини швидкостей точки M у системі першого та другого коліс:

$$\vec{v}_{M1} = \omega_1 \cdot \vec{r}_{M1}; \quad (2.109)$$

$$\vec{v}_{M2} = \omega_2 \cdot \vec{r}_{M2}. \quad (2.110)$$

Проекції швидкостей $\vec{v}_{M1}$ і $\vec{v}_{M2}$ на спільну нормаль мусять бути рівними, оскільки інакше зубці або втілюються один в одного, або роз'єднуються:

$$v_{M1} \cos \alpha_1 = v_{M2} \cos \alpha_2, \quad (2.111)$$

або

$$\omega_1 r_{M1} \cos \alpha_1 = \omega_2 r_{M2} \cos \alpha_2, \quad (2.112)$$

де α_1 і α_2 - кути, утворені векторами $\vec{v}_{M1}$ і $\vec{v}_{M2}$ зі спільною нормаллю.

Проведемо з точок O_1 і O_2 перпендикуляри до спільної нормалі.

Величини цих перпендикулярів відповідно дорівнюють:

$$O_1a_0 = r_{M1} \cos \alpha_1; \quad (2.113)$$

$$O_2 B_0 = z_{m2} \cos \alpha_2. \quad (2.114)$$

З урахуванням виразів (2.113) і (2.114) рівняння (2.112) переписується так: $\omega_1(O_1 a_0) = \omega_2(O_2 B_0)$,
або

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 B_0}{O_1 a_0}. \quad (2.115)$$

Оскільки трикутники $O_1 a_0 p$ і $O_2 B_0 p$ подібні, то

$$\frac{O_2 B_0}{O_1 a_0} = \frac{O_2 p}{O_1 p}. \quad (2.116)$$

Порівнюючи формули (2.115) і (2.116), наприкінці дістанемо

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2 p}{O_1 p}, \quad (2.117)$$

що й потрібно було довести.

Наслідок: для одержання постійного передаточного відношення стичні профілі зубців мають бути окресленими такими кривими, щоб в який завгодно момент їх контакту спільна нормаль до них проходила через точку p на лінії осей, яку називають полюсом зачеплення.

2.3.2. Евольвента кола

Евольвентою кола називається крива, яку описує точка прямої лінії, що котиться по колу без ковзання.

Коло, по якому котиться пряма, називається основним колом, а сама пряма - відтворюючою прямою.

Основне коло - еволюта, тобто геометричне місце центрів кривини евольвенти. Радіус основного кола позначається літерою r_b . На рис. 2.20 показано дві еквідистантні евольвенти, описані точками M і M_1 прямої Ma_0 при її коченні без ковзання по основному колу.

2.3.2.1. Основні властивості евольвенти кола:

I. Нормаль до евольвенти в будь-якій точці дотична до основного кола (Ma_0 - нормаль до евольвенти в точці M).

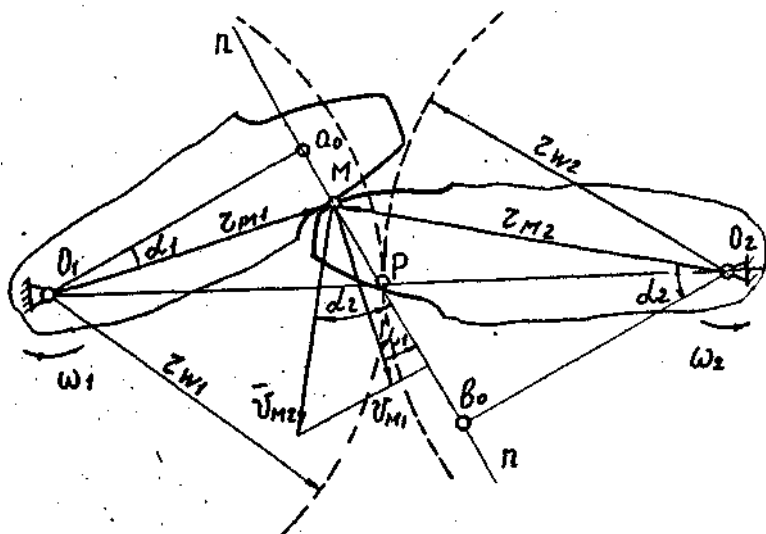


Рис. 2.19

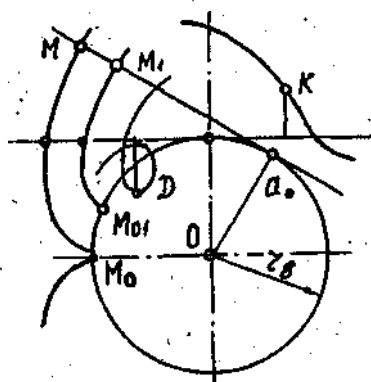


Рис. 2.20

ні відносно прямої M_0O .

Крім розглянутої звичайної (нормальної) евольвенти розрізняють подовжену та скорочену евольвенти. Ці евольвенти утворюються точками, що незмінно зв'язані з відтворюючою прямою,

2. Радіус кривини евольвенти в будь-якій точці дорівнює довжині дотичної до основного кола, проведеної з цієї точки ($\rho_M = M\alpha_0$).

3. Відстань за нормаллю між двома еквідистантними евольвентами дорівнює довжині меншої дуги основного кола між точками звороту:

$$\overline{MM_1} = \overline{M_0M_{01}}. \quad (2.118)$$

4. Евольвента має дві вітки, симетричні відносно прямої, яка проходить через центр основного кола та точку звороту. На рис. 2.20 показано вітки евольвенти, симетричні відносно прямої M_0O .

але містяться зовні від неї. Точка D (рис. 2.20) утворилася по-
довжену евольвенту, точка K - скорочену евольвенту.

2.3.2.2. Параметричні рівняння евольвенти кола в полярних координатах

Полярними координатами довільної точки M евольвенти ко-
ла (рис. 2.21) є евольвентний кут θ_y і радіус-вектор z_y .
Менший кут α_y між дотичною tt до евольвенти в точці, що
розглядається, та радіусом-вектором цієї точки називається
кутом профілю. Зрозуміло, що $\angle MOA_0 = \alpha_y$.

Вираз евольвентного кута θ_y визначається з умови кочен-
ня відтворюючої прямої по основному колу:

$$\widetilde{M_0 A_0} = M A_0. \quad (2.119)$$

Тоді

$$z_g (\theta_y + \alpha_y) = z_g \operatorname{tg} \alpha_y, \quad (2.120)$$

Тригонометрична функція $\operatorname{tg} \alpha_y - \alpha_y$
називається евольвентною функцією
і скорочено позначається $\operatorname{inv} \alpha_y$
(інволюта α_y). Тоді рівність
(2.120) можна записати також у ви-
гляді

$$\theta_y = \operatorname{inv} \alpha_y. \quad (2.121)$$

Евольвентні функції часто ви-
користовують у розрахунках зубчастих передач. Чисельні значен-
ня евольвентних функцій містяться в таблицях технічних довід-
ників. Вираз для радіуса-вектора z_y одержують з трикутника
 OA_0M :

$$z_y = \frac{z_g}{\cos \alpha_y}. \quad (2.122)$$

Залежності (2.120) і (2.122) - це рівняння евольвенти в
полярних координатах із параметром α_y . Радіус кривини еволь-
венти дорівнює

$$\rho_y = z_g \operatorname{tg} \alpha_y. \quad (2.123)$$

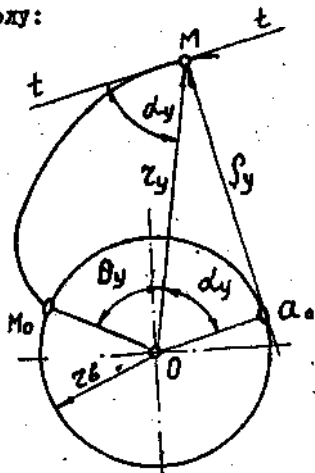


Рис. 2.21

З формули (2.123) маємо, що при збільшенні кута профілю α_y та радіуса основного кола r_g зростає й радіус кривини евольвенти ρ_y . Якщо $r_g = \infty$, радіус кривини евольвенти $\rho_y = \infty$ і евольвента перетворюється в пряму лінію, перпендикулярну до відтворючої прямої.

2.3.3. Задоволення евольвентними профілями зубців наслідку з основної теореми зачеплення

Доведемо, що коли профілі зубців окреслені евольвентами кола, то передача обертання відбуватиметься з постійним передаточним відношенням, тобто задовольнятиметься наслідок з основної теореми зачеплення.

Нехай O_1 і O_2 — осі обертання зубчастих коліс (рис. 2.22).

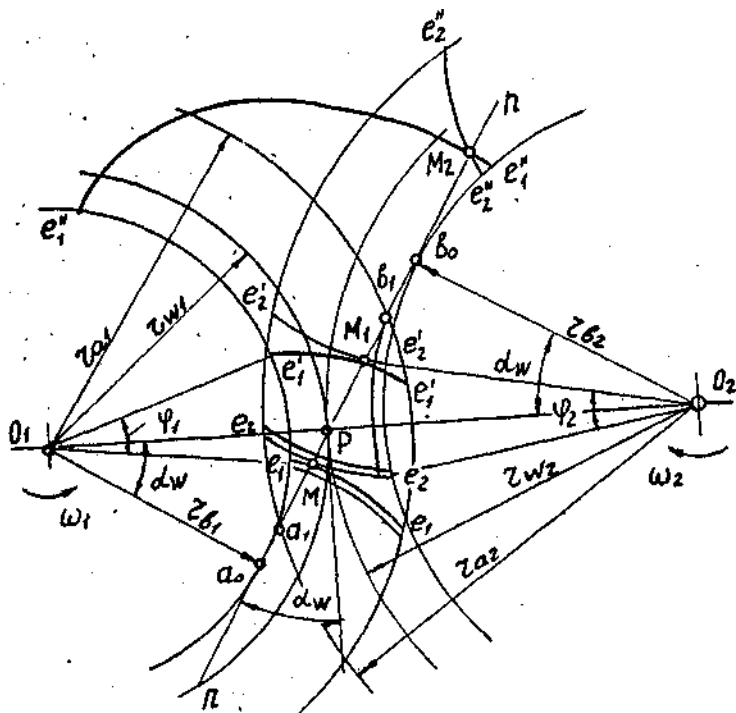


Рис. 2.22

Поділимо лінію O_1O_2 точкою P на частини, обернено пропорційні кутовим швидкостям ω_1 і ω_2 . Радіусами $z_{w_1} = O_1P$ і $z_{w_2} = O_2P$ опишемо початкові кола.

Через точку P під довільним кутом до лінії O_1O_2 проведемо пряму pp . З точок O_1 і O_2 опустимо перпендикуляри O_1a_0 та O_2b_0 до лінії pp і радіусами O_1a_0 і O_2b_0 опишемо кола. Ці кола беремо за основні кола зубчастих коліс ($z_{\beta_1} = O_1a_0$, $z_{\beta_2} = O_2b_0$), пряму pp — за відтворюючу пряму.

Візьмемо на прямій pp між точками a_0 і b_0 точку M . При коченні прямої pp по основному колу першого колеса точка M опише евольвенту e_1e_1 , при коченні прямої pp по основному колу другого колеса — евольвенту e_2e_2 . Приймаємо ці евольвенти за дотичні профілі зубців, що обмежуються колами вершин радіусів z_{a_1} і z_{a_2} (див. рис. 2.22). У цей момент евольвенти e_1e_1 і e_2e_2 стикаються в точці M і мають спільну нормаль a_0Mb_0 (див. рис. 2.22), яка ділить лінію осей O_1O_2 на частини, обернено пропорційні кутовим швидкостям, тобто

$$u_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{O_2P}{O_1P}. \quad (2.124)$$

Нехай за час t перше колесо повернеться на кут φ_1 , а друге — на кут φ_2 . Профілі зубців коліс у новому положенні мають контакт у точці M_1 , яка також буде знаходитись на лінії pp , оскільки в іншому випадку стичні евольвенти не мали б спільної нормалі в точці стикання. Але якщо точка M_1 лежить на прямій pp , яка є нормаллю до евольвентних профілів зубців у їх новому положенні, то, таким чином, для нового положення зберігається попереднє передаточне відношення. Оскільки проміжок часу t узятو довільно, то можна стверджувати, що в будь-який момент часу евольвентні профілі зубців (див. рис. 2.22) забезпечуватимуть рух з постійним передаточним відношенням, тобто задовольняти наслідок з основної теореми зачеплення. Евольвентні профілі зубців можуть дотигатися один до одного тільки в межах ділянки a_0b_0 (див. рис. 2.22), оскільки пряма pp і буде спільною нормаллю до евольвент обох коліс лише між точками a_0 і b_0 .

Ділянка a_0b_0 називається граничною ділянкою лінії зачеплення, а точки a_0 і b_0 — граничними точками лінії зачеплення; за межами ділянки a_0b_0 евольвенти перетинаються (див. положення евольвент e_1^I, e_1^{II} та e_2^I, e_2^{II} на рис. 2.22).

Величини радіусів вершин зубців z_{a_1} і z_{a_2} (див. рис. 2.22) необхідно призначати такими, щоб кола вершин перетинали лінію зачеплення в межах ділянки a_0b_0 . Ділянка лінії зачеплення a_1b_1 , що міститься між колами вершин зубців, називається активною ділянкою лінії зачеплення (майже завжди $a_1b_1 < a_0b_0$).

Ділянки профілів зубців, що беруть участь у зачепленні, називаються активними профілями зубців (на рис. 2.22 вони відмічені подвійними лініями).

Кут між лінією зачеплення та перпендикуляром до лінії осей коліс називається кутом зачеплення α_w .

Співвідношення між радіусом початкового та основного кіл визначається виразом

$$z_w = \frac{z_b}{\cos \alpha_w} \quad (2.125)$$

2.3.4. Зачеплення зубчастого колеса із зубчастою рейкою

Нехай радіус початкового кола другого колеса (див. рис. 2.22) збільшується та прямує до нескінченності:

$$z_{w_2} \rightarrow \infty, \text{ а тому } z_{b_2} = z_{w_2} \cos \alpha_w \rightarrow \infty.$$

Тоді радіус кривини в будь-якій точці евольвентного профілю зубця другого колеса $\rho_{y_2} = z_{b_2} \operatorname{tg} \alpha_y \rightarrow \infty$ і евольвента e_2, e_2 перетворюється в пряму лінію, перпендикулярну до лінії зачеплення nn (див. рис. 2.22). Це означає, що друге зубчасте колесо перетворюється в зубчасту рейку, в якій усі кола замінені прямими лініями, а контур зубця має вигляд рівнобічної трапеції. Ця рейка називається робочою. Зачеплення зубчастого колеса з робочою рейкою називається рейковим зачепленням (рис. 2.23).

Лінія зачеплення має тут одну граничну точку a_0 . У рейковій передачі початкове коло першого колеса котиться без ковзання по початковій прямій рейки, при цьому евольвентний профіль e_1, e_1 зубця колеса огинає прямолінійний профіль e_2, e_2 рей-

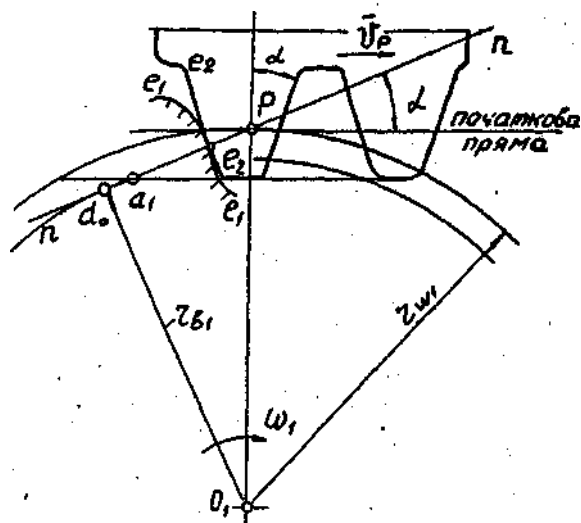


Рис. 2.23

ки. Властивість взаємного огинання прямолінійного та евольвентного профілів використовується при нарізуванні зубців. (рис. 2.24). Рейкова передача перетворює обертальний рух колеса з кутовою швидкістю ω у поступальний рух рейки зі швидкістю v_p (або навпаки):

$$v_p = \omega_1 z_{w1} \quad (2.126)$$

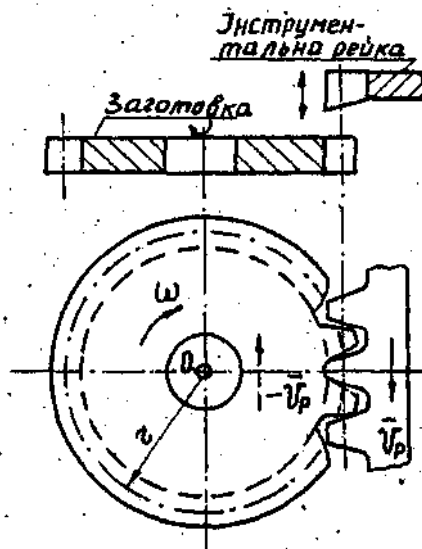


Рис. 2.24

2.3.5. Деякі відомості про методи та інструменти, що застосовуються при формуванні зубців зубчастих коліс

Розрізняють два методи формування зубців зубчастих коліс: метод обкочування і метод копіювання.

Метод обкочування – основний метод виготовлення зубців. Цим методом нарізають зубці: інструментальними рейками – на зубофрезерних верстатах, черв'ячними фрезами – на зубофрезерних верстатах, довбачами – на субодовбальних верстатах.

Розглянемо використання методу обкочування при нарізуванні зубців інструментальною рейкою (рис. 2.24). За методом обкочування заготовка та ріжучий інструмент мають такий самий відносний рух, як зубчасте колесо та зубчаста рейка, що знаходиться у правильному зачепленні, тобто заготовка мусить обертатися з кутовим швидкістю ω , а інструментальна рейка – рухатися поступально зі швидкістю $\bar{v}_p$.

Таким чином, при нарізуванні зубців взаємодія інструмента з заготовкою є процесом зачеплення, що називається верстатним зачепленням.

Відносний рух інструментальної рейки та заготовки не зміниться, якщо за інструментальною рейкою залишити переміщення вздовж осі заготовки (різання, холостий хід), а обкочування проводити за рахунок надання осі заготовки швидкості ($-\bar{v}_p$) (див. рис. 2.24), зберігаючи обертальний рух із швидкістю ω . Тоді в процесі нарізання зубців початкове коло заготовки обкочуватиметься без ковзання по початковій прямій інструментальної рейки. Початкове коло заготовки у верстатному зачепленні називається діляльним колом (радіус і діаметр його позначаються r і d). Крок діляльного кола дорівнює кроку інструментальної рейки – p . Нехай z – кількість зубців колеса, що нарізується, тоді

$$\pi d = pz \quad (2.127)$$

$$d = \frac{p}{\pi} z. \quad (2.128)$$

Для зручності розрахунків і вимірювання зубчастих коліс діаметри коліс задають раціональними числами, тому за основний

параметр беруть не крок p , а відношення $p/\pi = m$.

Величина m називається модулем. Модулі стандартизовані та покладені в основу виразів усіх геометричних розмірів зубчастих коліс.

Формула (2.128) набуває вигляду

$$d = mz. \quad (2.129)$$

Вираз (2.129) характеризує фізичний сенс модуля $m = \frac{d}{z}$, тобто модуль показує, скільки міліметрів діаметра діляльного кола припадає на один зубець (діаметральний крок).

Згідно з формулою (2.129) діляльне коло можна визначити як коло, для якого модуль має стандартну величину. Як базовий для визначення форм і розмірів зубців зубчастих коліс прийнято контур рейки, що називається початковим контуром (рис. 2.25). Параметри початкового контуру:

кут профілю початкового контуру $\alpha = 20^\circ$; висота головки зубця $h_a = h_a^* m$, коефіцієнт висоти головки зубця $h_a^* = 1$; радіальний зазор $C = C^* m$, коефіцієнт радіально-го зазора $C^* = 0,25$, радіус кривини перехідної кривої $\rho_f = \rho_f^* m$, коефіцієнт радіуса кривини перехідної кривої $\rho_f^* = 0,4$.

При цьому висота зубця

$$h = (2 h_a^* + C^*) m = 2,25 m.$$

Початковий відтворюючий контур (початковий контур інструментальної рейки) відрізняється від початкового контуру робочої рейки (див. рис. 2.25) більшою на $C^* m$ висотою зубця. Це необхідно для одержання радіального зазора з зачепленні нарізаних коліс. Пряма рейка, що перпендикулярна до осей симетрії зубців та на якій товщина зубця дорівнює ширині западини, називається

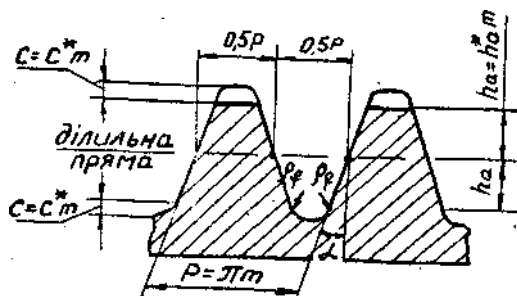


Рис. 2.25

діляльною прямою. Діляльна пряма ділить зубець відтворючого контуру по висоті на дві однакові частини.

У процесі нарізання зубців прямолінійні частини профілів зубців рейки формують евольвентні частини профілів зубців колеса.

Дуга, які округляють вершини зубців інструмента, утворюють перехідні криві, що з'єднують коло западин з евольвентними частинами профілів зубців колеса. Інструментальна рейка - найпростіший та найточніший зубонарізний інструмент. Однією інструментальною рейкою можна виготовити зубчасті колеса даного модуля з різним числом зубців z .

$$\text{Оскільки } v_p = z \omega = \frac{m z}{2} \omega \quad (\text{див. рис. 2.24),}$$

то

$$z = \frac{2 v_p}{m \omega}. \quad (2.130)$$

Але число зубців колеса, що нарізується, звичайно більше числа зубців інструментальної рейки, тому процес обкатки не може бути безперервним - необхідна перестановка заготовки після її повного переміщення відносно інструментальної рейки.

Для того, щоб зробити процес обкочування безперервним, використовують черв'ячні фрези. Черв'ячна фреза належить до рейкових інструментів. В осьовому перерізі вона має профіль рейки (рис. 2.26). Різання тут відбувається при обертовому русі фрези, яке еквівалентне поступальному переміщенню рейки відносно заготовки.

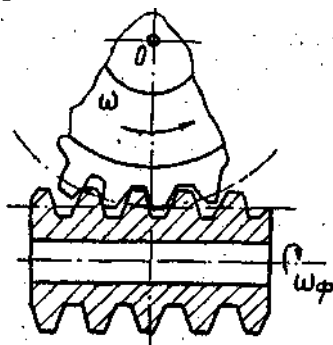


Рис. 2.26

Колесо, що нарізається, обертається навколо своєї осі. Щоб нарізувати зубці по всій ширині зубчастого вінця, фреза крім обертання мусить одержувати подачу вздовж осі заготовки. Схему нарізання зубців довбачем зображено на рис. 2.27. Довбач - це інструментальне колесо з евольвентними профілями зубців. Він здійснює зворотно-поступальний рух вздовж осі заготовки (хід довбання та холостий

хід). Крім того, довбачу та заготовці задають обертальні рухи - обточування з тим самим відношенням кутових швидкостей, якби довбач і колесо знаходилися у правильному зачепленні:

$$\frac{\omega_0}{\omega} = \frac{z}{z_0}, \quad (2.131)$$

де ω_0 і ω - кутові швидкості довбача та колеса, що нарізується; z_0 і z - числа зубців довбача та колеса.

Одним довбачем можна нарізувати колеса даного модуля з різним числом зубців:

$$z = z_0 \frac{\omega_0}{\omega}.$$

Зубодовбання використовується для виготовлення коліс як із зовнішніми, так і з внутрішніми зубцями.

До методу копіювання відноситься виготовлення зубців зубчастих коліс фрезеруванням фасонними фрезами, протягуванням, штампуванням, литтям.

Розглянемо процес виготовлення зубців коліс фрезеруванням. Профілі зубців фрези (рис. 2.28) відповідають профілям западини колеса, що нарізується (тобто відбувається копіювання на колесі). Фрезі задають обертальний рух.

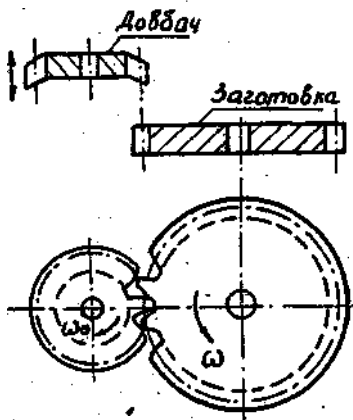


Рис. 2.27

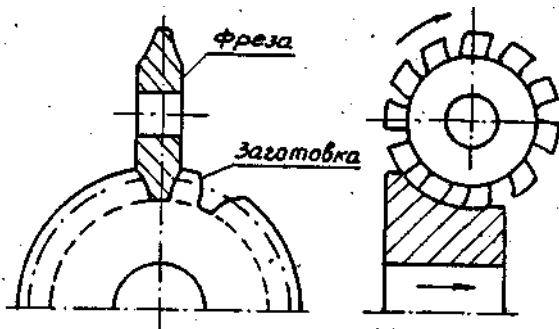


Рис. 2.28

заготовці - поступальний - вздовж своєї осі. Після обробки однієї заготовки заготовка повертається в початкове положення, і виконується поворот на кут $\frac{360^\circ}{Z}$. Потім фрезеруються наступні заготовки.

Розглянутий метод виготовлення зубчастих коліс простий та дешевий. Він не потребує використання спеціальних зуборізних верстатів - нарізування зубців може виконуватися на звичайному фрезерному верстаті з ділильною головкою. Але формування зубців фасонними фрезами не знайшло поширеного використання, бо має суттєві недоліки. Ріжучий інструмент має криволінійний профіль, подібний його виготовлення переносяться на колесо, що нарізується. Необхідно мати великий асортимент фрез, оскільки евольвентні профілі зубчастих коліс однакового модуля m , але з різним числом зубців мають різну кривину. Практично використовують обмежений набір фрез, що допускає свідому неточність профілів зубців коліс. Процес нарізування зубців фасонними фрезами відрізняється низькою продуктивністю. Протяжки, штампи, ливарні форми виготовляють для кожного колеса. Їх використання продуктивне, але з економічної точки зору доцільне тільки в серійному виробництві.

2.3.6. Види зубчастих коліс, нарізаних інструментальною рейкою

При нарізанні зубців інструментальна рейка може розміщуватися ближче до центра заготовки або подалі від нього. Положення інструментальної рейки, при якому її ділильна пряма дотикається до ділильного кола заготовки, називається номінальним положенням. Якщо інструментальна рейка розташована так, що її ділильна пряма не дотикається до ділильного кола заготовки, то таке положення інструментальної рейки називається зміщенням. Відстань за нормаллю між ділильним колом колеса, що нарізується, та ділильною прямою початкового відтворюючого контуру називається зміщенням (B).

Відношення зміщення до модуля називається коефіцієнтом зміщення (X):

$$X = \frac{B}{m} \quad (2.132)$$

Зміщенню надається визначений знак. Якщо дільна пряма початкового відтворюючого контуру не перетинає дільне коло заготовки та не дотикається до нього (рис. 2.29,б), зміщення вважають позитивним ($x > 0$), якщо дільна пряма перетинає дільне коло (2.29,в) - негативним ($x < 0$); за номінальним положенням початкового відтворюючого контуру зміщення дорівнює нулю ($x = 0$) (рис. 2.29,а). Залежно від величини та знаку коефіцієнта зміщення можуть бути виготовлені колеса з різними розмірами зубців, різною кривиною профілів, при однакових значеннях модуля та кількості зубців.

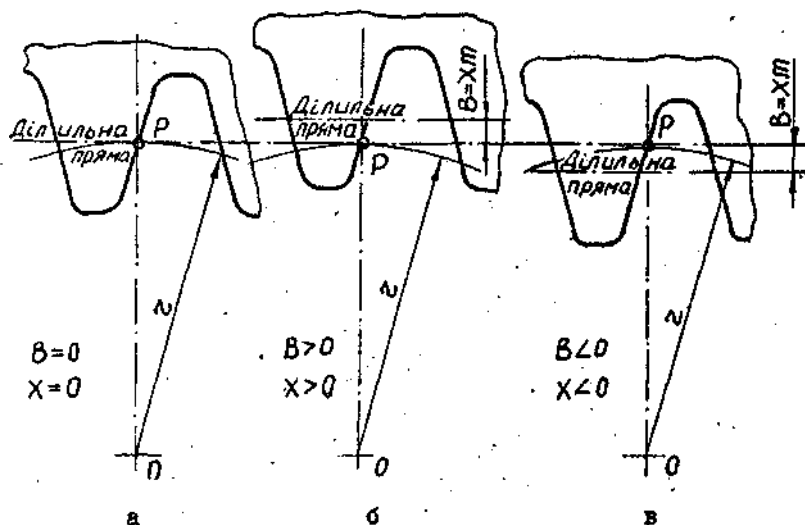


Рис. 2.29

Якщо інструментальна рейка в процесі формування зубців має номінальне положення, то колесо, що нарізується, називається нульовим ($X = 0$). Зубчасте колесо, виготовлене за умовою $X > 0$, називається позитивним, зубчасте колесо, одержане за умовою $X < 0$, - негативним

2.3.7. Підріз зубців

Якщо пряма вершин зубчастої рейки перетинає лінію зачеплення за точкою A_0 (рис. 2.30), то прямолінійний контур рейки та евольвентний профіль колеса перетинаються (див. підрозд. 2.3.4).

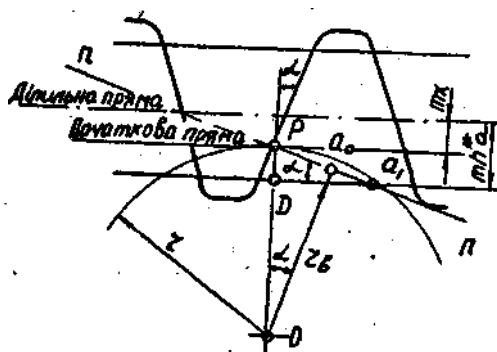


Рис. 2.30

У верстатному зачепленні при перетинанні евольвентного профілю колеса ріжучим профілем відтворюючого початкового контуру зрізається частина зубця колеса. Це явище називається підрізом зубців. Підріз ослаблює ніжку зубця та зменшує евольвентну частину профілю. Визначимо кількість зубців z ,

за якими не буде підрізу.

Умова відсутності підрізу зубців має вигляд

$$ra_0 \geq ra_1 \quad (2.133)$$

З Δpa_0 маємо

$$pa_0 = z \sin \alpha = \frac{mz}{2} \sin \alpha; \quad (2.134)$$

а з Δpa_1

$$pa_1 = \frac{rD}{\sin \alpha} = \frac{(ha^* - x)m}{\sin \alpha} \quad (2.135)$$

Підставляючи вирази (2.134) і (2.135) в умову (2.133), одержимо розв'язок відносно z :

$$z \geq \frac{2(ha^* - x)}{\sin^2 \alpha} \quad (2.136)$$

Якщо $x = 0$, то з нерівності (2.136) маємо формулу для визначення найменшої кількості зубців нульового колеса, які можна нарізувати рейковим інструментом без підрізу:

$$z_{\min} = \frac{2ha^*}{\sin^2 \alpha} \quad (2.137)$$

У формулу (2.136) коефіцієнт зміщення x необхідно підставляти зі своїм знаком.

Якщо $h_a^* = 1,0$, $\alpha = 20^\circ$, то $z_{\min} = 17$.

Для запобігання підрізу колеса з кількістю зубців $z < z_{\min}$ мусять бути позитивними. Визначимо коефіцієнт зміщення, при якому відсутній підріз зубців.

Відповідно до умови (2.133) можна записати

$$\frac{z}{2} \sin^2 \alpha \geq h_a^* - x. \quad (2.138)$$

Підставляючи у формулу (2.138) вираз $\sin^2 \alpha$ з рівняння (2.137), одержимо рішення відносно x :

$$x \geq h_a^* \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}. \quad (2.139)$$

Переходячи до коефіцієнта найменшого зміщення $x_{\min}$, маємо

$$x_{\min} = h_a^* \frac{z_{\min} - z}{z_{\min}}. \quad (2.140)$$

Якщо $h_a^* = 1,0$, і $z_{\min} = 17$,

$$\text{то} \quad x_{\min} = \frac{17 - z}{17}. \quad (2.141)$$

2.3.8. Геометричний розрахунок зубчастих передач, колеса яких нарізані інструментальною рейкою

Зубчасті колеса, нарізані інструментальною рейкою, можуть утворювати три види передач: позитивну, коли коефіцієнт суми зміщень додатний: $X_z = (X_1 + X_2) > 0$; негативну, коли $X_z < 0$; нульову, коли $X_z = 0$. Позитивна передача може складатись: з двох позитивних коліс; з одного позитивного, а другого нульового; з одного позитивного, а другого негативного (якщо додатний коефіцієнт зміщення за абсолютною величиною більше від'ємного).

У негативну передачу можуть входити: два негативних колеса; одне негативне, а друге нульове; одне негативне, а друге позитивне (якщо від'ємний коефіцієнт зміщення за абсолютною величиною більше додатного).

Нульова передача може бути утворена двома нульовими колесами або позитивним і негативним, з чисельно однаковими коефі-

ціентами зміщення. Загальні залежності для геометричного розрахунку цих зубчастих передач одержимо, розглянувши геометричний розрахунок позитивної передачі, що складається з двох позитивних коліс.

Радіус діляльного кола [див. формулу (2.129)] дорівнює

$$z = \frac{m z}{2}. \quad (2.142)$$

Радіус основного кола визначимо з $\Delta p_0 O$ (рис. 2.31):

$$z_g = z \cos \alpha = \frac{m z}{2} \cos \alpha. \quad (2.143)$$

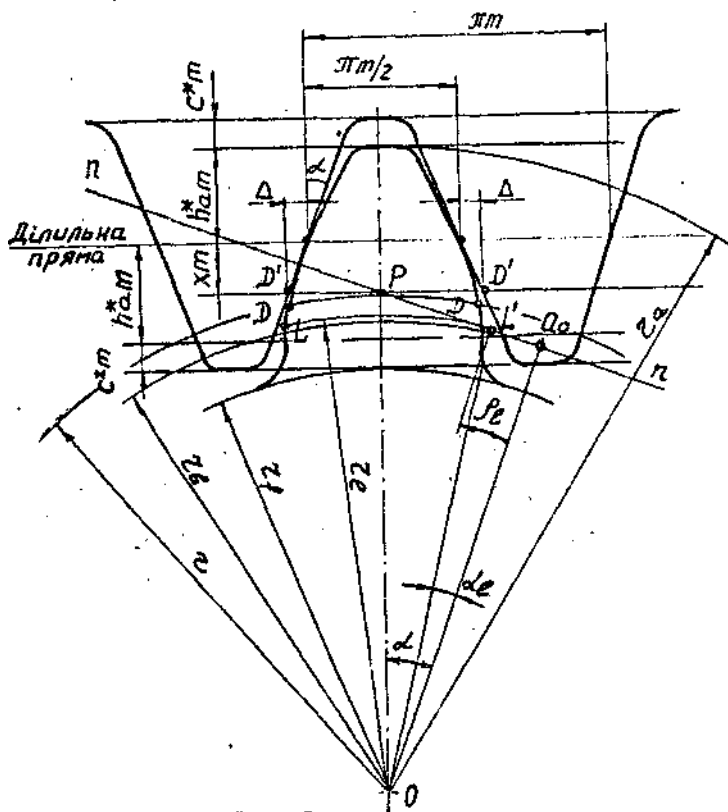


Рис. 2.31

Положення граничної точки L профілю зуба (спільної точки евольвентної частини профілю та перехідної кривої (рис. 2.31) визначається радіусом $z_L = \sqrt{\rho_L^2 + z_g^2}$:

$$\rho_L = a_0 L' = z_g \operatorname{tg} \alpha_L, \quad (2.144)$$

де α_L - кут профілю зуба в точці L :

$$\operatorname{tg} \alpha_L = \frac{a_0 L'}{z_g} = \frac{a_0 p - p L'}{z_g} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{(h_a^* - x)m}{z_g \sin \alpha}. \quad (2.145)$$

Тоді

$$\rho_L = z_g \operatorname{tg} \alpha - \frac{(h_a^* - x)m}{\sin \alpha} = \frac{m z}{2} \sin \alpha - \frac{(h_a^* - x)m}{\sin \alpha}. \quad (2.146)$$

Западини між зубцями колеса нарізуються кромками вершин зубців інструментальної рейки, при цьому при всіх послідовних положеннях рейки пряма вершин початкового відтворюючого контуру дотична до кола западини колеса, що нарізується.

Відповідно до рис. 2.31 радіус кола западини дорівнює

$$z_f = z - h_a^* m - c^* m + x m = m \left(\frac{z}{2} - h_a^* - c^* + x \right). \quad (2.147)$$

Товщина зубця по дузі діляльного кола $s = \overset{\sim}{DD}$ дорівнює ширині западини $e = D'D'$ на початковій прямій інструментальної рейки (рис. 2.31), оскільки у верстатному рейковому зачепленні діляльне коло колеса обкочується без ковзання по початковій прямій рейки (див. підрозд. 2.3.5):

$$s = e = \frac{\pi m}{2} + 2 \Delta = \frac{\pi m}{2} + 2 x m \operatorname{tg} \alpha. \quad (2.148)$$

Товщину зубця s_y по дузі кола довільного радіуса встановимо згідно з рис. 2.32:

$$s_y = 2 z_y \psi_y = 2 z_y (\psi + \theta - \theta_y) = 2 z_y \left(\frac{s}{2z} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_y \right). \quad (2.149)$$

$$\text{де } \alpha_y = \arccos \frac{z_g}{z_y}.$$

Кут зачеплення α_w визначимо з умови щільного зачеплення

зубців двох зубчастих коліс, тобто товщина зубців за початковим колом одного колеса мусить дорівнювати ширині западини за початковим колом другого колеса:

$$S_{w1} + S_{w2} = p_w. \quad (2.150)$$

де S_{w1} і S_{w2} - товщини зубців за початковими колами коліс;
 p_w - крок за початковим колом.

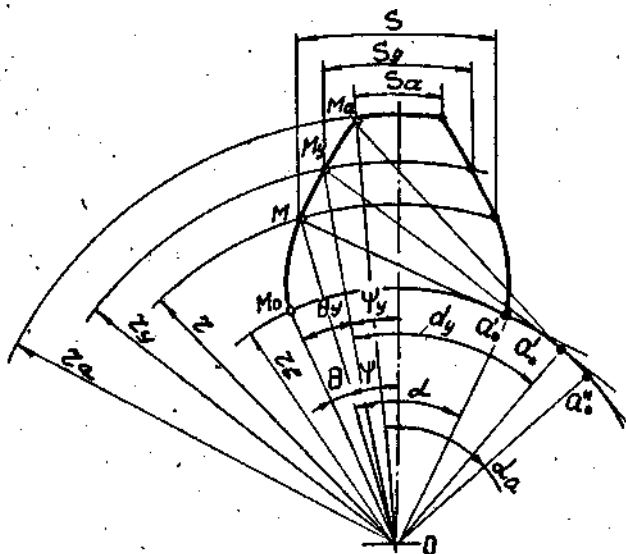


Рис. 2.32

Відповідно до формули (2.149)

$$S_{w1} = 2z_{w1} \left(\frac{S_1}{2z_1} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_w \right), \quad (2.151)$$

$$S_{w2} = 2z_{w2} \left(\frac{S_2}{2z_2} + \text{inv} \alpha - \text{inv} \alpha_w \right). \quad (2.152)$$

Крок за початковим колом дорівнює

$$p_w = \frac{2\pi z_{w1}}{z_1} = \frac{2\pi z_{w2}}{z_2}.$$

Тоді залежність (2.150) набуває такого вигляду:

$$2z_{w1} \left(\frac{s_1}{2z_1} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right) + 2z_{w2} \left(\frac{s_2}{2z_2} + \operatorname{inv} \alpha - \operatorname{inv} \alpha_w \right) = \frac{2\pi z_{w1}}{z_1}. \quad (2.153)$$

Беручи до уваги, що $z_{w2} = z_{w1} \frac{z_2}{z_1}$, $z_2 = z_1 \frac{z_2}{z_1}$, та розв'язавши рівняння (2.153) відносно α_w , одержимо

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \frac{(s_1 + s_2) z_1 - 2\pi z_1}{2z_1(z_1 + z_2)} + \operatorname{inv} \alpha. \quad (2.154)$$

Але $s_1 = \frac{\pi m}{2} + 2x_1 m \operatorname{tg} \alpha$, $s_2 = \frac{\pi m}{2} + 2x_2 m \operatorname{tg} \alpha$ (див. формулу (2.148)),

$$z_1 = \frac{m z_1}{2}.$$

Підставляючи вирази s_1 , s_2 , z_1 у рівняння (2.154), наприкінці матимемо

$$\operatorname{inv} \alpha_w = \frac{2(x_1 + x_2) \operatorname{tg} \alpha}{z_1 + z_2} + \operatorname{inv} \alpha. \quad (2.155)$$

Аналіз виразу (2.155) показує, що для позитивної передачі $\alpha_w > \alpha$, для негативної — $\alpha_w < \alpha$ і для нульової — $\alpha_w = \alpha$.

Радіус початкового кола відповідно до формули (2.125) визначається виразом

$$z_w = \frac{z_\beta}{\cos \alpha_w},$$

але $z_\beta = z \cos \alpha$ [див. формулу (2.143)], і тоді

$$z_w = z \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w} = \frac{m z}{2} \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_w}. \quad (2.156)$$

У нульовій передачі міжосьова відстань a дорівнює сумі радіусів діляльних кіл і називається діляльною міжосьовою відстанню:

$$a = z_1 + z_2 = \frac{m}{2} (z_1 + z_2). \quad (2.157)$$

стань

$$a'_w = \frac{mz_1}{2} + \frac{mz_2}{2} + (x_1 + x_2)m = a + (x_1 + x_2)m. \quad (2.160)$$

Але між боковими поверхнями зубців є зазор. Щоб одержати передачу, яка не матиме базового зазора, необхідно осі зубчастих коліс наблизити одну до одної.

Таким чином, міжосьова відстань передачі сприймає частину суми зміщень $(x_1 + x_2)m = x_2 m$. Різниця $a_w - a$ називається сприйманим зміщенням. Відношення сприйманого зміщення до модуля називається коефіцієнтом сприйманого зміщення:

$$\psi = \frac{a_w - a}{m}. \quad (2.161)$$

Величина, на яку необхідно наблизити осі коліс для того, щоб усунути боковий зазор між зубцями, називається зрівняльним зміщенням $-\Delta\psi m$. Коефіцієнт зрівняльного зміщення $\Delta\psi$ дорівнює

$$\Delta\psi = x_2 - \psi. \quad (2.162)$$

Наближення осей коліс зменшує радіальний зазор. Для збереження стандартного радіального зазора c^*m необхідно радіуси кіл вершин коліс зменшити на $\Delta\psi m$.

Тоді згідно з рис. 2.33 маємо

$$z_a = z + h_a^* m + xm - \Delta\psi m = m \left(\frac{z}{2} + h_a^* + x - \Delta\psi \right). \quad (2.163)$$

2.3.9. Інтерференція зубців, нарізаних рейковим інструментом

Інтерференцією зубців називається така явище, коли частина простору одночасно зайнята двома взаємодіючими зубцями. При цьому траєкторія відносного руху — точка, що належить кромці зубця одного колеса, — накладається на перехідну криву іншого.

У реальних умовах зустріч кромки зубця одного колеса з перехідною поверхнею зубця іншого колеса призводить до викликання зубчастої передачі. Виявимо умови, додержуючись яких інтерференції зубців (заклинювання передачі) не буде. На рис. 2.34

суцільною лінією показано положення пари профілів зубців у момент входу до зачеплення, а пунктиром - у момент їх виходу із зачеплення.

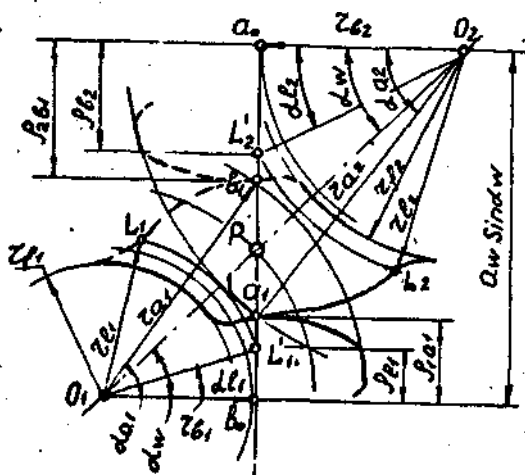


Рис. 2.34

Частини профілів зубців від точки A_1 до кола вершин першого колеса та від точки B_1 до кола вершин другого колеса - це активні профілі зубців (див. підрозд. 2.3.3), а точки A_1 і B_1 - нижні точки активних профілів зубців.

Інтерференція зубців буде відсутньою, якщо

$$\rho_{e1} \leq \rho_{1a} \quad \text{та} \quad \rho_{e2} \leq \rho_{2b1}, \quad (2.164)$$

де ρ_{e1} і ρ_{e2} - радіуси кривини профілів зубців, що відповідають граничним точкам L_1 і L_2 :

Відповідно до (2.146)

$$\rho_{L1} = \frac{m z_1}{2} \sin \alpha - \frac{(h_a^* - x_1)m}{\sin \alpha}; \quad \rho_{L2} = \frac{m z_2}{2} \sin \alpha - \frac{(h_a^* - x_2)m}{\sin \alpha};$$

ρ_{1a1} і ρ_{2b1} - радіуси кривини активних профілів зубців у нижніх точках.

З рис. 2.34 маємо:

$$\rho_{1a_1} = a_0 b_0 - a_1 b_0 = a_w \sin \alpha_w - z_{b_2} \operatorname{tg} \alpha_{a_2}; \quad (2.165)$$

$$\rho_{2b_1} = a_0 b_0 - b_1 a_0 = a_w \sin \alpha_w - z_{b_1} \operatorname{tg} \alpha_{a_1}. \quad (2.166)$$

або

$$\rho_{1a_1} = m \cos \alpha \left[(z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{z_2}{2} \operatorname{tg} \alpha_{a_2} \right]; \quad (2.167)$$

$$\rho_{2b_1} = m \cos \alpha \left[(z_1 + z_2) \operatorname{tg} \alpha_w - \frac{z_1}{2} \operatorname{tg} \alpha_{a_1} \right]. \quad (2.168)$$

2.3.10. Якісні показники евольвентного зацеплення прямозубих круглих коліс

Якісні показники дають можливість оцінити передачу під час її проектування відносно плавності та безшумного зацеплення, можливого зносу та міцності зубців коліс.

До якісних показників зацеплення відносяться: коефіцієнт торцевого перекриття (ε_α), питомі ковзання профілів зубців ψ_1 і ψ_2 , геометричний коефіцієнт питомого тиску γ .

2.3.10.1. Коефіцієнт торцевого перекриття

Розглянемо положення профілів зубців у момент входу їх у зацеплення (точка a_1) і момент виходу з зацеплення (точка b_1) (рис. 2.35). Кут повороту φ_{α_2} зубчастого колеса 2 (кут повороту φ_{α_1} зубчастого колеса 1) з моменту входу пари зубців у зацеплення до моменту виходу їх із зацеплення називається кутом торцевого перекриття.

Центральний кут τ , що припадає на один зубець, називається кутовим кроком. Відношення кута торцевого перекриття до кутового кроку називається коефіцієнтом торцевого перекриття:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\varphi_\alpha}{\tau}. \quad (2.169)$$

Коефіцієнт торцевого перекриття мусить бути більшим за одиницю для того, щоб друга пара зубців, що взаємодіють, встигла увійти в зацеплення, перш ніж перша пара вийде із зацеплення. Оскільки внаслідок неточності монтажу та зносу зубців дійсне та розрахункове значення коефіцієнта торцевого перекриття можуть відрізнятися, найменша допустима величина коефіцієнта тор-

цевого перекриття береться рівною $\varepsilon_\alpha = 1,05 \dots 1,15$. Коефіцієнт торцевого перекриття характеризує плавність передачі руху зубчастими колесами.

Виразимо кут торцевого перекриття та кутовий крок, що відносяться до формули (2.169), через параметри другого колеса (рис. 2.35):

$$\varphi_{\alpha_2} = \frac{\widetilde{a_2 b_2}}{z b_2}, \quad \tau_2 = \frac{p b_2}{z b_2}.$$

Тоді

$$\varepsilon_\alpha = \frac{\widetilde{a_2 b_2}}{p b_2},$$

де $\widetilde{a_2 b_2} = a_1 b_1$ (відповідно до третьої властивості евольвенти кола);

$$p b_2 = \frac{2\pi z b_2}{z_2} = \frac{2\pi \frac{m z_2}{2} \cos \alpha}{z_2} = \pi m \cos \alpha.$$

Таким чином, вираз, що дозволяє визначити коефіцієнт торцевого перекриття, за наявності креслення зубчастого зачеплення набуває вигляду

$$\varepsilon_\alpha = \frac{a_1 b_1}{\pi m \cos \alpha}. \quad (2.170)$$

Для аналітичного визначення коефіцієнта торцевого перекриття необхідно виразити $a_1 b_1$ через параметри зубчастих коліс і зачеплення:

$$a_1 b_1 = a_1 p + p b_1 = a_1 b_0 - p b_0 + a_0 b_1 + a_0 p;$$

$$a_1 b_0 = z b_2 \operatorname{tg} \alpha_{a_2} = \frac{m z_2}{2} \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_{a_2};$$

$$p b_0 = z b_2 \operatorname{tg} \alpha_w = \frac{m z_2}{2} \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w;$$

$$a_0 b_1 = z b_1 \operatorname{tg} \alpha_{a_1} = \frac{m z_1}{2} \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_{a_1};$$

$$a_0 p = z b_1 \operatorname{tg} \alpha_w = \frac{m z_1}{2} \cos \alpha \operatorname{tg} \alpha_w.$$

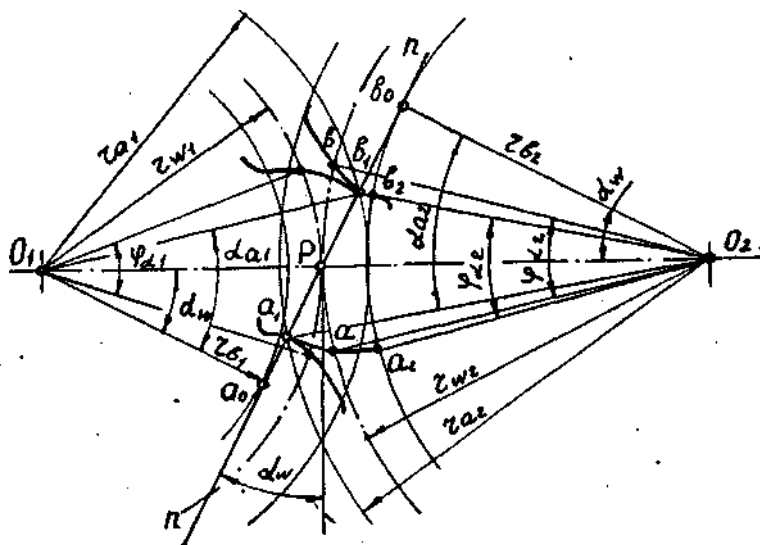


Рис. 2.35

Зробивши підстановку виразу для a, b , у формулу (2.170) і виконавши перетворення, одержимо

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z_2(\operatorname{tg} \alpha_{a2} - \operatorname{tg} \alpha_w) + z_1(\operatorname{tg} \alpha_{a1} - \operatorname{tg} \alpha_w)}{2\pi} \quad (2.171)$$

Аналіз рівняння (2.171) показує, що коефіцієнт торцевого перекриття не залежить від модуля m , зростає при збільшенні кількості зубців z_1 і z_2 та зменшується при збільшенні кута зацеплення α_w . Для прямозубого зовнішнього зацеплення $1,05 \leq \varepsilon_{\alpha} \leq 1,98$.

2.3.10.2. Питомі ковзання

Нехай евольвентні профілі зубців стикаються в даний момент часу в точці M (рис. 2.36). Швидкість точки M у системі першого колеса - $\vec{V}_{M1}$, у системі другого колеса - $\vec{V}_{M2}$. Для забезпечення неперервного зачеплення профілів зубців проекції швидкостей $\vec{V}_{M1}$ і $\vec{V}_{M2}$ на спільну нормаль np мають дорівнювати одна одній (див. підрозд. 2.3.1). Тангенціальні складові швидкостей $\vec{V}_{M1}$ і $\vec{V}_{M2}$, тобто $\vec{V}_{M1}^t$ і $\vec{V}_{M2}^t$, що характеризують переміщення точки контакту по профілях зубців, не дорівнюють одна одній, чому й виникає ковзання одного зубця відносно іншого. Тоді швидкість ковзання

$$V_{\text{ков}} = V_{M1M2} = V_{M1}^t - V_{M2}^t, \quad (2.172)$$

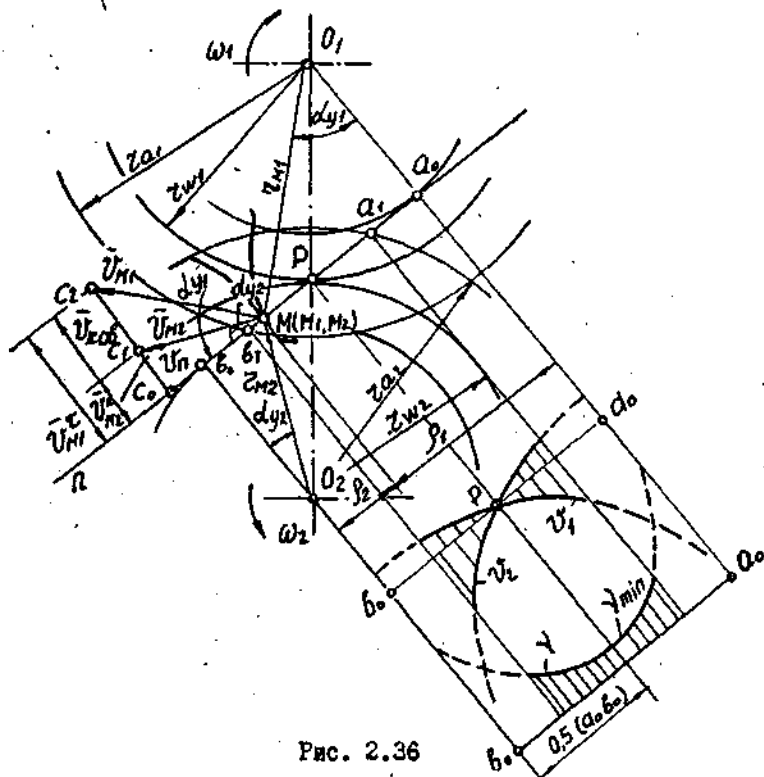


Рис. 2.36

або

$$v_{\text{коб}} = v_{M_2 M_1} = v_{M_2}^T - v_{M_1}^T. \quad (2.173)$$

За допомогою простіших перетворень формулу (2.172) або (2.173) можна також подати у такому вигляді

$$v_{\text{коб}} = M\rho(\omega_1 + \omega_2) = M\rho\omega^2, \quad (2.174)$$

де $M\rho$ - відстань від точки зачеплення M до полюса зачеплення P ; ω^2 - відносна кутова швидкість. Чим більше швидкість ковзання, тим швидше відбувається абразивний знос зубців. Для оцінки абразивного зносу поверхні зубця прийнято питомих ковзання ($\hat{v}$), тобто відношення швидкості ковзання до швидкості переміщення точки контакту по профілю зубця:

$$\hat{v}_1 = \frac{v_{\text{коб}}}{v_{M_1}^T}; \quad (2.175)$$

$$\hat{v}_2 = \frac{v_{\text{коб}}}{v_{M_2}^T}. \quad (2.176)$$

Або, з урахуванням рівнянь (2.172) і (2.173), одержимо

$$\hat{v}_1 = 1 - \frac{v_{M_2}^T}{v_{M_1}^T}, \quad (2.177)$$

$$\hat{v}_2 = 1 - \frac{v_{M_1}^T}{v_{M_2}^T}. \quad (2.178)$$

Але згідно з рис. 2.36 маємо

$$v_{M_1}^T = v_{M_1} \sin \alpha_{y_1} = \omega_1 z_{M_1} \sin \alpha_{y_1} = \omega_1 \rho_1, \quad (2.179)$$

$$v_{M_2}^T = v_{M_2} \sin \alpha_{y_2} = \omega_2 z_{M_2} \sin \alpha_{y_2} = \omega_2 \rho_2. \quad (2.180)$$

Тоді

$$\hat{v}_1 = 1 - \frac{\omega_2 \rho_2}{\omega_1 \rho_1} = 1 - \frac{z_1 \rho_2}{z_2 \rho_1}, \quad (2.181)$$

$$\hat{v}_2 = 1 - \frac{\omega_1 \rho_1}{\omega_2 \rho_2} = 1 - \frac{z_2 \rho_1}{z_1 \rho_2}. \quad (2.182)$$

Величини питомих ковзань залежать від положень точки контакту на лінії зачеплень. У точці A_0 радіус кривини $\rho_1 = 0$

та $\dot{V}_1 = -\infty$, $\dot{V}_2 = I$. У точці b_0 радіус кривини $\rho_2 = 0$ та $\dot{V}_1 = I$, $\dot{V}_2 = -\infty$. У полусі зачеплення $\rho_1 = a_0 \rho$, $\rho_2 = b_0 \rho$, і тоді

$$\frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{a_0 \rho}{b_0 \rho} = \frac{O_1 \rho}{O_2 \rho} = \frac{Z_{w1}}{Z_{w2}} = \frac{Z_1}{Z_2}. \quad (2.183)$$

Зробивши підстановку відношення (2.183) у формули (2.181) і (2.182), приходимо до висновку, що в полусі $\dot{V}_1 = 0$ і $\dot{V}_2 = 0$. Дійсні значення $\dot{V}_1$ і $\dot{V}_2$ визначаються величиною активної ділянки лінії зачеплення a, b , та її положенням відносно полюса зачеплення (див. діаграму питомих ковзань, рис. 2.36). Для урахування кількості входжень в зачеплення зубців шестірні та колеса за однаковий час використовують термін "коефіцієнт ковзання" ($\dot{V}'$):

для шестірні

$$\dot{V}'_1 = \dot{V}_1; \quad (2.184)$$

для колеса

$$\dot{V}'_2 = \frac{\dot{V}_2}{u_{12}}. \quad (2.185)$$

2.3.10.3. Геометричний коефіцієнт питомого тиску

Основною причиною виходу з експлуатації закритих зубчастих передач є втомне викривування робочих поверхонь зубців, що спричиняється перемінними контактними напруженнями. Якщо прийняти евольвентні поверхні зубців за поверхні кругових циліндрів, радіуси яких дорівнюють радіусам кривини відповідних евольвентних поверхонь у точках їх контакту, то максимальне контактне напруження можна умовно^{*)} визначити за формулою Герца:

$$G_H = \sqrt{\frac{F_H}{\ell_K \rho_{\Sigma b}} \frac{1}{\pi^2} \frac{1}{\frac{1-\mu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{\pi E_2}}}, \quad (2.186)$$

де F_H - сила взаємодії зубців; ℓ_K - сумарна довжина контакт-

^{*)} Формула Герца одержана у припущенні, що поверхні циліндрів нерухомі, відсутнє мастило, матеріали ізотропні тощо.

них ліній: $\ell_k = \frac{3b_{w1}}{4-\varepsilon_\alpha}$; b_{w1} - ширина вінця шестірні; ρ_{3b} - зведений радіус кривини; $\frac{1}{\rho_{3b}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}$ (знак мінус для внутрішнього зачеплення; ρ_1 і ρ_2 - радіуси кривини евольвентних профілів зубців у точці контакту; E_1 і μ_1 - модуль пружності та коефіцієнт Пуассона шестірні; E_2 і μ_2 - модуль пружності та коефіцієнт Пуассона зубчастого колеса. Геометричним елементом, що належить до формули (2.186), є зведений радіус кривини ρ_{3b} , пропорційний модулю зачеплення. Для того, щоб охарактеризувати вплив геометричної форми зубця на G_H незалежно від величини модуля зачеплення, встановлюють геометричний коефіцієнт питомого тиску як відношення модуля зачеплення до зведеного радіуса кривини:

$$\nu = \frac{m}{\rho_{3b}}. \quad (2.187)$$

Тоді формула Герца набуває вигляду

$$G_H = \sqrt{\frac{F_n}{\ell_k m} \cdot \frac{1}{\pi^2} \cdot \frac{1}{\frac{1-\mu_1^2}{\pi E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{\pi E_2}}} \cdot \sqrt{\nu}. \quad (2.188)$$

Другий множник у формулі (2.188) залежить від форми зубців. Розрахунковий вираз геометричного коефіцієнта питомого тиску такий:

$$\nu = m \frac{\rho_1 + \rho_2}{\rho_1 \rho_2}. \quad (2.189)$$

Аналіз залежності (2.189) показує, що величина геометричного коефіцієнта питомого тиску в процесі зачеплення зубців змінюється. В граничних точках α_0 і β_0 (див. рис. 2.36) $\nu = +\infty$, посередині граничної ділянки лінії зачеплення $\nu = \nu_{\min}$.

Дійсні величини ν визначаються розміром активної ділянки лінії зачеплення α, β , та її місцем на лінії зачеплення.

2.3.II. Вибір коефіцієнтів зміщення

Коефіцієнти зміщення суттєво впливають на геометрію та якісні показники зубчастої передачі. При додатних коефіцієнтах

зміщення у зубчастого колеса та шестірні профілі містяться на більш віддалених від основного кола ділянках евольвент з більшими радіусами кривини, ніж у нульових коліс. Тому геометричний коефіцієнт питомого тиску передачі, що складається з позитивних коліс, менший, ніж у нульової передачі, а контактна міцність вища.

З ростом коефіцієнтів зміщення збільшується товщина зубців в основі, тобто зростає міцність зубців на згин. Позитивне зміщення усуває підріз зубців і дає можливість використовувати колеса з малою кількістю зубців, що зменшує вагу та габарити передачі. Але при збільшенні коефіцієнтів зміщення відбувається зниження торцевого коефіцієнта перекриття, зменшується товщина зубців на колах вершин, виникає можливість інтерференції зубців. Таким чином, вплив коефіцієнтів зміщення на геометрію та якісні показники зацеплення мають суперечний характер. Вибором коефіцієнтів зміщення x_1 і x_2 можна також зменшити абразивний знос зубців, підвищити довговічність передачі шляхом вирівнювання штовхних ковзань у нижчих точках активних профілів зубців шестірні та зубчастого колеса, вписати передачу в задану міжосьову відстань і т.п. Найуніверсальнішим є вибір коефіцієнтів зміщення за обкручними контурами. Обкручним контуром називається сукупність ліній, побудованих у системі координат x_2 і x_1 для визначеної зубчастої пари, що обмежує область допустимих значень коефіцієнтів зміщення (рис. 2.37).

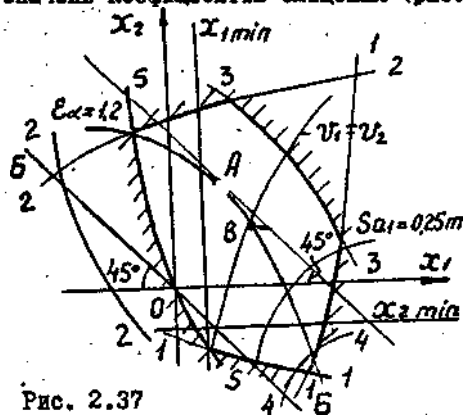


Рис. 2.37

Криві I-I обмежують вибір коефіцієнтів зміщення за умовами заклинювання вершини зуба колеса в западині шестірні, криві 2-2 - за умовами заклинювання вершини зуба шестірні в западині зубчастого колеса [див. формули (2.164)]. Крива 3-3 відповідає граничному значенню коефіцієнта торцевого перекриття $\varepsilon_\alpha = 1$. Лінія

4-4 відповідає граничному загостренню вершин зубців шестірні $S_{a_1} = 0$. Лінія 5-5 обмежує допустимий підріз зубців шестірні. Область, що міститься усередині блокувчого контуру (рис. 2.37), вільна для вибору коефіцієнтів зміщення. Нульовій передачі, утвореній нульовими колесами, відповідає початок координат. Прямій 6-6, проведеній через початок координат під кутом 45° до осі X_2 і X_1 , відповідають нульові передачі, які складаються з позитивних і негативних коліс з чисельно рівними коефіцієнтами зміщення. Вище цієї прямої розміщується зона позитивних передач, а нижче – зона негативних передач, при цьому кожному $X_{\Sigma} = X_1 + X_2$ відповідає єдина пряма, яка перетинає координатні осі під кутом 45° .

На блокувчий контур також наносяться: лінії коефіцієнтів зміщення, що вирівнюють питомі ковзання в нижчих точках активних профілів $\bar{U}_1 = \bar{U}_2$; прямі $X_{1\min}$ і $X_{2\min}$, які визначають границі вибору X_1 і X_2 за відсутності підрізу зубців; лінії $S_a = 0,25m$ та $\xi_\alpha = 1,2$ і т.п.

2.3.12. Особливості прямозубого внутрішнього евольвентного зацеплення

Зубці шестірні у внутрішньому зацепленні мають випуклі профілі, зубці зубчастого колеса – увігнуті (рис. 2.38). Помиле зацеплення лежить на продовженні лінії осей O_2O_1 .

Лінія зацеплення має одну граничну точку A_0 . Активна ділянка лінії зацеплення A_1B_1 повинна розміщуватися праворуч точки A_0 (рис. 2.38).

Переваги внутрішнього зацеплення порівняно із зовнішнім зацепленням при інших рівних умовах такі:

- 1) більша компактність;
- 2) більша величина коефіцієнта торцевого перекриття;
- 3) менше значення швидкості ковзання – $U_{\text{ков}}$, внаслідок чого менший абразивний знос поверхонь зубців $U_{\text{ков}} = Mr\omega_1^2 = Mr(\omega_1 - \omega_2)$ [порівняно з формулою (2.174)];
- 4) менше значення геометричного коефіцієнта питомого тиску:

$$\psi = m \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_1 \rho_2} \quad (2.189)$$

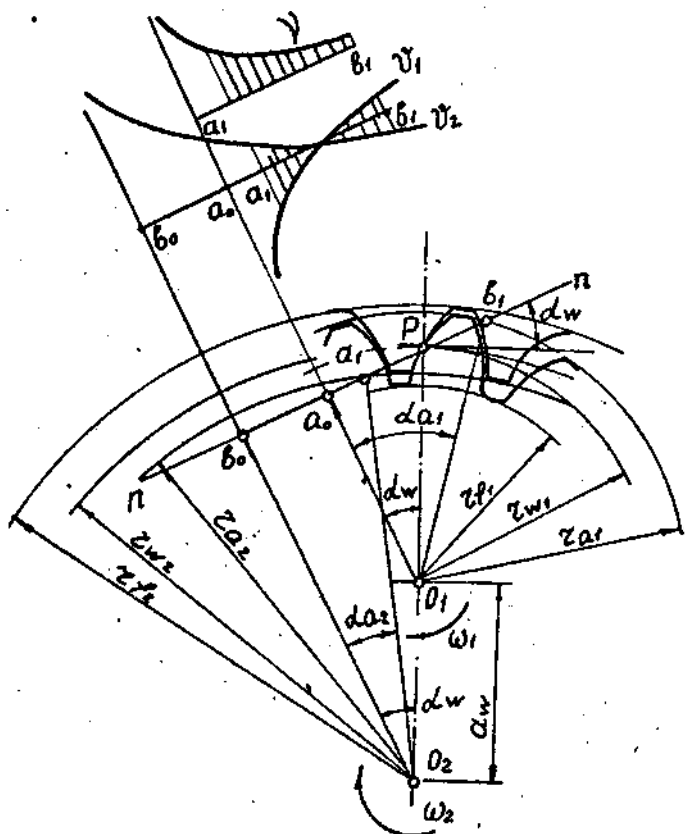


Рис. 2.38

Але внутрішнє зачеплення дуже залежить від всіляких інтерференцій зубців [8].

2.3.13. Особливості зачеплення плоских зубчастих передач з косозубими круглими колесами

У передачах, що складаються з круглих коліс з прямими зубцями, утворення дотичних поверхонь зубців шестірні та колеса можна подати таким чином. Якщо послідовно виконувати кочення спільної дотичної площини Q (рис. 2.39, а) спочатку по основ-

ному циліндру радіуса $z\delta_1$, а потім по основному циліндру радіуса $z\delta_2$, то пряма MM' , паралельна твірним циліндрам, опише спряжені циліндричні евольвентні поверхні $M'Ma_2a'_2$ і $M'Mb_2b'_2$.

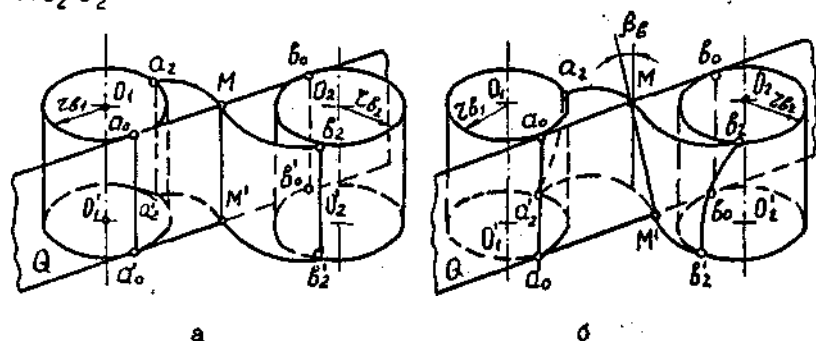


Рис. 2.39

У передачах, що складаються з круглих коліс з косими зубцями, утворення спряжених поверхонь зубців може відбуватися аналогічно, але пряму MM' необхідно розмістити на площині Q під кутом β_δ до твірних основних циліндрів (рис. 2.39, б). Спряжені поверхні косих зубців $M'Ma_2a'_2$ і $M'Mb_2b'_2$ (рис. 2.39, б) є гвинтовими евольвентними поверхнями, що стикаються по спільній твірній MM , яка завжди розміщується на площині Q (площині зачеплення). У перерізах бокової поверхні косого зубця площинами, перпендикулярними до осі основного циліндра, одержимо евольвенти кола; у перерізах циліндричними поверхнями, співвісними з основним циліндром, - гвинтові лінії з різними кутами нахилу. Кутом нахилу називається гострий кут між гвинтовою лінією зубця та твірною циліндра. Кут нахилу на основних, діюльних і початкових циліндрах двох коліс, що знаходяться в зачепленні, мають бути попарно однаковими. Мірою нахилу косих зубців є кут нахилу гвинтової лінії, розміщеної на поверхні діюльного циліндра. При зовнішньому зачепленні евольвентні гвинтові поверхні косих зубців мусять бути різних напрямків (одна - лівого, а друга - правого ходу), при внутрішньому зачепленні - однакового напрямку. У косозубих колесах розрізняють три кроки: торцевий - ρ_t , що вимірюється у торцевій площині.

ні колеса; нормальний - p_n , який вимірюється у площині, нормальній до гвинтової лінії на діляльному циліндрі; осьовий - p_x , що вимірюється у площині, яка проходить через вісь колеса. Покажемо ці кроки на діляльному циліндрі, розгорнутому на площину (рис. 2.40, а).

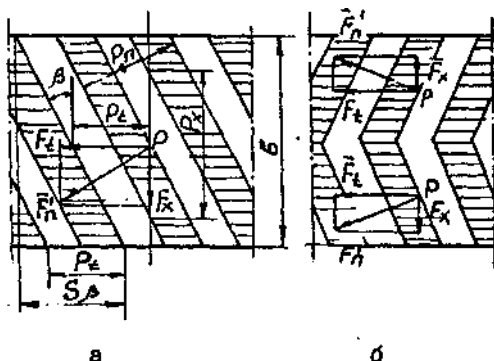


Рис. 2.40

Відповідно до рис. 2.40 маємо

$$p_n = p_t \cos \beta = p_x \sin \beta. \quad (2.190)$$

Так само встановлюється зв'язок між торцевим m_t , нормальним m_n та осьовим m_x модулями:

$$m_n = m_t \cos \beta = m_x \sin \beta.$$

Косозубі колеса можуть мати стандартним нормальний модуль або торцевий, залежно від основної характеристики зуборізного інструменту та типу верстата. У косозубому зачепленні кут перекриття φ_γ більший кута перекриття φ_α у прямозубому зачепленні на величину $\Delta\varphi$:

$$\Delta\varphi = \frac{s_\beta}{z} = \frac{b \tan \beta}{z},$$

де $s_\beta = b \tan \beta$ - дуга скручування (рис. 2.40, а); b - ширина обода колеса.

Тоді кут перекриття косозубого зачеплення

$$\varphi_v = \varphi_\alpha + \Delta\varphi = \varphi_\alpha + \frac{b \operatorname{tg} \beta}{z}$$

Враховуючи, що кутовий крок $\tau = \frac{p_t}{z}$, одержимо формулу для коефіцієнта перекриття косозубого зачеплення:

$$\varepsilon_v = \frac{\varphi_v}{\tau} = \frac{\varphi_\alpha}{\tau} + \frac{\Delta\varphi}{\tau} = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta, \quad (2.191)$$

де ε_α — коефіцієнт торцевого перекриття, що визначається за формулою (2.171); ε_β — коефіцієнт осьового перекриття.

Залежність (2.191) свідчить, що коефіцієнт перекриття у косозубому зачепленні може бути значно більшим, ніж у прямозубому. Таким чином, навантаження у косозубій передачі розподіляється на більшу кількість пар зубців і плавність зачеплення підвищується. Тому косозубі колеса активно застосовуються для високошвидкісних передач при великих потужностях. Недоліки косозубих передач полягають у виникненні осьових зусиль у зачепленні, що потребує опор, які можуть сприймати крім радіальних і осьові навантаження. Щоб зрівноважити осьові зусилля, використовують колеса з шевронними зубцями (рис. 2.40,б).

Циліндричне косозубе колесо в розрахунку можна умовно замінити еквівалентним прямозубим, у якого евольвентний профіль відповідає профілю косого зубця в нормальному перерізі.

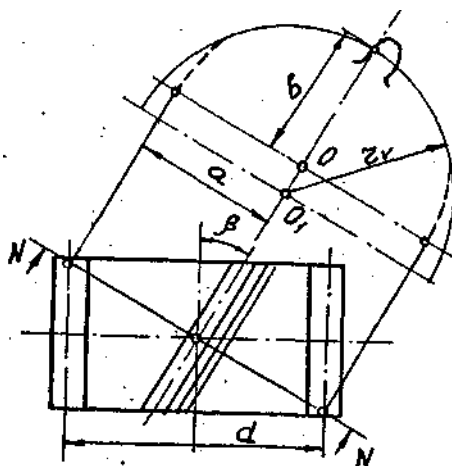
Радіус z_v діляльного кола еквівалентного колеса беруть таким, щоб дорівнював найбільшому радіусу кривини еліпса, який утворюється внаслідок перерізу діляльного циліндра косозубого колеса площиною NN , що є нормальною до гвинтової лінії на діляльному циліндрі (рис. 2.41).

Полуосі еліпса $a = \frac{d}{2 \cos \beta}$, $b = \frac{d}{2}$. Радіус діляльного кола еквівалентного колеса

$$z_v = \frac{a^2}{b} = \frac{d}{2 \cos^2 \beta}$$

Кількість зубців z_v еквівалентного колеса знайдемо, враховуючи, що $m_v = m_n$:

$$z_v = \frac{2z_y}{m_v} = \frac{d}{m_n \cos^2 \beta} = \frac{z}{\cos^3 \beta} \quad (2.192)$$



Із формули (2.192) випливає, що найменша кількість зубців нульового косозубого колеса, яке можна виготовити без підріза зубців, менша від кількості зубців нульового прямозубого колеса:

$$z_{\min}^{\text{кос}} =$$

$$= z_{\min}^{\text{прям}} \cos^3 \beta =$$

$$= \frac{2h_a^*}{\sin^2 \alpha} \cos^3 \beta. \quad (2.193)$$

Рис. 2.41.

2.3.14. Циліндрична передача М.Л. Новикова

У 1954 році М.Л. Новиковим було розроблено зубчасте зачеплення з гвинтовими зубцями. В кожному перерізі спряжених поверхонь зубців площинами, перпендикулярними до осей коліс (у торцевих перерізах), профілі зубців контактують теоретично в точці (точкове зачеплення). При цьому нормаль до профілів зубців у точці контакту завжди перетинає миттєву вісь обертання (полюсну лінію), таким чином, зберігається постійне передаточне відношення. Передача М.Л. Новикова може мати одну або дві лінії зачеплення, паралельні осям коліс. Якщо лінія зачеплення розташована за полюсною лінією (за напрямком обертання ведучого колеса (рис. 2.42, 2.43, а), зачеплення називається заповсюдним, якщо до лінії полюсів - доповсюдним.

У заповсюдному зачепленні радіус кривини опуклого профілю $\rho_1 = \rho_1^* m_n$ ($\rho_1^* = 1.4$), радіус кривини увігнутото профілю $\rho_2 = \rho_2^* m_n$ ($\rho_2^* = 1.5$). Центр кривини опуклого профілю збігається з полюсом зачеплення p (рис. 2.43, а). Центр кривини

ни увігнутого профілю розташованій у точці K на спільній нормалі до профілів зубців.

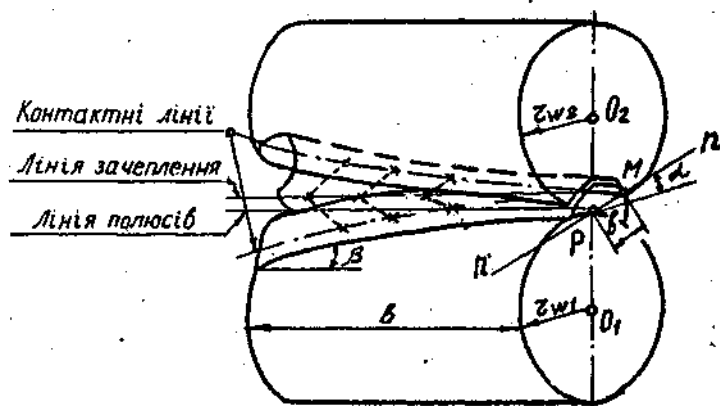


Рис. 2.42

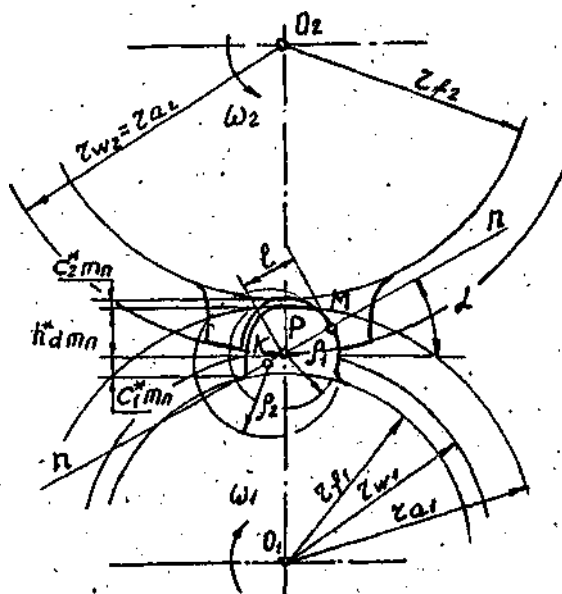


Рис. 2.43

Кут тиску $\alpha_n = 30^\circ$. Лінія зацеплення зміщена відносно миттєвої осі обертання на відстань $l = 1,4 m_n$. Траєкторії руху точки контакту відносно бокових поверхонь спряжених зубців (гвинтові лінії лівого та правого ходу) називають контактними лініями. Оскільки зубці в передачі М.Л. Новикова гвинтові, їм властиві ті самі співвідношення між кутами нахилу зубців на діляльних циліндрах, між кроками та модулями, що і в евольвентному косозубому зацепленні:

$$\beta_1 = \beta_2; p_n = p_t \cos \beta; m_n = m_t \cos \beta. \quad (2.194)$$

Для запобігання інтерференції профілів висота увігнутого зубця обмежена діляльним циліндром. Товщину зубців по діляльних циліндрах приймають рівною ($S_1 > S_2$), що забезпечує рівномірність опуклого та увігнутого зубців на згін. Основні розміри коліс визначаються за формулами:

$$z_1 = \frac{m_n z_1}{2 \cos \beta}; z_2 = \frac{m_n z_2}{2 \cos \beta}; z_{a1} = z_1 + h_d^* m_n; z_{a2} = z_2; \quad (2.195)$$

$$z_{f1} = z_1 - c_1^* m_n; z_{f2} = z_2 - h_d^* m_n - c_2^* m_n. \quad (2.196)$$

де $\beta = 10 \dots 20^\circ$; $h_d^* = 1,15$ - коефіцієнт глибини заходу;
 $c_1^* = 0,35$ - коефіцієнт радіального зазора між вершиною зубця колеса та западиною шестірні; $c_2^* = 0,15$ - коефіцієнт радіального зазора між вершиною зуба шестірні та западиною колеса.

У дозополосному зацепленні (рис. 2.44) радіус кривини опуклої частини профілю $\rho_a = \rho_a^* m_n$ ($\rho_a^* = 0,147 \dots 0,15$); радіус кривини увігнутої частини профілю $\rho_f = \rho_f^* m_n$ ($\rho_f^* = 1,307 \dots 1,250$); $\alpha_n = 27^\circ$.

Основні розміри коліс визначаються за виразами:

$$z_1 = \frac{m_n z_1}{2 \cos \beta}; z_2 = \frac{m_n z_2}{2 \cos \beta}; z_{a1} = z_1 + h_a^* m_n; z_{a2} = z_2 + h_a^* m_n; \quad (2.197)$$

$$z_{f1} = z_1 - h_f^* m_n; z_{f2} = z_2 - h_f^* m_n, \quad (2.198)$$

де $h_a^* = 0,9$ - коефіцієнт висоти головки зубця; $h_f^* = h_a^* +$

+ $C^* = 1,05$ - коефіцієнт висоти ніжки зубця;

$C^* = 0,15$ - коефіцієнт радіального зазора.

Завдяки опукло-увігнутому контакту профілів з майже однаковими радіусами кривини, значної величини радіусів кривини контактних ліній, зубці у передачі М.Л. Новикова мають високу контактну міцність. При одній лінії зачеплення контактна міцність у $1,4 \dots 1,5$ рази вища, при двох лініях зачеплення у $1,7$ рази вища, ніж у евольвентній передачі таких самих розмірів. Разом з тим, на відміну від евольвентної косозубої передачі, передача М.Л. Новикова має лише осьовий коефіцієнт перекриття ($\varepsilon_\alpha = 0$):

$$\varepsilon_\gamma = \varepsilon_\beta = \frac{b \tan \beta}{P_t}, \quad (2.199)$$

де b - ширина зубчастих коліс; P_t - торцевий крок.

Це означає, що плавність зачеплення у передачі М.Л. Новикова, при інших однакових умовах, нижча від плавності косозубої евольвентної передачі. При $\varepsilon_\gamma = 1,15 \dots 1,35$ у механізмі з однією лінією зачеплення в контактні знаходяться то одна, то обидві пари зубців. Двопарне зачеплення відбуватиметься на ділянках зубців, що мають довжину $b - \pi m$, розташованих поблизу торців. Як видно з формули (2.199), при малих кутах β для зростання коефіцієнта перекриття необхідно збільшувати ширину зубчастих коліс, що невигідно.

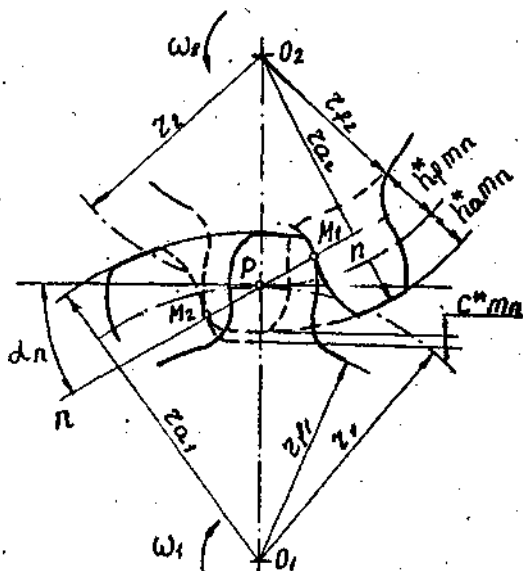


Рис. 2.44

У дозаполосному зачепленні при $\xi_v = 1,15 \dots 1,3$ забезпечуються, як мінімум, дві та більше зон контакту. Це дозволяє ширину зубчастих коліс робити меншою (на 30...40%), ніж у зачепленні з однією лінією зачеплення. Одна й та ж пара коліс може мати заповносне або доповносне зачеплення залежно від того, яке з коліс буде ведучим. Ознакою заповносного зачеплення є опуклий профіль у ведучого зубця та увігнутий у веденого, ознакою доповносного – увігнутий у ведучого та опуклий – у веденого. У дозаполосного зачеплення профілі зубців коліс опукло-увігнуті (рис. 2.44), де M_1 і M_2 – дві точки контакту в торцевому та паралельному йому перерізах передачі. При точковому контакті профілів їх окреслення може бути виконано різними кривими. Це дозволяє вибирати для зубців заповносного та доповносного зачеплень найпростіші профілі, окреслені дугами кіл. У дозаполосному зачепленні опуклі колові профілі вершин з'єднуються з увігнутими коловими профілями перехідними кривими.

2.4. Основи синтезу кінцевих зубчастих передач

2.4.1. Загальні відомості про евольвентну кінцеву зубчасту передачу та утворення бокових поверхонь зубців кінцевих коліс

Кінцеві зубчасті колеса утворюють просторову зубчасту передачу, що забезпечує обертання між валами, осі яких перетинаються під деяким кутом δ (рис. 2.45, 2.46).

Якщо $\delta = 90^\circ$, то така кінцева передача називається ортогональною.

Розглянемо зачеплення нульових прямозубих кінцевих коліс. Початкові конуси першого і другого коліс (рис. 2.45) дотикаються один до одного по спільній твірній Op і мають спільну вершину в точці O перетинання осей обертання.

Таким чином,

$$\delta = \delta_1 + \delta_2, \quad (2.200)$$

де δ_1 і δ_2 – половина кутів при вершинах початкових конусів.

Радіуси основних початкових конусів:

$$r_{w1} = op \sin \delta_1 = \frac{P_{wt} z_1}{2\pi}; \quad (2.201)$$

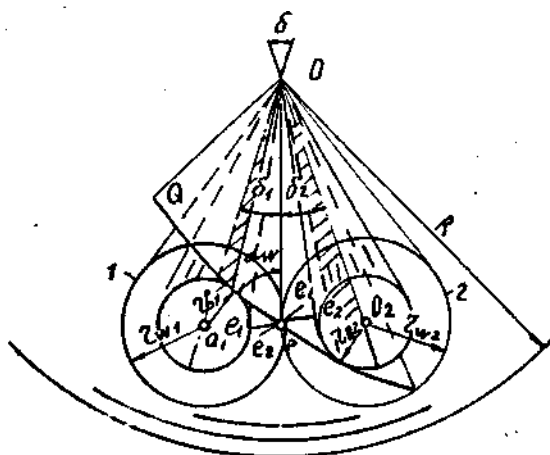


Рис. 2.45

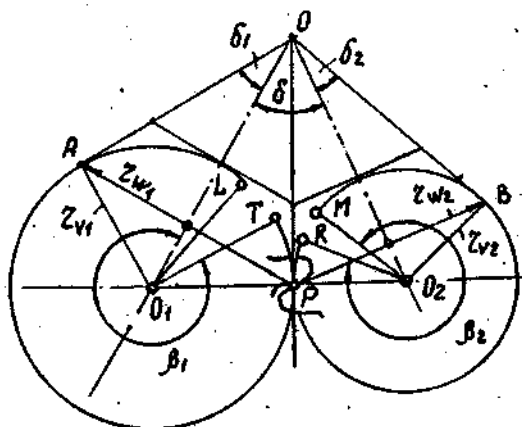


Рис. 2.46

$$z_{w2} = \rho r \sin \delta_2 = \frac{\rho_{wt} z_2}{2\pi} \quad (2.202)$$

Оскільки початкові конуси обкочуються один по одному без ковзання, то $v_{p1} = v_{p2}$ або $z_{w1} \omega_1 = z_{w2} \omega_2$:

$$U_{12} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_{w2}}{z_{w1}} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \frac{z_2}{z_1}, \quad (2.203)$$

Із формули (2.203) з урахуванням (2.200) маємо

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \delta}{U_{12} + \cos \delta}, \quad (2.204)$$

$$\operatorname{tg} \delta_2 = \frac{U_{12} \sin \delta}{1 + U_{12} \cos \delta}. \quad (2.205)$$

Вирази (2.204) і (2.205) дозволяють визначити кути початкових конусів за заданими U_{12} і δ . Розглянемо утворення бокових поверхонь зубців кінцевих коліс.

На рис. 2.45 наведемо початкові та основні конуси. У перетинанні цих конусів сферичною поверхнею з центром у точці O маємо початкові кола радіусів z_{w1} і z_{w2} та основні кола радіусів z_1 і z_2 . Відтворююча площина Q дотична до основних конусів і утворює зі спільною дотичною площиною початкових конусів кут зацеплення α_w .

Профілі зубців, окреслені сферичними евольвентами ℓ_1, ℓ_1 і ℓ_2, ℓ_2 , можуть бути утворені точкою P площини Q при коченні без ковзання відтворюючої площини по черзі по основних конусах першого та другого коліс.

Якщо сферичні евольвенти побудувати для інших точок площини Q , розташованих на прямій OP , то сукупність таких евольвент утворює сферичні евольвентні поверхні (бокові поверхні зубців). Розглянута побудова дозволяє одержати теоретично точне кінцеве евольвентне зацеплення.

2.4.2. Наближений метод профілювання зубців евольвентного кінцевого зацеплення та еквівалентні зубчасті колеса

Проектування і виконання точного евольвентного кінцевого зацеплення пов'язані з багатьма практичними утрудненнями, оскільки сфера не розгортається на площину. Тому застосовують

*Розміри кінцевих коліс прийнято позначати для зовнішнього торцевого перерізу. У нульового колеса модуль по коду радіуса z_w є стандартним.

наближений метод профілювання зубців конічних коліс, при якому евольвентні профілі будуть на бокових поверхнях додаткових конусів PO_1A і PO_2B (див. рис. 2.46). Якщо розгорнути поверхні додаткових конусів на площину і виконати профілювання, то одержимо два зубчастих сектори. Радіуси початкових кіл зубчастих секторів

$$z_{v1} = \frac{z_{w1}}{\cos \delta_1} \quad \text{і} \quad z_{v2} = \frac{z_{w2}}{\cos \delta_2}, \quad (2.206)$$

кути зубчастих секторів

$$\beta_1 = \frac{2\pi z_{w1}}{z_{v1}} = 2\pi \cos \delta_1, \quad \beta_2 = \frac{2\pi z_{w2}}{z_{v2}} = 2\pi \cos \delta_2. \quad (2.207)$$

Із зубчастих секторів можна утворити циліндричні еквівалентні зубчасті колеса з числом зубців z_{v1} і z_{v2} , якщо припустити, що крок p_w по початкових колах еквівалентного і дійсного коліс однаковий.

Тоді

$$z_1 p_w = z_{v1} \beta_1, \quad z_2 p_w = z_{v2} \beta_2; \quad (2.208)$$

$$z_{v1} p_w = 2\pi z_{v1}, \quad z_{v2} p_w = 2\pi z_{v2}. \quad (2.209)$$

Із виразів (2.208) і (2.209), враховуючи (2.207), маємо

$$z_{v1} = \frac{2\pi z_{v1}}{p_w} = \frac{2\pi}{\beta_1} z_1 = \frac{z_1}{\cos \delta_1}, \quad (2.210)$$

$$z_{v2} = \frac{2\pi z_{v2}}{p_w} = \frac{2\pi}{\beta_2} z_2 = \frac{z_2}{\cos \delta_2}. \quad (2.211)$$

Із формул (2.210) і (2.211) випливає, що зачеплення конічних коліс еквівалентно зачепленню циліндричних коліс із більшою кількістю зубців. Тому при інших однакових умовах у конічній передачі коефіцієнт перекриття більший, ніж у циліндричній. Конічні колеса можуть бути виготовлені з меншою кількістю зубців без їх підрізу, ніж нульові циліндричні колеса.

2.5. Проектування зубчастих планетарних механізмів з круглими колесами *

2.5.1. Типові схеми простих планетарних механізмів та умови їх використання

Планетарні механізми відрізняються від інших типів складних зубчастих механізмів компактністю та малою масою.

Це головним чином пояснюється:

а) розподілом потужності, що передається, між сателітами, внаслідок чого навантаження на зубці в кожному зачепленні зменшується в декілька разів;

б) можливістю одержання великого передаточного відношення в одному ступені;

в) застосування внутрішнього зачеплення, що має підвищену несучу спроможність.

Проектування планетарних механізмів починають з вибору схеми, тому що одне й те ж задане передаточне відношення можна застосувати за різними схемами, які відрізняються ККД, габаритами, масою та іншими умовами синтезу.

Схему вибирають шляхом детального порівняння різних варіантів, але деякі загальні питання можуть бути викладені при розгляді чотирьох типових схем простих планетарних механізмів (рис. 2.47, а, б, в, г). Передаточне відношення зведеного механізму схем АА та ІІ – додатне $u_{14}^{(H)} > 0$, у схемах АІ та АІІ $u_{14}^{(H)} < 0$. З виразів передаточного відношення простого планетарного механізму

$$u_{1H}^{(H)} = 1 - u_{14}^{(H)}, \quad u_{H1}^{(H)} = \frac{1}{1 - u_{14}^{(H)}}$$

маємо, що якщо $u_{14}^{(H)} > 0$ і мало відрізняється від одиниці, то $u_{1H}^{(H)}$ може бути дуже малим, а $u_{H1}^{(H)}$ – дуже великим. Але при $|u_{1H}^{(H)}| < 1$ прості планетарні механізми мають дуже малий ККД або взагалі знаходяться в стані самогальмування. При $|u_{H1}^{(H)}| > 1$ ККД планетарних механізмів звичайно також низький. На практиці механізми

* Проектування планетарних механізмів із кінчними колесами розглянуто в праці [4].

АА та ІІ використовуються (якщо водило ведуче) як зняувальні передачі (редуктори) при незначних корисних навантаженнях. Перевага при цьому - за механізмом ІІ, який має менші габарити та більший ККД; $\eta_{H1}^{(4)}$ приймається в межах від 30 до 100.

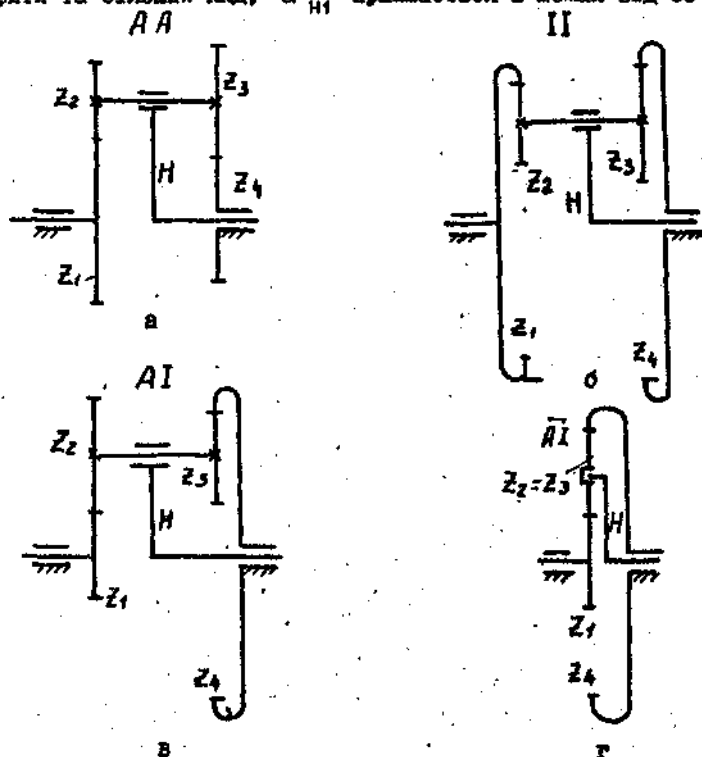


Рис. 2.47

Планетарні механізми АІ та АІ̄, в яких $\eta_{14}^{(H)} < 0$, мають невеликі передаточні відношення, але високий ККД. Якщо ведучим є перше колесо, планетарні механізми АІ та АІ̄ використовуються як силові редуктори. Особливо широкого поширення набув механізм АІ̄, який відрізняється компактністю та малими габаритами. Цей механізм використовують як редуктор, вмонтований в електродвигун (приводи керування літальними апаратами). Інтервали передаточних відношень, що пропонуються, якщо ККД до-

рівнює 0,96...0,99; для механізмів АІ - $u_{IH}^{(4)} = 7...16$, для механізмів АІІ $u_{IH}^{(4)} = 3...8$.

Для одержання великих передаточних відношень застосовують багатоступінчасті планетарні механізми, що утворюються послідовним з'єднанням механізмів АІ або АІІ, комбінуванням різних типів планетарних механізмів або планетарного механізму з кратним зубчастим механізмом і т.ін. Великі передаточні відношення при високому ККД можна також одержувати, застосовуючи замкнені планетарні механізми.

2.5.2. Вибір кількості зубців у планетарних механізмах із нульовими колесами

При виборі кількості зубців зубчастих коліс для вибраної схеми планетарного механізму необхідно задовольнити задане передаточне відношення, умови співвісності, складання, сусідство, відсутність підрізу, інтерференцій зубців.

Розглянемо вищеперелічені вимоги та умови стосовно до планетарного механізму АІІ. Умова задоволення заданого передаточного відношення така:

$$u_{IH}^{(4)} = 1 - u_{14}^{(4)} = 1 + \frac{z_4}{z_1} \quad (2.212)$$

У планетарному механізмі ведучий та ведений валі мають спільну геометричну вісь ($a_{w12} = a_{w42}$). Тоді умову співвісності запишемо таким чином:

$$z_{w1} + 2z_{w2} = z_{w4}, \quad (2.213)$$

або

$$z_1 + 2z_2 = z_4.$$

Для складання планетарного механізму необхідно, щоб усі сателіти мали можливість одночасно увійти в зачеплення з центральними колесами. Звичайно сателіти розташовують в одній площині на однаковій відстані один від одного (центральної кути між радіусами-векторами центрів сателітів однакові) (рис.2.48,б).

Намітемо на кожному сателіті діаметральну пряму ab та сумістимо її на сателіті з точками дотикання початкових коліс a_1 і b_1 .

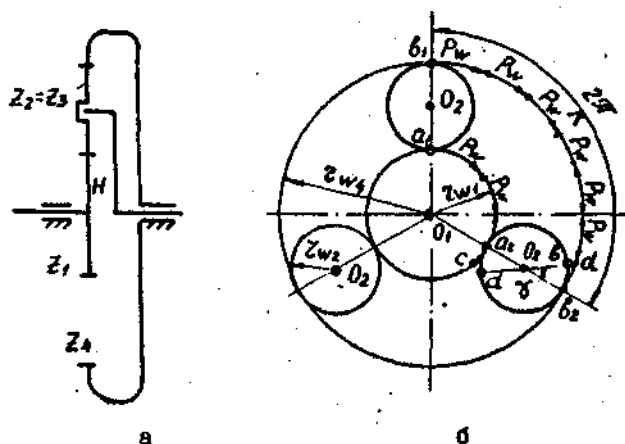


Рис. 2.48

Припустимо, що зубці сусіднього сателіта II увійшли в зачеплення з зубцями центральних коліс I діаметральна пряма ab складає з ліній осей кут γ .

Позначимо буквою K кількість сателітів планетарного механізму. У межах кута $2\pi/K$ на дузі a_1a_2 розмістяться z_1/K кроків p_w , на дузі b_1b_2 — z_4/K кроків (у загальному випадку кількість кроків на дугах a_1a_2 та b_1b_2 не буде цілою).

Для того, щоб одержати цілу кількість кроків, необхідно до дуги a_1a_2 додати дугу a_2c , що дорівнює $s_1 p_w$, де $s_1 < 1$. Так само на початковому колі четвертого колеса зостається дуга $b_2d = s_2 p_w$, де $s_2 < 1$.

Оскільки початкові колеса котяться одне по одному без ковзання, то $a_2c = a_2a = s_1 p_w$, $b_2d = b_2b = s_2 p_w$, але дуги $a_2a = b_2b$ і $s_1 = s_2 = s$.

Таким чином, на дугах a_1c і b_1d розміщується ціла кількість кроків:

$$\frac{z_1}{K} + s = p; \quad (2.214)$$

$$\frac{z_4}{K} - s = Q, \quad (2.215)$$

де P та Q - цілі числа.

Додавши до виразу (2.214) формулу (2.215), одержимо умову складання:

$$z_1 + z_4 = NK, \quad (2.216)$$

де N - ціле число.

Це означає, що для складання планетарного механізму AI необхідно, щоб сума зубців центральних коліс була кратною кількості сателітів. Завдяки умові сусідства можливе розміщення сателітів в одній площині. Ця умова виконується, якщо відстань між осями сусідніх сателітів більша від діаметра кола вершин сателітів (рис. 2.49):

$$a_{02} > 2z_{a2}, \quad (2.217)$$

або

$$a_{w12} \sin \frac{\pi}{K} > z_{a2}. \quad (2.218)$$

Якщо замість a_{w12} і z_{a2} у нерівність (2.218) підставити вирази (2.158) і (2.163), то для нульових коліс дістанемо

$$(z_1 + z_2) \sin \frac{\pi}{K} > z_2 + 2. \quad (2.219)$$

Умова сусідства може бути подана й у такому вигляді:

$$(z_4 - z_3) \sin \frac{\pi}{K} > z_2 + 2. \quad (2.220)$$

Кількість зубців у планетарних механізмах часто визначається за формулами, одержаними при сумісному розв'язанні виразів передаточного відношення, умов співвідності складання. Для механізму AI розрахункові формули такі:

$$z_1 = \frac{NK}{u_{in}^{(4)}}, \quad z_2 = z_1 \frac{u_{in}^{(4)} - 2}{2}, \quad z_3 = z_1 (u_{in}^{(4)} - 1). \quad (2.221)$$

Знайдену за розрахунковими формулами кількість зубців необхідно перевірити, чи задовольнятиме вона умови сусідства та інтерференції. Перелічені умови синтезу можуть задовольняти рідкі набори зубців. Оптимальний варіант встановлюється з урахуванням основної умови синтезу (див. розд. I).

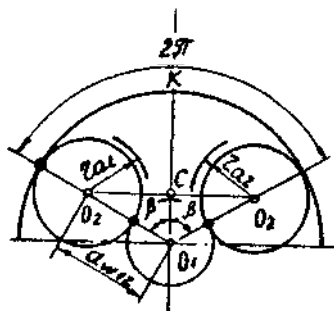


Рис. 2.49

Контрольні запитання

1. На чому базуються головна теорема зачеплення та наслідок з неї?
2. Що називається відтворюючою прямою та основним колом?
3. Перелічіть властивості евольвенти кола.
4. Які є методи формування зубців? Охарактеризуйте початковий контур рейки.
5. У чому полягає метод зміщення зуборізального інструменту та які при цьому утворюються зубчасті колеса?
6. Як запобігти утворенню підрізу зубців?
7. Яке зачеплення називається нульовим, позитивним, негативним?
8. Як визначаються гранична ділянка лінії зачеплення та її активна ділянка?
9. Що характеризують якісні показники зачеплення?
10. Які особливості зубчастих передач з косими зубцями?
11. Які переваги та недоліки зачеплення Новикова?
12. Як відбувається профілювання зубців евольвентного конічного зачеплення?
13. У чому полягає синтез планетарних зубчастих механізмів?

Приклади для розв'язання

Приклад I. Визначити коефіцієнти зміщення нульової передачі, в якій зубці не будуть підрізані, якщо кількість зубців $z_1 = 10$, $z_2 = 24$, параметри рейкового інструменту $h_a^* = 1$, $\alpha = 20^\circ$.

Відповідь: $\chi_1 = 7/17$; $\chi_2 = -7/17$.

Приклад 2. З'ясувати за умовами складання та сусідства можливість розміщення у планетарному механізмі АІ числа сателітів $K = 3, 4, 5$. Число зубців коліс $z_1 = 20$, $z_2 = 30$, $z_4 = 80$.

Відповідь. Розміщення чотирьох сателітів можливе, трьох сателітів та п'яти - не можливе.

Л і т е р а т у р а

Заблонский К.И., Белоконев И.М., Щекин Б.М. Теория механизмов и машин. К., 1989.

Коренько А.С. Теория механизмов и машин. К., 1976.

Кудрявцев В.М. Планетарные передачи. Л., 1989.

2.6. Зрівноваження сил інерції механізмів

Зрівноваження сил інерції механізмів розподіляється на зрівноваження динамічних навантажень на стійку (фундамент) і зрівноваження динамічних навантажень у кінематичних парах.

2.6.1. Зрівноваження динамічних навантажень на стійку

При русі механізмів із прискореннями виникають сили інерції, що викликають динамічні навантаження в кінематичних парах. Ці навантаження передаються на стійку (фундамент), утворюючи його коливання.

Звідки виникає задача проектування механізму таким чином, щоб його сили інерції були повністю або частково зрівноважені? Це можливо досягнути за допомогою противаг і раціональним розміщенням ланок механізму.

Розглянемо спосіб противаг.

Рівнодіюча сил інерції всіх ланок механізму дорівнює

$$\bar{F}_{in} = -m\bar{W}_s, \quad (2.222)$$

де m - маса всіх ланок механізму; $\bar{W}_s$ - прискорення загально-го центра мас механізму.

Зрівноважити цю рівнодіючу, тобто зробити її рівною нулю, можна, якщо загальний центр мас механізму буде нерухомим ($\bar{W}_s = 0$). Це можливо одержати установами на ланках механізму проти-

ваг.

Розглянемо цей спосіб на прикладі повного зрівноваження сил інерції кривошипно-повзунного механізму (рис. 2.50).

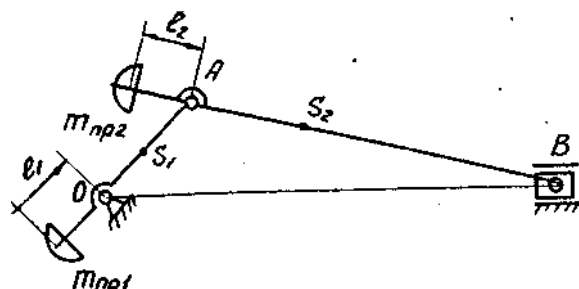


Рис. 2.50

Розміри ланок l_{OA} , l_{AB} , положення їх центрів мас l_{OS1} , l_{AS2} , їх маси m_1 , m_2 відомі. Центр мас повзуна збігається з точкою B. Розміщення противаг виконаємо у такій послідовності.

Установлюємо на продовженні шатуна AB (ліворуч) противагу таким чином, щоб центр мас повзуна, шатуна та противаги збігався з точкою A.

Для цього досить задовольнити рівність

$$m_{пр2} l_2 = m_2 l_{AS2} + m_3 l_{AB}. \quad (2.223)$$

Задаючись з конструктивних міркувань відстанню l_2 , визначаємо масу противаги:

$$m_{пр2} = \frac{m_2 l_{AS2} + m_3 l_{AB}}{l_2}. \quad (2.224)$$

Отже, точка A стала центром мас:

$$m_A = m_2 + m_3 + m_{пр2}. \quad (2.225)$$

Установлюємо противагу $m_{пр1}$ на продовженні кривошипа OA (униз) таким чином, щоб центр мас m_A , m_1 і $m_{пр1}$, тобто центр мас усіх мас механізму з противагами, збігався з нерухомою точкою O.

Для цього повинна виконуватися умова

$$m_{пр1} l_1 = m_1 l_{OS1} + m_A l_{OA}. \quad (2.226)$$

Задавшись ℓ_1 , визначимо $m_{пр1}$:

$$m_{пр1} = \frac{m_1 \ell_{os1} + m_A \ell_{oA}}{\ell_1} \quad (2.227)$$

Тим самим виконано повне зрівноваження сил інерції механізму. Моменти сил інерції не зрівноважуються. Їх зрівноваження розглядається у спеціальних курсах.

Звернемо увагу на те, що повне зрівноваження сил інерції механізмів внаслідок її громіздкості не завжди можна застосувати з конструктивних міркувань.

На практиці частіше виконують неповне зрівноваження сил інерції.

Наприклад, необхідно зрівноважити масу, що обертається, і сили інерції першого порядку мас, які рухаються поступально, кривошипно-повзункового механізму (рис. 2.5I).

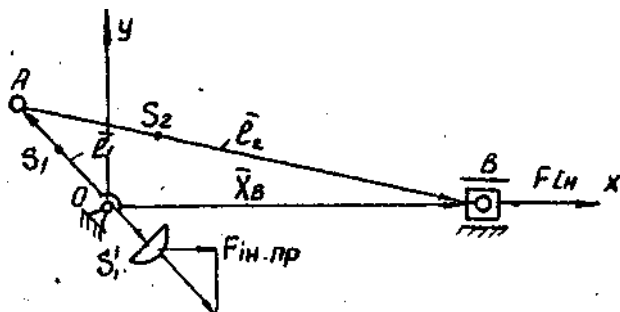


Рис. 2.5I

Послідовність розв'язання задачі така.

Масу шатуна замінимо масами m_A і m_B , зосередженими у точках A і B на основі умов статичного розміщення мас ланки, тобто сума мас, зосереджена у точках A і B, повинна дорівнювати масі усієї ланки:

$$m_2 = m_A + m_B \quad (2.228)$$

Загальний центр мас, зосереджений у замінюючих точках, мусить збігатися з центром мас ланки:

$$m_A l_{AS_2} = m_B l_{BS_2}, \quad (2.229)$$

звідки

$$m_A = m_2 \frac{l_{BS_2}}{l_{AB}}, \quad (2.230)$$

$$m_B = m_2 \frac{l_{AS_2}}{l_{AB}}. \quad (2.231)$$

Масами, які обертаються, врахуємо масу кривошипа m_1 і частину маси шатуна m_A ; масами, що рухаються поступально, — масу повзуна m_2 та частину маси шатуна — m_B . Масу протизваги m'_{np1} , яка зрівноважує тільки обертальні маси, визначається за виразами

$$m'_{np1} l'_{os_1} = m_1 l_{os_1} + m_A l_{OA}, \quad (2.232)$$

$$m'_{np1} = \frac{m_1 l_{os_1} + m_A l_{OA}}{l'_{os_1}}. \quad (2.233)$$

Знайдемо формулу сили інерції першого порядку мас, що рухаються поступально. Повна сила інерції цих мас дорівнює

$$\bar{F}_{inz} = -(m_2 + m_B) \bar{W}_B. \quad (2.234)$$

Вираз для прискорення точки В $\bar{W}_B$ знайдемо послідовним подвійним диференціюванням виразу для переміщення S_B точки В. Використовуючи метод замкнених контурів, одержуємо

$$S_B = l_1 + l_2 - x_B = l_1 + l_2 - l_1 \cos \varphi_1 - l_2 \sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1}, \quad (2.235)$$

де $\lambda = l_1 / l_2$.

Розклавши за біномом Ньютона у ряд корінь

$$\sqrt{1 - \lambda^2 \sin^2 \varphi_1} = 1 - \frac{\lambda^2}{2} \sin^2 \varphi_1 - \frac{\lambda^4}{8} \sin^4 \varphi_1 - \dots$$

і прийнявши з достатньою точністю тільки два перших члена ряду, дістанемо наближений вираз

$$S_B \approx l_1 \left(1 - \cos \varphi_1 + \frac{\lambda}{2} \sin^2 \varphi_1 \right).$$

Тоді

$$W_B \approx l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 + l_1 \omega_1^2 \lambda \cos 2\varphi \quad (2.236)$$

і

$$F_{iH3} = (m_3 + m_8) l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1 + (m_3 + m_8) l_1 \omega_1^2 \lambda \cos 2\varphi_1, \quad (2.237)$$

де $F_{iH3}^I = (m_3 + m_8) l_1 \omega_1^2 \cos \varphi_1$ — сила інерції першого порядку; $F_{iH3}^{II} = (m_3 + m_8) l_1 \omega_1^2 \lambda \cos 2\varphi_1$ — сила інерції другого порядку.

Масу противаги, горизонтальну складову сили інерції якої зрівноважує F_{iH3}^I , знайдемо в рівняння

$$m_{np}'' l_{0s1}' = (m_3 + m_8) l_{0A},$$

звідки

$$m_{np}'' = \frac{(m_3 + m_8) l_{0A}}{l_{0s1}}. \quad (2.238)$$

А повна маса противаги

$$m_{np1} = m_{np1}' + m_{np1}''. \quad (2.239)$$

Прикладом зрівноваження сил інерції механізму за допомогою раціонального розміщення ланок може бути кривошипно-повзунковий механізм особливого типу (рис. 2.52).

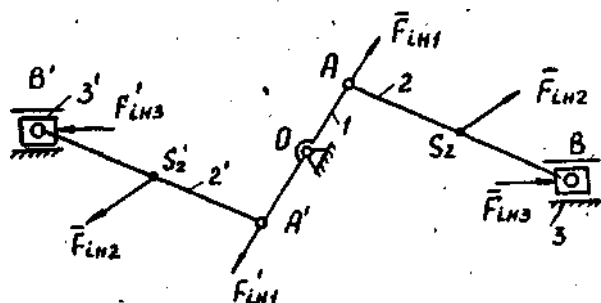


Рис. 2.52

У цьому механізмі до кривошипа і симетрично приєднані в усьому однакові структурні групи з ланок (2,3) та (2', 3'), завдяки чому сила інерції відповідних ланок однакові за модулем і протилежні за напрямком, тобто попарно зрівноважуються. Тому рівнодіюча усіх сил інерції механізму дорівнює нулю. Однак цей метод зрівноваження сил інерції громіздкий і тому застосовується, коли діють обидва симетричні механізми, як, наприклад, в

багатоциліндрових двигунах внутрішнього згоряння.

2.6.2. Зрівноваження ланок механізму, що обертаються

Зрівноваження динамічних навантажень у кінематичних парах механізмів від сил інерції у загальному вигляді має практичні труднощі. Вирішення цієї задачі полягає у такому розподілі мас ланок, при якому повністю або частково усуваються динамічні навантаження. При цьому конфігурація ланок у багатьох випадках є малоконструктивною, і тому цей спосіб застосовується головним чином при зрівноваженні ланок, що обертаються. Сюди потрібно віднести вали швидкохідних двигунів, турбін і т.п., частота обертання яких досягає 10000...50000 у хвилину. При цих умовах найважливішим є питання про правильний розподіл мас ланок відносно їх осі обертання.

Нехай ланка, схему якої подано у двох проєкціях (рис. 2.53), обертається рівномірно відносно опор A і B з постійною кутовою швидкістю ω . Центри тяжіння мас m_1 , m_2 , m_3 цієї ланки розташовані на відстанях z_1 , z_2 , z_3 . Сила інерції i -ї ланки направлена вздовж радіуса від осі обертання і дорівнює

$$(\bar{F}_{in})_i = -m_i \bar{W}_{si} = -m_i \bar{z}_i \omega^2.$$

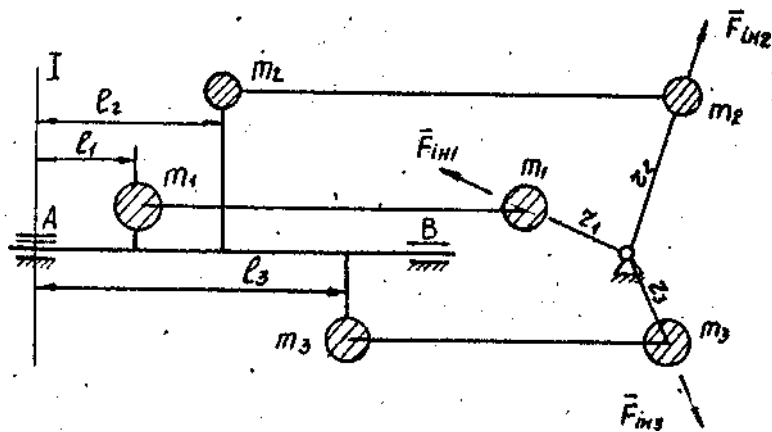


Рис. 2.53

Головний вектор сил інерції мас

$$\vec{F}_{in} = \sum m_i \vec{z}_i \omega^2$$

Для того, щоб сили інерції не передавали тиск на опори, потрібно, щоб головний вектор сил інерції дорівнював нулю:

$$\vec{F}_{in} = \sum m_i \vec{z}_i \omega^2 = 0,$$

або

$$\sum m_i \vec{z}_i = 0. \quad (2.240)$$

Ця умова називається умовою статичної зрівноваженості. Як відомо із теоретичної механіки,

$$\sum m_i \vec{z}_i = m \vec{z}_s,$$

де m - маса всієї ланки; $\vec{z}_s$ - відстань загального центра тяжіння всіх мас від осі обертання.

Тому статична зрівноваженість можлива, якщо загальний центр тяжіння ланки знаходиться на осі обертання.

Для статичного зрівноваження мас ланки досить однієї зрівноважувальної маси. Але умови (2.240) не достатньо, щоб не було тиску на опори. Крім того, необхідно, щоб сума моментів цих сил, наприклад, відносно площини I-I, дорівнювала нулю:

$$\sum (T_{in})_i = 0, \quad (2.241)$$

де $(T_{in})_i = (F_{in})_i \ell_i = m_i z_i \omega^2 \ell_i$.

Тоді рівняння (2.241) набуває вигляду

$$\sum m_i \vec{z}_i \ell_i = 0. \quad (2.242)$$

Це є умова моментної зрівноваженості мас, що обертаються. Вектор $\sum m_i \vec{z}_i \ell_i$ - відцентровий момент інерції мас відносно осі обертання і площини, перпендикулярної до осі обертання. Цей момент дорівнюватиме нулю, якщо вісь обертання збігається з однією з головних осей інерції. Вектор $m_i \vec{z}_i \ell_i$ напрямлений перпендикулярно до площини, що проходить через вісь обертання і відповідний радіус у таку сторону, що якщо дивитися напроти вектора, то момент від відповідної сили інерції відносно площини має бути напрямлений проти ходу годинникової стрілки (рис. 2.54). Але якщо всі вектори рівняння (2.242) повернути на 90° , то воно від цього не зміниться, а вектори будуть напрямлені паралельно від-

повідним радіусам.

Це значно спрощує розв'язання задачі. Отже, ланка буде динамічно зрівноваженою якщо задовольнятиметься рівняння (2.242). Розглянемо приклад зрівноваження мас, що обертаються.

Приклад. Зрівноважити обертальну ланку, що складається з трьох мас m_1, m_2, m_3 , центри тяжіння яких розташовані у різних площинах, перпендикулярних до осі обертання (рис. 2.55) на відстанях z_1, z_2, z_3 .

Кути між напрямками радіусів-векторів $\varphi_{12} = 120^\circ$,

$\varphi_{23} = 120^\circ$. Зрівноважувальні маси розмістити у площинах I і II, відстань між якими L . Відстані площин розташування мас m_1, m_2, m_3 від площини I дорівнюють l_1, l_2, l_3 .

Статичне зрівноваження виконуємо за векторним рівнянням

$$m_1 \vec{z}_1 + m_2 \vec{z}_2 + m_3 \vec{z}_3 + m_{3p} \vec{z}_{3p} = 0. \quad (2.243)$$

Задаємося масштабом $\mu \frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{мм}}$ і відповідно до цього рівняння послідовно відкладаємо відрізки $[m_1 z_1] = \frac{m_1 z_1}{\mu}$, $[m_2 z_2] = \frac{m_2 z_2}{\mu}$, $[m_3 z_3] = \frac{m_3 z_3}{\mu}$, що зображать відповідні

вектори, тобто будуюмо план статичних моментів. З'єднавши кінець відрізка $[m_3 z_3]$ з початком відрізка $[m_1 z_1]$, одержимо шуканий відрізок $[m_{3p} z_{3p}]$. Тоді величина вектора

$$m_{3p} z_{3p} = [m_{3p} z_{3p}] \cdot \mu.$$

Задаючись величиною z_{3p} , знаходимо m_{3p} . Цю масу можна установити в будь-якій площині. Установимо її у площині II. На-

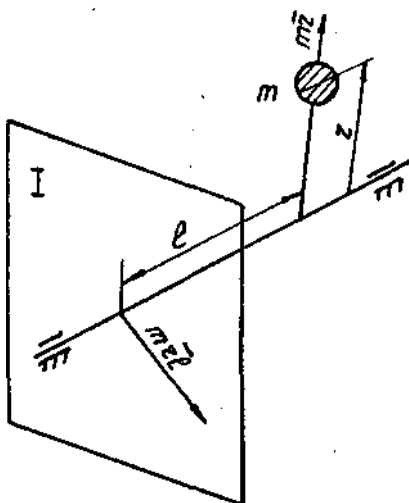


Рис. 2.54

прямоку радіуса, на якому розміщується ця маса, мають бути паралельним вектору $m_{3p} \bar{z}_{3p}$ на плані статичних моментів.

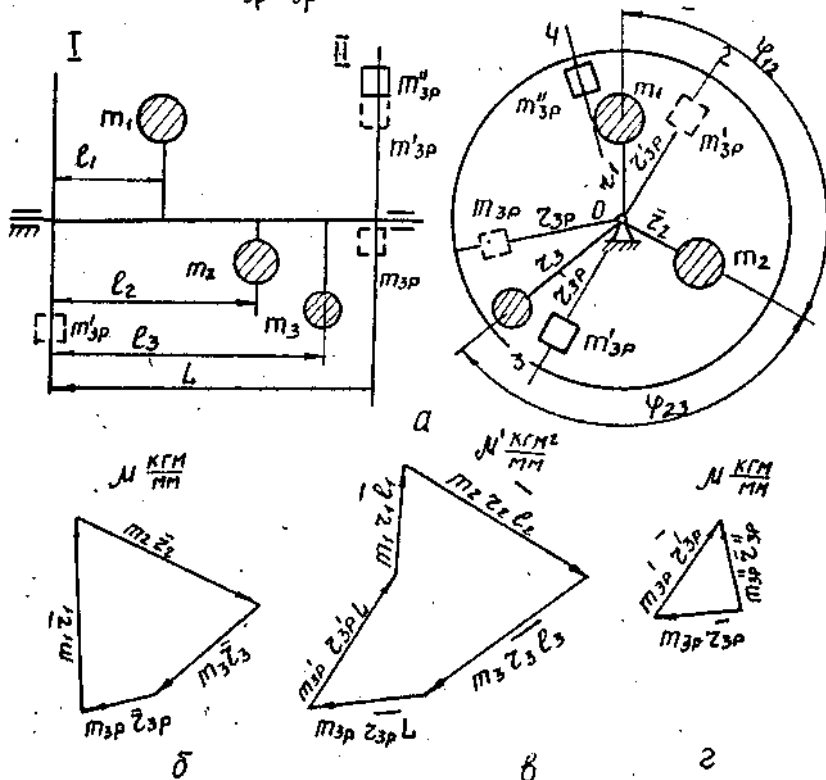


Рис. 2.35

Моментне зрівноваження можна виконувати установкою двох нових однакових мас m'_{3p} у різних площинах, перпендикулярних до осі обертання. Установимо ці маси у площинах I і II. Тоді векторне рівняння відцентрових моментів для моментного зрівноваження матиме вигляд

$$m_1 \bar{z}_1 l_1 + m_2 \bar{z}_2 l_2 + m_3 \bar{z}_3 l_3 + m_{3p} \bar{z}_{3p} L + m'_{3p} \bar{z}'_{3p} L = 0. \quad (2.244)$$

Вибіримо масштаб $\mu' \frac{\text{кгм}^2}{\text{мм}}$ і послідовно, відповідно до рівняння (2.244), відкладаємо відрізки (рис. 2.55, в):

$$[m_1 z_1 l_1] = \frac{m_1 z_1 l_1}{\mu'}, \quad [m_2 z_2 l_2] = \frac{m_2 z_2 l_2}{\mu'},$$

$$[m_3 z_3 l_3] = \frac{m_3 z_3 l_3}{\mu'}, \quad [m_{3p} z_{3p} l] = \frac{m_{3p} z_{3p} l}{\mu'}.$$

Ці відрізки напрямлені вздовж відповідних радіусів. З'єднуючи кінець відрізка $[m_{3p} z_{3p} l]$ з початком відрізка $[m_1 z_1 l_1]$, одержимо відрізок $[m'_{3p} z'_{3p} l]$, який у вибраному масштабі зображує вектор $m'_{3p} z'_{3p} l$. Тоді модуль вектора

$$m'_{3p} z'_{3p} l = [m'_{3p} z'_{3p} l] \cdot \mu'.$$

Визначаємо величину зрівноважувальної маси:

$$m'_{3p} = \frac{m'_{3p} z'_{3p} l}{z'_{3p} l}.$$

Установлюємо цю масу у площині Π на радіусі, напрямком якого 0-2 паралельний напрямку вектора $m'_{3p} z'_{3p} l$ на плані відцентрових моментів інерції. Таку саму масу m'_{3p} на такому самому радіусі, тільки у протилежному напрямку (напрямок 0-3), установлюємо у площині I .

Маси m_{3p} і m'_{3p} у площині Π можна замінити однією масою:

$$m''_{3p} \bar{z}''_{3p} = m_{3p} \bar{z}_{3p} + m'_{3p} z'_{3p}. \quad (2.245)$$

Відповідно до виразу (2.245) будемо у масштабі μ план векторів статичних моментів мас. За цим планом величина вектора

$$m''_{3p} \bar{z}''_{3p} = \mu [m''_{3p} z''_{3p}].$$

Задавшись z''_{3p} , визначаємо m''_{3p} . Масу m''_{3p} розміщуємо на радіусі z''_{3p} , напрямком якого 0-4 паралельний вектору $m''_{3p} \bar{z}''_{3p}$. Таким чином, показано, що динамічне зрівноваження обертових мас можна виконувати за допомогою двох мас, розташованих у двох площинах, перпендикулярних до осі обертання.

Контрольні запитання

1. Які умови зрівноваження динамічних навантажень на стояк?
2. Які умови зрівноваження динамічних навантажень у кіне-

матичних парах обертальних ланок?

3. Яка послідовність динамічного зрівноваження роторів?

4. Скільки потрібно противаг для статичного та моментного зрівноважень ротора?

5. У чому полягає зрівноваження сил інерції механізму раціональним розміщенням його ланок?

Л і т е р а т у р а

Заблонский К.И., Белоконев М.М., Шекин Б.М. Теория механизмов и машин. К., 1989.

Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. М., 1987.

2.7. Регулювання періодичних коливань швидкостей механізмів при усталеному русі

Обертання вхідного валу робочої машини (вихідного вала двигуна) визначається взаємодією рушійних сил і сил опору. Рушійні сили залежать від механічної характеристики двигуна, а сила опору робочої машини - головним чином від технологічного процесу. Незабір законів зміни зведених моментів рушійних сил і сил опору, зміна зведеного моменту інерції зумовлюють коливання швидкостей ланки зведення механізму всередині циклу усталеного руху.

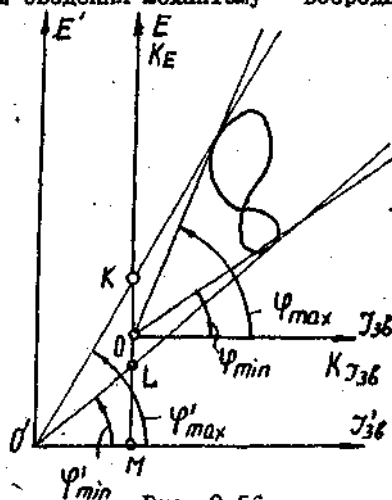


Рис. 2.56

Як відомо, величина кутової швидкості ланки зведення може бути визначена з використанням діаграми $E(\mathcal{J}_{3\delta})$ (див. рис. 2.56). Максимальна і мінімальна швидкості ланки зведення визначаються за формулами

$$\omega_{\max} = \sqrt{\operatorname{tg} \varphi_{\max}} \sqrt{\frac{2K_E}{K_J}}, \quad (2.246)$$

$$\omega_{\min} = \sqrt{\operatorname{tg} \varphi_{\min}} \sqrt{\frac{2K_E}{K_J}}, \quad (2.247)$$

де $\varphi_{\max}$ і $\varphi_{\min}$ — максимальний і мінімальний кути, що утворюються дотичними до замкнутого контуру діаграми $E(\mathcal{J}_{3\delta})$ (що відповідає усталеному руху) з віссю $\mathcal{J}_{3\delta}$; K_E і K_J — масштаби енергії та зведеного моменту інерції:

Коливання швидкості ланки зведення оцінюється коефіцієнтом нерівномірності ходу (КНХ):

$$\delta = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\text{сер}}}, \quad (2.248)$$

де $\omega_{\text{сер}}$ — середнє значення швидкості ланки зведення,

$$\omega_{\text{сер}} = \int_0^T \frac{\omega dt}{T}; \quad (2.249)$$

при $\delta \ll 0,01$

$$\omega_{\text{сер}} = \frac{\omega_{\max} + \omega_{\min}}{2}. \quad (2.250)$$

Тоді

$$\delta = 2 \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{\max} + \omega_{\min}}, \quad (2.251)$$

або, відповідно до формул (2.246), (2.247), маємо

$$\delta = 2 \frac{\sqrt{\operatorname{tg} \varphi_{\max}} - \sqrt{\operatorname{tg} \varphi_{\min}}}{\sqrt{\operatorname{tg} \varphi_{\max}} + \sqrt{\operatorname{tg} \varphi_{\min}}}. \quad (2.252)$$

Коливання швидкостей призводять до зміни динамічного тиску в кінематичних парах, можуть викликати пружні коливання ланок,

погіршують технологічний процес, і тому їх необхідно регулювати. Ця задача вирішується використанням маховиків (механічних акумуляторів енергії). Допустимі значення КНХ - $[\delta] = 0.1 \dots 0.005$. Більші значення відповідають поршневим насосам, менші - електричним генераторам, турбінам і т.п.

Покажемо, як впливають маховики на коефіцієнт нерівномірності ходу.

Відповідно до виразів (2.246), (2.247) знаходимо

$$\operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{K_1}{2K_E} \omega_{\max}^2, \quad (2.253)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\min} = \frac{K_1}{2K_E} \omega_{\min}^2. \quad (2.254)$$

Розв'язуючи разом рівняння (2.248), (2.250), маємо

$$\omega_{\max} = \omega_{\text{сер}} \left(1 + \frac{\delta}{2} \right), \quad (2.255)$$

$$\omega_{\min} = \omega_{\text{сер}} \left(1 - \frac{\delta}{2} \right). \quad (2.256)$$

Виконавши підстановку формул (2.255), (2.256) у рівняння (2.253), (2.254), одержимо

$$\operatorname{tg} \varphi_{\max} = \frac{K_1}{2K_E} \omega_{\text{сер}}^2 \left(1 + \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \frac{K_1}{2K_E} \omega_{\text{сер}}^2 (1 + \delta), \quad (2.257)$$

$$\operatorname{tg} \varphi_{\min} = \frac{K_1}{2K_E} \omega_{\text{сер}}^2 \left(1 - \delta + \frac{\delta^2}{4} \right) \approx \frac{K_1}{2K_E} \omega_{\text{сер}}^2 (1 - \delta). \quad (2.258)$$

Нехай рух механізму відбуватиметься з коефіцієнтом нерівномірності ходу $[\delta]$, який менший від коефіцієнта, знайденого за виразом (2.251), тобто $[\delta] < \delta$.

Допустимому значенню КНХ $[\delta]$ відповідатимуть значення кутів $\varphi'_{\max} < \varphi_{\max}$ і $\varphi'_{\min} > \varphi_{\min}$ (рис. 2.56). Точка O' перетинання дотичних до замкнутого контуру діаграми $E(J_{1\delta})$, проведених під кутами $\varphi'_{\max}$ і $\varphi'_{\min}$, - новий початок системи координат $E'O'J_{1\delta}$ діаграми. Відрізок (MO') у масштабі K_1 відбиває зведений момент інерції маховика, необхідний для руху

ланки зведення з $[\delta] < \delta$:

$$J_M = (O'M) \cdot K_J. \quad (2.259)$$

Але знайти J_M за рівнянням (2.259) часто утруднено.

При малих значеннях $[\delta]$, внаслідок малої різниці між кутами $\varphi'_{\max}$ і $\varphi'_{\min}$ точка O' - перетинання дотичних до замкнутого контуру діаграми $E(J_{3\delta})$ - далеко виходить за межі креслення. Знайдемо вираз J_M через відрізок (KL) , який відсікається дотичними на осі E .

Згідно з формулами (2.257), (2.258), і рис. 2.56 маємо.

$$\operatorname{tg} \varphi'_{\max} - \operatorname{tg} \varphi'_{\min} = \frac{K_J}{K_E} \omega_{\text{сер}}^2 [\delta] = \frac{(KM) - (LM)}{(MO')} = \frac{(KL)}{(MO')},$$

або

$$\frac{K_J \pi^2 n_{\text{сер}}^2}{K_E 900} [\delta] = \frac{(KL)}{(MO')},$$

$$J_M = \frac{90(KL) \cdot K_E}{n_{\text{сер}}^2 [\delta]}, \quad (2.260)$$

де $n_{\text{сер}}$ - середня частота обертання ланки зведення.

Отже, для побудови замкнутого контуру діаграми $E(J_{3\delta})$ немає необхідності будувати цю діаграму від початку розгону механізму. Досить побудувати діаграму $\Delta E(J_{3\delta})$, що характеризує зміну кінематичної енергії за період усталеного руху.

Приклад. Показати визначення моменту інерції маховика за діаграмою $\Delta E(J_{3\delta})$ для кривошипно-повзунного механізму двотактного двигуна внутрішнього згорання (рис. 2.57). Діаметр поршня - D_n , діаметр корінної шийки - $d_{\text{к.ш.}}$, діаметр шатунної шийки вала - $d_{\text{ш.ш.}}$, діаметр поршневого пальця - d_n , масові характеристики: моменти інерції - J_0 , J_{s2} , маси шатуна і поршня - m_2 , m_3 ; середній ефективний тиск - p_e , частота обертання колінчастого вала - $n_1 = n_{\text{сер}}$, постійний момент виробничого опору - $T_{g.0} = \text{const}$, допустимий КНХ - $[\delta]$.

Розглянемо розв'язання цієї задачі графоаналітичним і машинним методами.

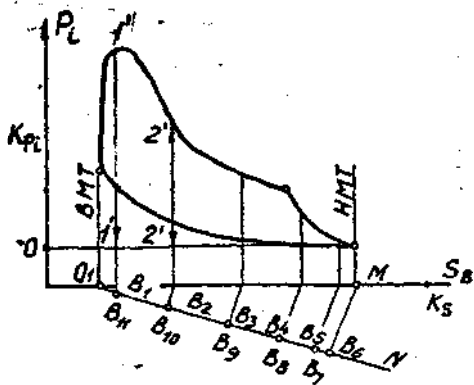


Рис. 2.58

2.7.1. Графоаналітичний метод

1. Приймаючи за початкове положення точки A механізму положення A_0 , розмітимо траєкторію точок A і B (див. рис. 2.57,а) (рекомендується коло, що окреслює точка A , поділяти на однакові дуги).

2. Визначимо у вибраних положеннях механізму величину рушійної сили $F_{руш}$. Для цього розмітимо хід поршня на індикаторній діаграмі (рис. 2.57,б). На промені O, N , проведеному під вільним кутом до осі абсцис, із точки O , відкладаємо відрізок $O, B_6 = b_0 b_6$ - розмічений хід поршня на плані механізму. Точку B_6 з'єднаємо з точкою M , а через точки $B_1, B_2 \dots$ проведемо прями, паралельні $B_6 M$, до перетинання з віссю S_6 . Ординати $1'1', 2'2' \dots$ у масштабі тиску K_{pi} характеризують надлишковий тиск у першому, другому та інших положеннях механізму. Тоді рушійна сила, наприклад у першому положенні, дорівнюватиме

$$F_{руш1} = (1'1') K_{pi} \cdot 0,78 D n. \quad (2.261)$$

Масштаб тиску K_{pi} визначимо за формулою

$$K_{pi} = \frac{(O, M) p_e}{F_{ind} \eta_m}, \quad (2.262)$$

де (O, M) - хід поршня на індикаторній діаграмі; F_{ind} - площа індикаторної діаграми; $\eta_m = 0,7 \dots 0,8$ - механічний ККД двигуна.

3. Визначимо зведений до кривошипа рушійний момент у вибраних положеннях механізму і побудуємо діаграму $T_{зб.руш}(\varphi_1)$ (рис. 2.59):

$$T_{зб.руш} = F_{руш} \frac{v_B}{\omega_1} \cos(\bar{F}_{руш}; \bar{v}_B). \quad (2.263)$$

Величину швидкості v_B знайдемо при кінематичному дослідженні механізму.

4. Графічно проінтегрувавши функцію $T_{зб.руш}(\varphi_1)$, побудуємо діаграму $\Delta E_{руш}(\varphi_1)$ (рис. 2.59). Масштаб зміни енергії рушійних сил:

$$K_{\Delta E_{руш}} = K_{T_{зб.руш}} \cdot K_{\varphi_1} \cdot a;$$

$K_{T_{зб.руш}}$ - масштаб зведеного рушійного моменту; K_{φ_1} - масштаб кута повороту кривошипа; $a = 30 \dots 60$ мм - полусна відстань.

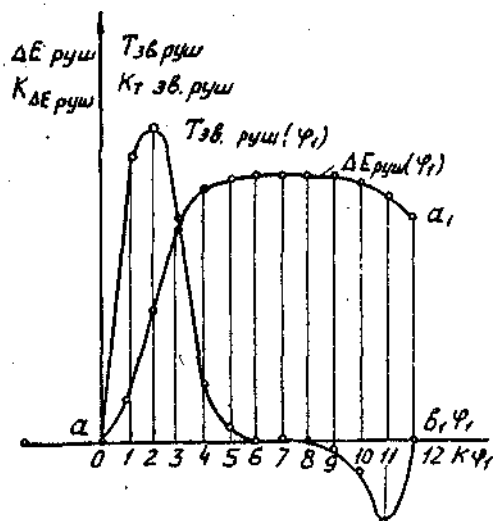


Рис. 2.59

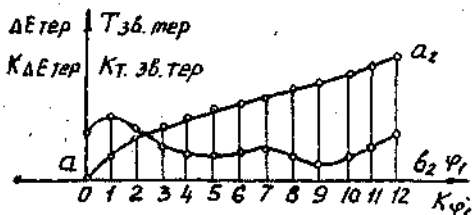


Рис. 2.60

$\mathcal{V}_B$ визначимо при кінематичному дослідженні, реакції R_{ij} - силовим розрахунком механізму.

6. Графічно проінтегрувавши функцію $T_{зб.тер}(\varphi_1)$, побудуємо діаграму $\Delta E_{тер}(\varphi_1)$ (рис. 2.60). Масштаб зміни енергії сил тертя

$$K_{\Delta E_{тер}} = K_{T_{зб.тер}} \cdot K_{\varphi_1} \cdot a_1,$$

де $K_{T_{зб.тер}}$ - масштаб зведеного моменту тертя; K_{φ_1} - масштаб

5. Визначимо зведений до кривошипа момент сил тертя у вибраних положеннях механізму та побудуємо діаграму $T_{зб.тер}(\varphi_1)$ (рис.2.60):

$$T_{зб.тер} =$$

$$= R_{41} f_{41} \frac{d_{кш}}{2} +$$

$$+ R_{12} f_{12} \frac{d_{шш}}{2} \frac{\omega_1 \pm \omega_2}{\omega_1} +$$

$$+ R_{23} f_{23} \frac{d_n}{2} \frac{\omega_2}{\omega_1} +$$

$$+ R_{43} f_{43} \frac{\mathcal{V}_B}{\omega_1}, \quad (2.264)$$

де ω_1 - кутова швидкість 1-ї ланки;

R_{ij} - реакція i -ї ланки на j -ту; f_{ij} - коефіцієнт тертя у кінематичній парі, що утворюється i -ю та j -ю ланками. Швидкості ω_2 ,

кута повороту кривошипа; Q_1 - полюсна відстань.

7. Підсумуємо діаграми $\Delta E_{руш}(\varphi_1)$ і $\Delta E_{тер}(\varphi_1)$ з урахуванням правила знаків і побудуємо діаграму $\Delta E_{руш}(\varphi_1) - \Delta E_{тер}(\varphi_1)$ (рис. 2.61).

Максимальна ордината

$$Q_3 \delta_3 = \frac{(a_1 \delta_1) K_{\Delta E_{руш}} - (a_2 \delta_2) K_{\Delta E_{тер}}}{K_{\Delta E}}$$

визначає енергію сил виробничого опору за один цикл.

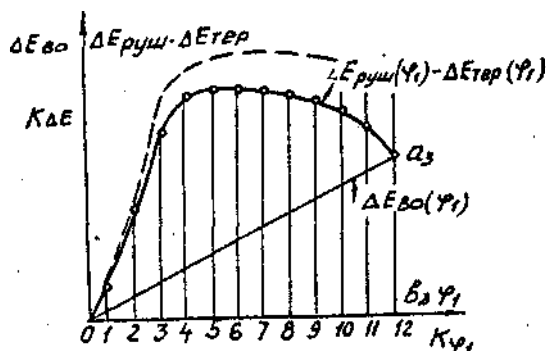


Рис. 2.61

Енергія сил виробничого опору змінюється за законом прямої OQ_3 (рис. 2.61), тому що

$$T_{g,0} = \text{const}.$$

8. Побудуємо діаграму зміни енергії механізму $\Delta E(\varphi_1)$. Ординати цієї діаграми, що дорівнюють відріzkам між прямою OQ_3 і сумарною кривою $\Delta E_{руш}(\varphi_1) - \Delta E_{тер}(\varphi_1)$, відкладаємо від горизонтальної осі з урахуванням правила знаків (рис. 2.62).

9. Визначимо зведений до кривошипа момент інерції рухомих ланок механізму і побудуємо діаграму $J_{3\delta}(\varphi_1)$:

$$J_{3\delta} = J_1 + m_2 \frac{v_{s_2}^2}{\omega_1^2} + J_{s_2} \frac{\omega_2^2}{\omega_1^2} + m_2 \frac{v_B^2}{\omega_1^2}. \quad (2.265)$$

Швидкість центра мас шатуна v_{s_2} , а також швидкості ω_2 , v_B знаходимо шляхом кінематичного дослідження механізму.

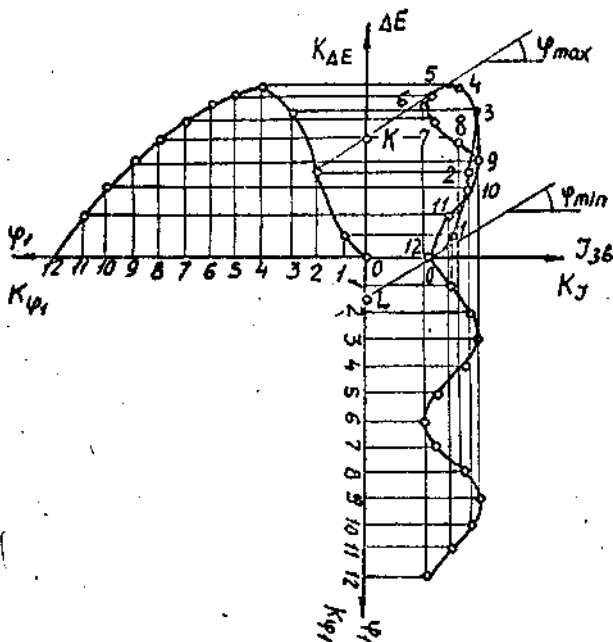


Рис. 2.62

ІО. Графічним виключенням спільного змінного φ_1 із діаграм $\Delta E (\varphi_1)$ і $J_{36} (\varphi_1)$ побудуємо діаграму $\Delta E (J_{36})$ (рис. 2.62).

ІІ. За допомогою діаграми $\Delta E (J_{36})$ визначимо момент інерції маховика J_M . Під кутами

$$\varphi_{\max} = \arctg \frac{K_J}{2K_E} \omega_1^2 (1 + [\delta]),$$

$$\varphi_{\min} = \arctg \frac{K_J}{2K_E} \omega_1^2 (1 - [\delta])$$

проведемо дотичні до замкненого контуру діаграми $\Delta E (J_{36})$ до перетинання з віссю ΔE у точках К і L. Тоді зведений до осі 0 момент інерції маховика

$$J_M = \frac{90(K_L)K_{\Delta E}}{\pi_1^2 [\delta]} \quad (2.259)$$

На ЕОМ відрізки $0, K$ і $0, L$ знаходимо у результаті розрахунку і порівняння виразів, взятих у дужки у формулах (2.269), (2.270).

Тоді

$$J_M = K_J \frac{\left(\frac{\Delta E}{K_{\Delta E}} - \frac{J_{зв1}}{K_J} \operatorname{tg} \varphi_{\max} \right)_{\max} - \left(\frac{\Delta E}{K_{\Delta E}} - \frac{J_{зв1}}{K_J} \operatorname{tg} \varphi_{\min} \right)_{\min}}{\operatorname{tg} \varphi_{\max} - \operatorname{tg} \varphi_{\min}}$$

масштаби зведеного моменту інерції та зміни енергії при обчисленні на ЕОМ – обрано прийняти такими:

$$K_{\Delta E} = I \frac{J_{зв}}{MM} ; \quad K_J = I \frac{J_{зв}^2}{MM}$$

Контрольні запитання

1. Які фактори викликають періодичні коливання швидкості вхідної ланки робочої машини?
2. Що називається коефіцієнтом нерівномірності руху?
3. Яка мета розміщення маховика у механізмі?
4. Чим потрібно керуватися при виборі місця установки маховика?
5. Яка послідовність визначення моменту інерції маховика методом енергомас?

Л і т е р а т у р а

Заблонский К.И., Белоконев И.М., Шекин Б.М. Теория механизмов и машин. К., 1989.

Теория механизмов и машин / Под ред. К.В. Фролова. М., 1987.

Шеванов Ігор Георгійович

СИНТЕЗ АВІАЦІЙНИХ МЕХАНІЗМІВ

Редактори: Є.О. Александрова,
Л.О. Кузьменко

Зв. план, 1999

Підписано до друку 24.09.99

Формат 60x84 1/16. Папір офс. № 2. Офс. друк.

Умовн.-друк. арк. 6,5. Обл.к.-вид. арк. 6,68. Т. 150 прим.

Замовлення І46. Ціна вільна

Державний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
"Харківський авіаційний інститут"

310070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

Ротантпринт друкарні "ХАІ"

310070, Харків-70, вул. Чкалова, 17