

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

Ю.Г. Король, О.Ю. Кладова, В.М. Павленко

СИНТЕЗ ЧИСЕЛ ЗУБ'ЇВ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Навчальний посібник

Харків «ХАІ» 2004

УДК 621.833.6

Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів / Ю.Г. Король, О.Ю. Кладова, В.М. Павленко. - Навч. посібник. – Харків: Нац. аерокосм. ун-т «Харк. авіац. ін-т», 2004. - 54 с.

Розглянуто методику синтезу чисел зуб'їв планетарних механізмів простих схем і з парними сателітами. Синтез чисел зуб'їв виконано за допомогою математичного апарату дискретної математики, який дозволяє визначити всі комбінації чисел зуб'їв, що задовольняють поставлені умови. Аналітично описано умови синтезу чисел зуб'їв планетарних механізмів з оптимальними вібраційними характеристиками.

Для студентів машинобудівних і приладобудівних спеціальностей при виконанні курсових і дипломних проектів, а також для інженерів при проектуванні планетарних механізмів з оптимальними характеристиками.

Іл. 19. Табл. 11 . Бібліогр.: 13 назв

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. А.Ф. Кириченко,
канд. техн. наук, доц. В.В. Бурлака

1. ВСТУП

Планетарні механізми найповніше задовольняють вимогу зниження матеріаломісткості порівняно зі звичайними зубчастими механізмами з нерухомими осями. Це пов'язано з розподілом навантаження на кілька потоків, число яких дорівнює числу сателітів, із застосуванням внутрішнього зачеплення, яке має більш підвищену несучу здатність, а при симетричному розміщенні сателітів взаємно зрівноважуються радіальні сили.

Планетарні та диференціальні механізми за останні роки все більше застосовуються на практиці не тільки як механічні передачі, але й як виконавчі механізми з використанням траєкторій руху сателітів.

Завдання оптимального проектування планетарних механізмів полягає, по-перше, у виборі оптимальної кінематичної схеми, що відповідає багатьом оцінним критеріям і заданим технічним умовам, а по-друге - в оптимальному внутрішньосхемному синтезі за рахунок вибору комбінації чисел зуб'їв, раціональної геометрії зубчастого зачеплення, застосування якісних матеріалів, термообробки і т.д.

Числа зуб'їв планетарних механізмів зв'язані між собою дискретними рівняннями складання, передаточного відношення, співвісності, сусідства. Як правило, кількість рівнянь для синтезу чисел зуб'їв менше від кількості невідомих, які ними визначаються. Тому потрібні додаткові умови і обмеження, що чинять великий вплив на показники якості механізму.

У цьому посібнику розглядаються питання синтезу планетарних механізмів з циліндричними колесами різних схем, числа зуб'їв яких задовольняють ряд додаткових вимог.

2. КЛАСИФІКАЦІЯ І ЗАДАЧІ СИНТЕЗУ ЧИСЕЛ ЗУБ`ІВ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

2.1. Основні схеми планетарних механізмів

Планетарні механізми різних схем широко застосовуються в сучасній техніці через цілий ряд їх переваг перед звичайними передачами і механізмами [1, 2, 3]. Вони утворюють декілька груп, що складаються із зовнішніх (А), внутрішніх (J) і конічних (К) зачеплень¹.

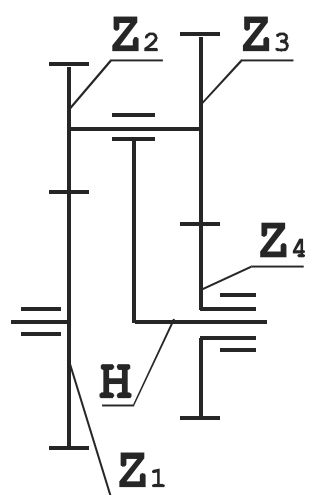
Найпоширенішою є група простих планетарних механізмів, складених з циліндричних зачеплень, коли жорсткий блок сателітів (зубчасті колеса з рухомою віссю в просторі) входить в зачеплення з центральними колесами (рис. 2.1). Умовні позначення схем планетарних механізмів залежать від виду зачеплення, застосованого у них, додатково ставиться риска над символом, якщо одне з коліс блока сателіта одночасно входить в зачеплення з двома центральними колесами.

Планетарні механізми з парними сателітами (рис. 2.2) створюються шляхом установлення на водила двох блоків сателітів, зубчасті колеса яких входять в зачеплення між собою, а потім з центральними колесами. Умовне позначення цієї групи планетарних механізмів (як пропонує В.А. Ткаченко [3]) складається з цифри, що показує кількість сателітів, що зачепляються між собою, і букви, яка вказує вид зачеплення сателітів і (після тире) вид зачеплення центральних коліс.

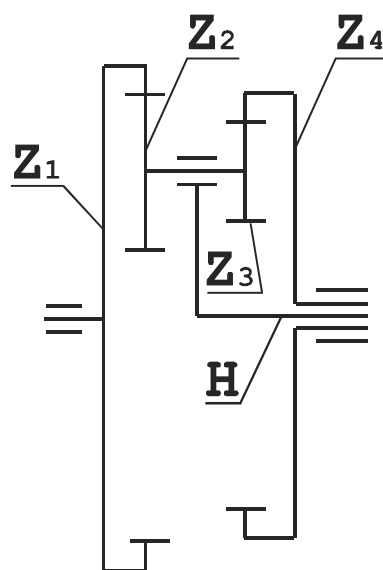
Наступну групу утворюють планетарні механізми, що складаються з будь-яких механізмів попередніх схем, що мають три центральні ланки із ступенем рухомості два і додаткового ланцюга зубчастих коліс, який з'єднує дві центральні ланки. Такі механізми називаються замкнутими планетарними механізмами (рис. 2.3). Ланцюг замикання дозволяє отримати планетарний механізм цілком певної кінематики. Умовне позначення такого механізму складається з позначення того планетарного механізму, на базі якого будується замкнутий планетарний механізм, умовного позначення ланцюга замикання в дужках, що розташовується через дефіси між ланками, які вона з'єднує.

Послідовне з'єднання планетарних механізмів в будь-якій кількості, в основному простих схем, дозволяє отримати схеми планетарних механізмів необхідної кінематики (рис. 2.4).

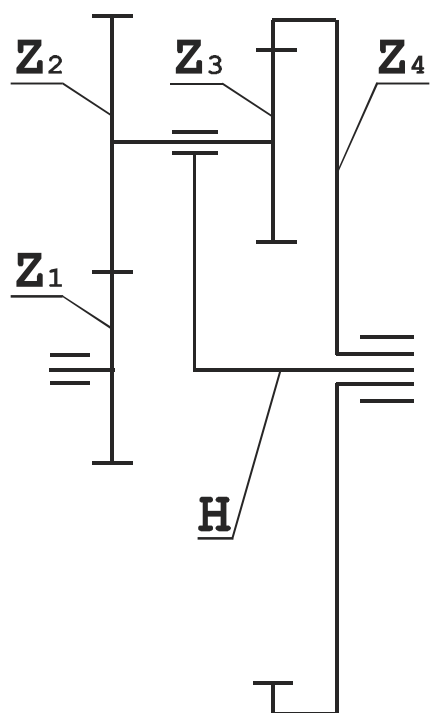
¹ У посібнику синтез чисел зуб`ів конічних зачеплень не розглядається



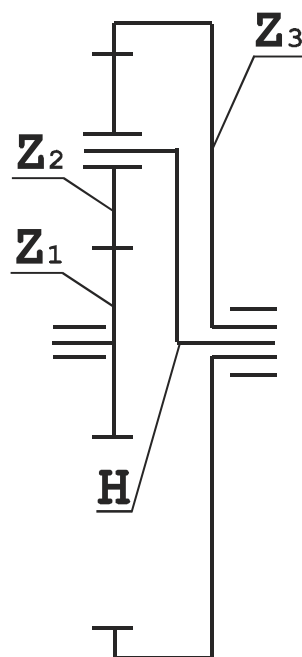
AA



JJ



AJ



$\overline{A}J$

Рис. 2.1

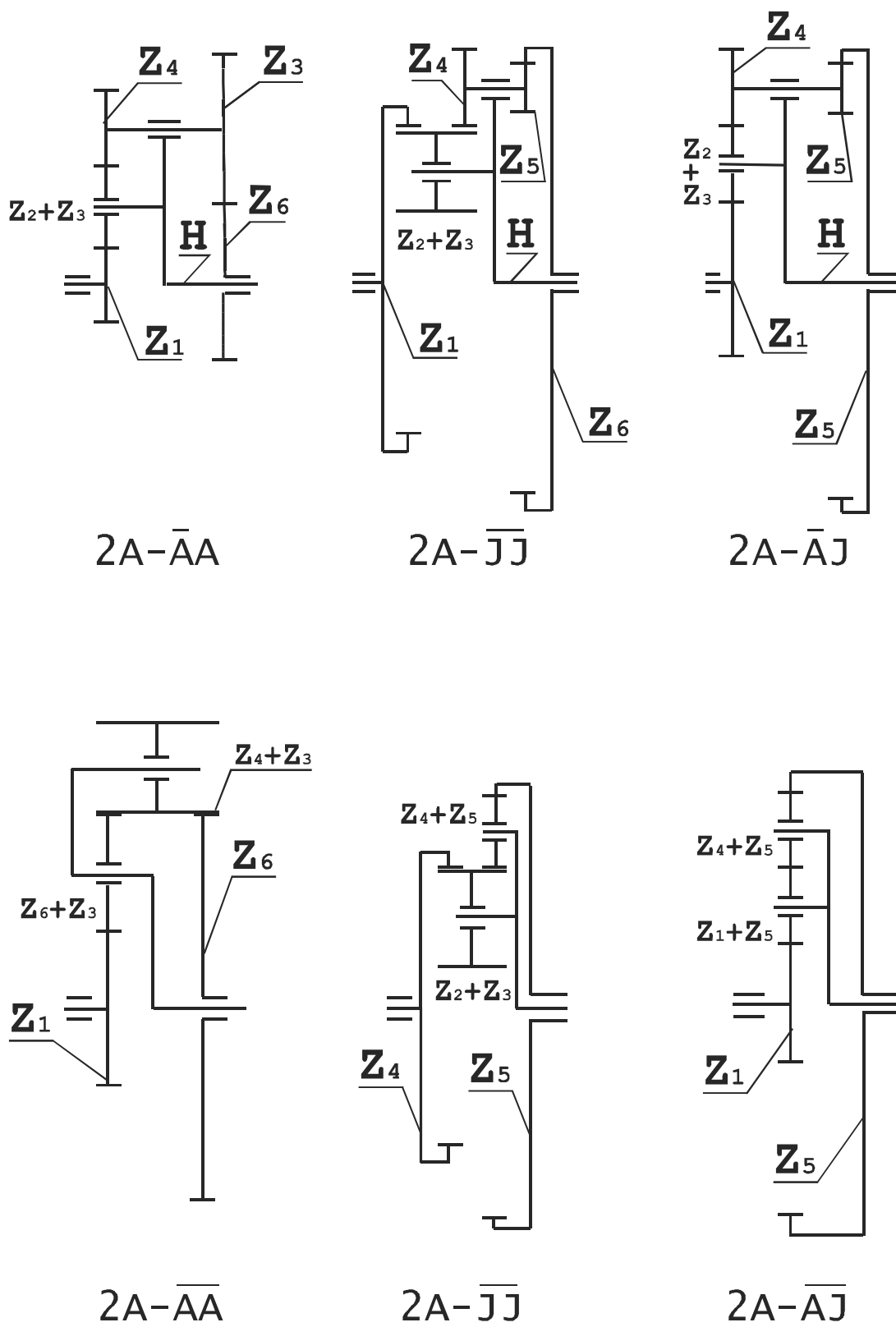


Рис. 2.2

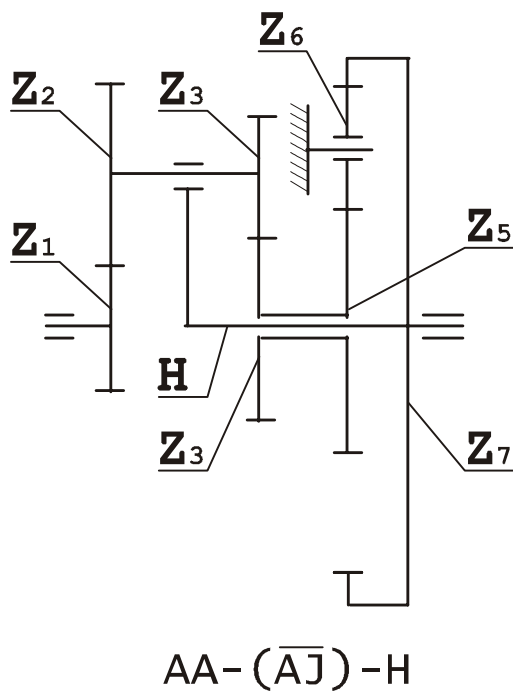


Рис. 2.3

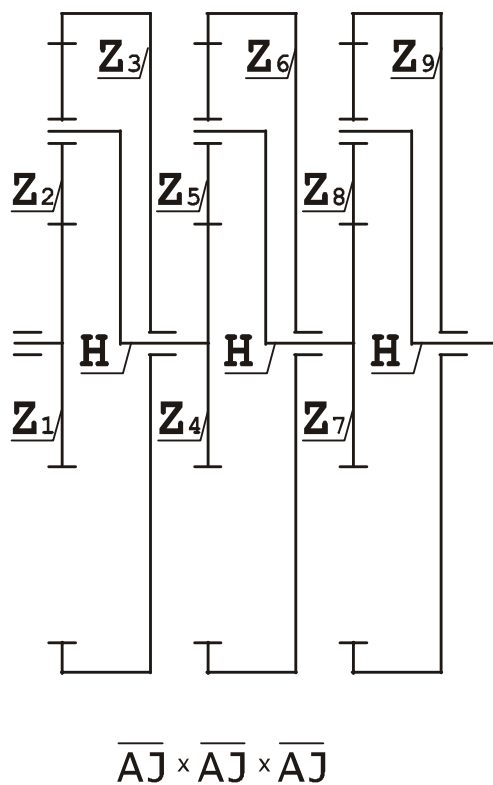


Рис. 2.4

2.2. Задачі синтезу чисел зуб'їв

Обов'язковими умовами синтезу чисел зуб'їв будь-якого планетарного механізму є:

- виконання рівнянь передаточного відношення і співвісності;
- умови сусідства і складання сателітів при їх числі $k \geq 2$.

Задача конструктора полягає в тому, щоби з різних комбінацій чисел зуб'їв коліс, що задовольняють обов'язкові умови, вибрати ті, які відповідають великому числу конструктивних і міцнісних умов. Для забезпечення міцнісних умов переважними є варіанти з найбільшими значеннями чисел зуб'їв [2].

Із зростанням числа зуб'їв підвищується плавність роботи, зменшуються інтенсивність шуму і віброактивність, знижуються швидкість ко-

взання і втрати на тертя, а також збільшується несуча здатність, що лімітується втомним викришуванням активних поверхонь зубців.

Із збільшенням числа зуб'їв при заданому тривалому діаметрі знижуються маса зубчастих коліс і об'єм металу, що знімається при фрезеруванні.

Додатковими умовами синтезу чисел зуб'їв є такі вимоги [1.3]:

1. Високий коефіцієнт корисної дії проектного механізму.
2. Міцність зубчастих зачеплень, рівноміцність зубчастих зачеплень і рівноміцність всіх ступенів.
3. Мінімальна маса.
4. Мінімальні габарити.
5. Механізм максимальної швидкодії.
6. Максимальна точність роботи механізму.
7. Механізм з найкращими вібраційними характеристиками.
8. Рівний модуль по ступенях.
9. Найбільша працездатність підшипників сателітів.
10. Механізм з якнайменшим ступенем циркуляції потужності в його контурах.
11. Однакові габарити (або рівні міжосьові відстані) всіх ступенів у разі проектування послідовно з'єднаних планетарних механізмів.

Залежно від призначення механізму і вимог експлуатації деякі з умов оптимізації набувають першорядного значення. Для забезпечення міцності зубчастих зачеплень необхідно, щоби виконувалася така вимога: числа зуб'їв центральних коліс і сателітів не повинні мати спільних дільників або треба прагнути до того, щоби сума найбільших спільних дільників була якнайменшою [4]. Ця вимога зумовлена тим, що при неспіввісності або овальності зубчастого вінця коефіцієнт нерівномірності розподілу навантаження між сателітами має своє найбільше значення в одному і тому ж положенні водила при кожному його оберті. У разі постійного зовнішнього навантаження одні й ті ж зуб'я вінця сприймають максимальні навантаження один раз за кожний оберт водила.

Щоб отримати планетарний механізм з найкращими вібраційними характеристиками, числа зуб'їв центральних коліс не повинні бути кратними числу сателітів [5]. У протилежному випадку в зачепленні виникають динамічні навантаження, навіть коли немає помилок в основному кроці. Коли числа зуб'їв центральних коліс кратні числу сателітів, всі сателіти планетарного механізму працюють в однакових фазах зачеплення, і у момент однопарного зачеплення загальна чисельність пар зуб'їв, які сприймають навантаження (якщо відсутні помилки і $1 \leq \varepsilon \leq 2$), дорівнює чисельності сателітів K . Зусилля, яке діє на зуб такого механізму під час перезачеплення, миттєво змінюється майже в два рази (зменшуючись або збільшуючись).

3. ОБОВ'ЯЗКОВІ УМОВИ СИНТЕЗУ ЧИСЕЛ ЗУБ'ЇВ

3.1. Рівняння передаточного відношення

Передаточне відношення планетарного механізму визначають за допомогою методу Віллеса, який полягає в тому, що планетарному механізму умовно повідомляється кутова швидкість, зворотна і чисельно рівна кутовій швидкості водила, $-\omega_H$. Водило стає нерухомим, і планетарний механізм перетворюється на співвісний зубчастий механізм з нерухомими осями, у якого кутові швидкості ланок будуть, відповідно, $\omega_1 - \omega_H$.

Для планетарних механізмів з трьома центральними ланками формула Віллеса має вигляд

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_n - \omega_H} = u_{12}^H \dots u_{(n-1)n}^H = (\pm \frac{Z_2}{Z_1}) \dots (\pm \frac{Z_n}{Z_{n-1}}), \quad (3.1)$$

де знак „плюс” береться для внутрішнього і знак „мінус” - для зовнішнього зачеплень.

При $\omega_H = 0$

$$u_{1n}^H = \frac{\omega_1}{\omega_H} = 1 - u_{12}^H \dots u_{(n-1)n}^H = 1 - u_{1n}^H. \quad (3.2)$$

Для механізмів з трьома центральними колесами (рис. 3.1) складають два вирази формули Віллеса:

$$\frac{\omega_1 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = u_{15}^H \quad \text{і} \quad \frac{\omega_4 - \omega_H}{\omega_5 - \omega_H} = u_{45}^H,$$

звідки виключенням ω_H визначають (при $\omega_5 = 0$)

$$u_{14}^5 = \frac{\omega_1}{\omega_4} = \frac{1 - u_{15}^H}{1 - u_{45}^H} = \frac{1 + \frac{Z_5}{Z_1}}{1 - \frac{Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}}. \quad (3.3)$$

Для замкнутих планетарних механізмів з одним ланцюгом замикання і трьома центральними ланками [3]

$$u_{ad} = u_{ad}^b + u_{ad}^c, \quad (3.4)$$

де a, b і c - центральні ланки;

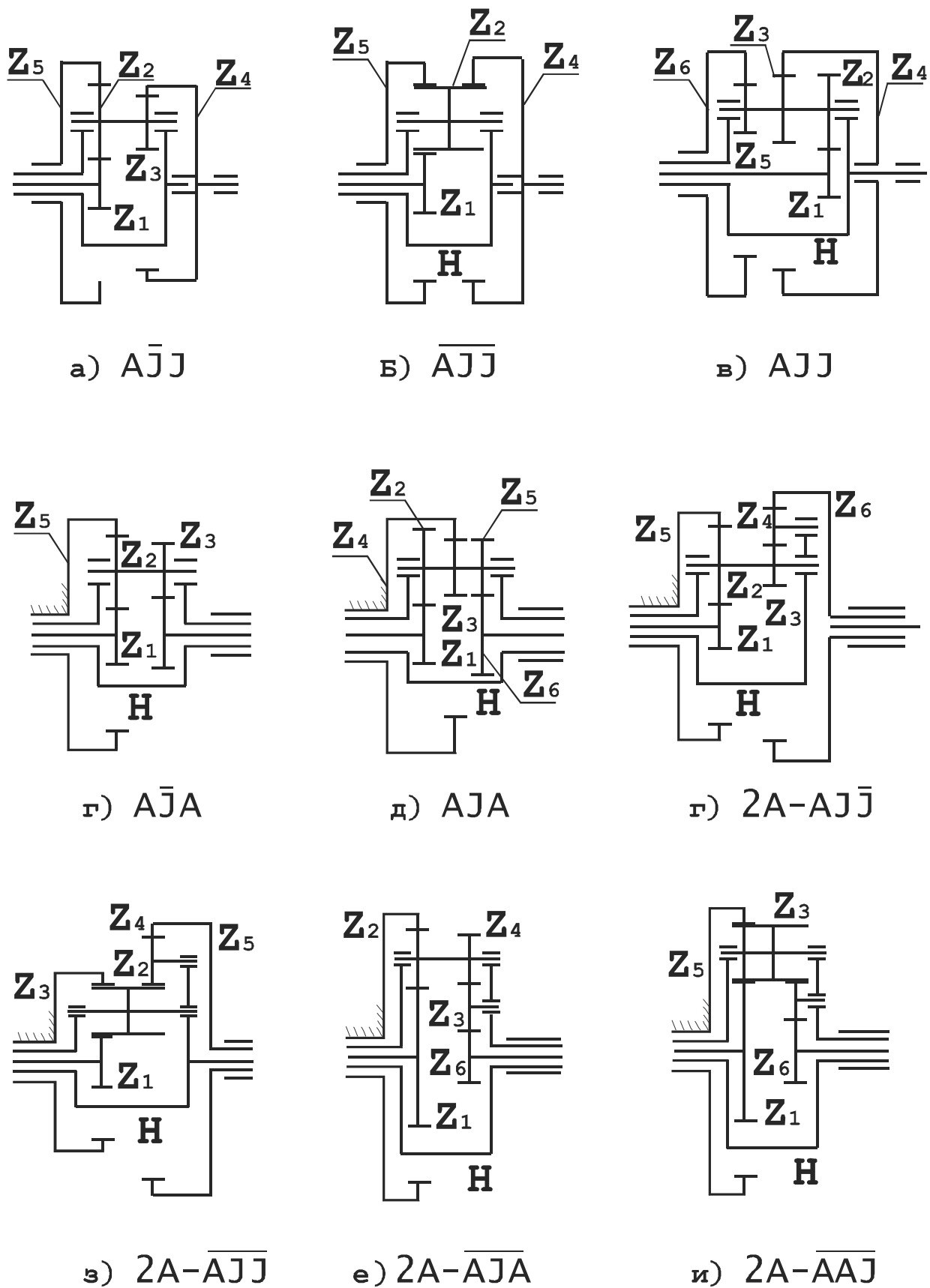


Рис. 3.1

а - ланка, що не входить в ланцюг замикання;
 д - одна з ланок ланцюга замикання (може збігатися з ланкою в
 або з).

Правило суми складових передаточних відношень поширюється і на замкнуті планетарні механізми з декількома ланцюгами замикання, причому число таких складових завжди на одиницю більше від числа ланцюгів замикання.

Якщо ведучою є центральна ланка, що входить в ланцюг замикання, а веденою - ланка а, то справедлива обернена формула

$$\frac{1}{u_{da}} = \frac{1}{u_{da}^b} + \frac{1}{u_{da}^c}. \quad (3.5)$$

3.2. Рівняння співвісності

Оскільки планетарні механізми співвісні, то при проектуванні необхідно витримувати рівність міжосьових відстаней для відповідних зубчастих зачеплень. Так, наприклад, для механізмів АА, АЈ, ЈЈ (див. рис. 2.1), маємо рівність $a_{\omega_{12}} = a_{\omega_{34}}$, тобто

$$\frac{m_{12}}{2} (Z_1 \pm Z_2) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{\omega_{12}}} = \frac{m_{34}}{2} (Z_4 \pm Z_3) \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha_{\omega_{34}}} \quad (3.6)$$

або

$$\lambda (Z_1 \pm Z_2) \frac{\cos \alpha_{\omega_{34}}}{\cos \alpha_{\omega_{12}}} = (Z_4 \pm Z_3),$$

де $\lambda = \frac{m_{12}}{m_{34}}$ - відношення модулів зачеплень;

$m_{i,i+1}$ - модуль зачеплення;

α - кут профілю інструмента (частіше $\alpha = 20^\circ$);

$\alpha_{\omega_{i,i+1}}$ - кут зачеплення (знак „плюс” береться для зовнішнього зачеплення).

Для планетарних механізмів з трьома центральними колесами витримується подвійна рівність, наприклад, для механізму $\overline{AJJ}$ (див. рис. 3.1)

$$\lambda (Z_1 + Z_2) = \lambda (Z_5 - Z_2) = Z_4 - Z_3. \quad (3.7)$$

Для планетарних механізмів з парними сателітами можливі три варіанти розташування:

1. Кутове (рис. 3.2), коли сателіти розташовані під кутом один до одного.

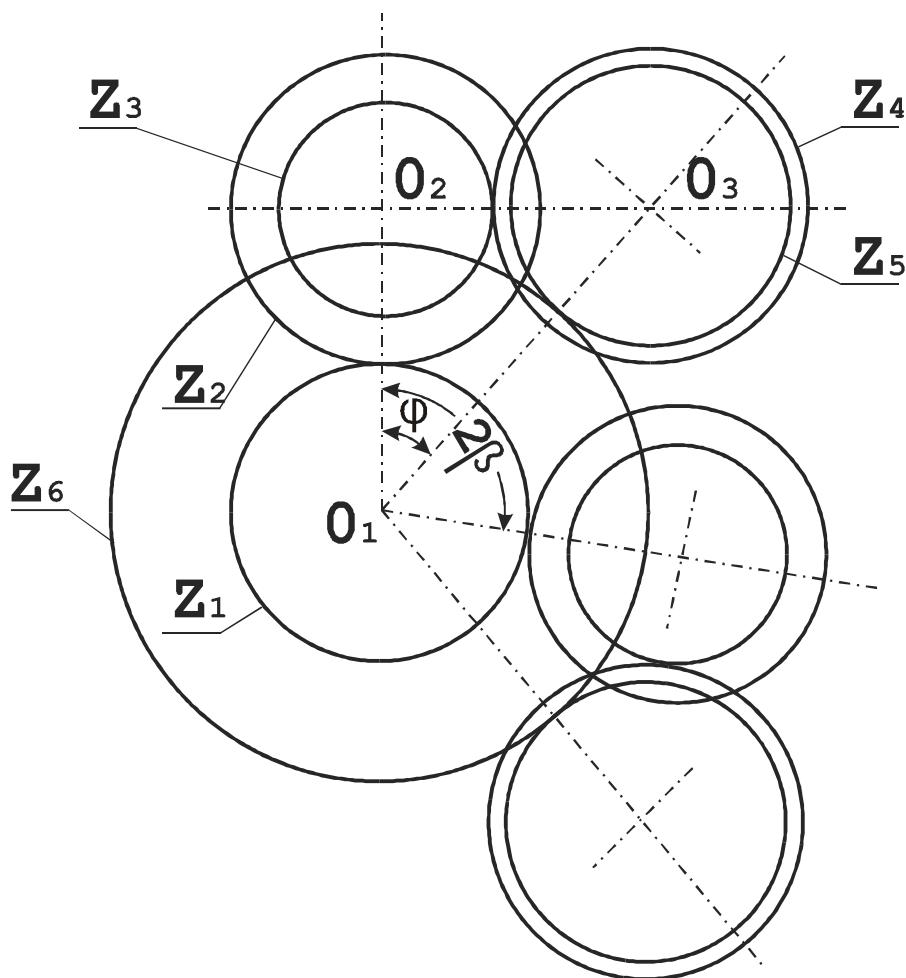


Рис. 3.2

2. Радіальне, при якому осі обертання сателітів розташовані на одній прямій з осями обертання центральних коліс (рис. 3.3).

3. Обводове, при якому осі обертання сателітів розташовані на одному колі (рис. 3.4).

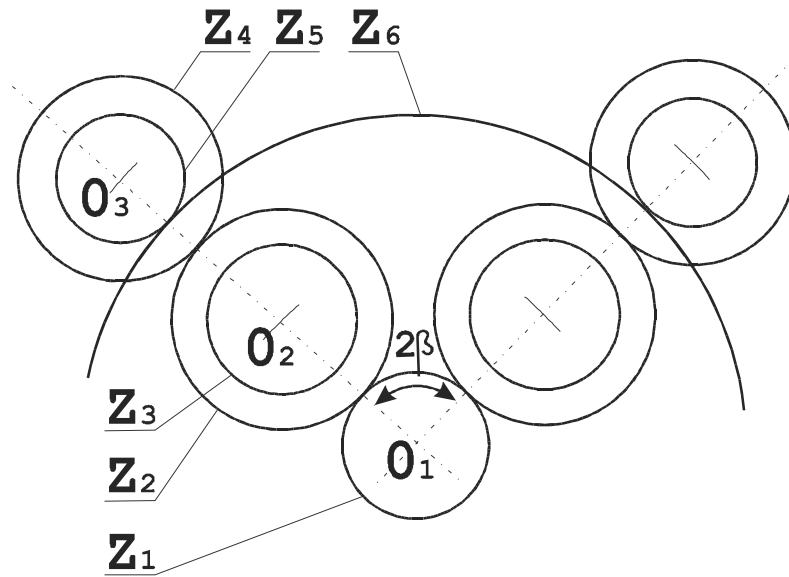


Рис. 3.3

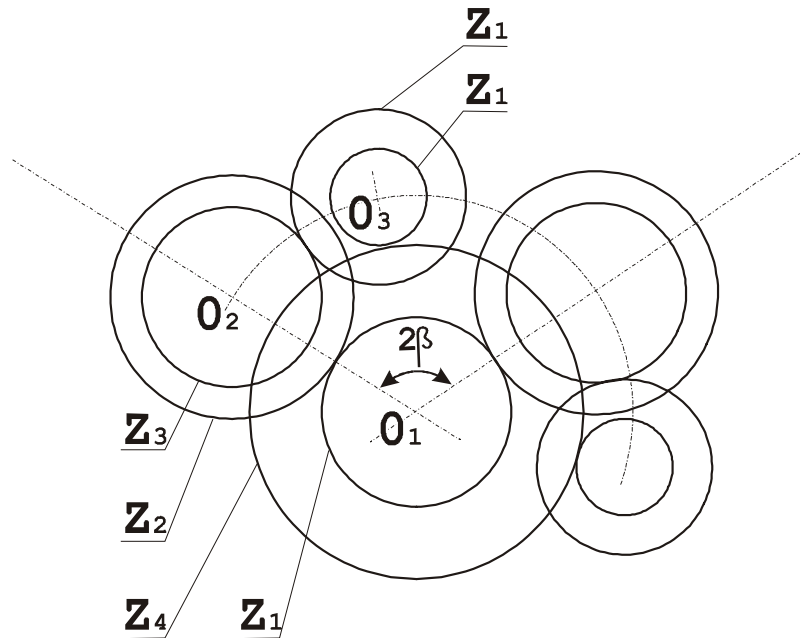


Рис. 3.4

Для основних типів механізмів з парними сателітами на підставі умови існування трикутника $O_1 O_2 O_3$ (див. рис. 3.2), складеного з між-осьових відстаней $a_{\omega_{i,i+1}}$ коліс, що зачепляються, використовуючи теорему косинусів, можна записати [3]

$$\cos \varphi = \frac{a_{\omega_{12}}^2 + a_{\omega_{56}}^2 - a_{\omega_{34}}^2}{2 a_{\omega_{12}} a_{\omega_{56}}}, \quad (3.8)$$

або

$$\cos \varphi = \frac{\frac{m_{12}^2 (Z_1 \pm Z_2)^2}{\cos^2 \alpha_{\omega_{12}}} + \frac{m_{56}^2 (Z_6 \pm Z_5)^2}{\cos^2 \alpha_{\omega_{56}}} - \frac{m_{34}^2 (Z_4 \pm Z_3)^2}{\cos^2 \alpha_{\omega_{34}}}}{2 \cdot \frac{m_{12} (Z_1 \pm Z_2)}{\cos \alpha_{\omega_{12}}} \cdot \frac{m_{56} (Z_6 \pm Z_5)}{\cos \alpha_{\omega_{56}}}}. \quad (3.9)$$

При однакових модулях і кутах зачеплення для крайніх випадків розташування сателітів рівняння співвісності набуває вигляду:

$$(Z_1 \pm Z_2) + (Z_4 \pm Z_3) = Z_6 \pm Z_5 \quad (3.10)$$

[радіальне розташування $\varphi = 0$];

$$Z_1 \pm Z_2 = Z_6 \pm Z_5 \quad (3.11)$$

[колове розташування ($a_{12} = a_{56}$)].

Для замкнутих планетарних механізмів додатково складають ще й рівняння співвісності замикаючого ланцюга [3].

3.3. Умова сусідства сателітів

Як правило, планетарні механізми виконують багатопотоковими з метою рівномірного розподілу навантаження між декількома рівномірно розташованими сателітами, що дозволяє зменшити габаритні розміри механізму. При цьому механізм проектується так, щоб одно-йменні зубчасті колеса сателітів, розташовані в одній площині, не зачіпали один одного, тобто щоби відстань між їх осями була більше суми їх радіусів кіл вершин (рис. 3.5).

Для всіх простих схем планетарних механізмів умова сусідства має вигляд [1]

$$(Z_1 \pm Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2 \quad \text{при} \quad \frac{d_2}{d_3} > 1, \quad (3.12)$$

або

$$(Z_4 \pm Z_3) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_3 + 2 \quad \text{при} \quad \frac{d_2}{d_3} < 1.$$

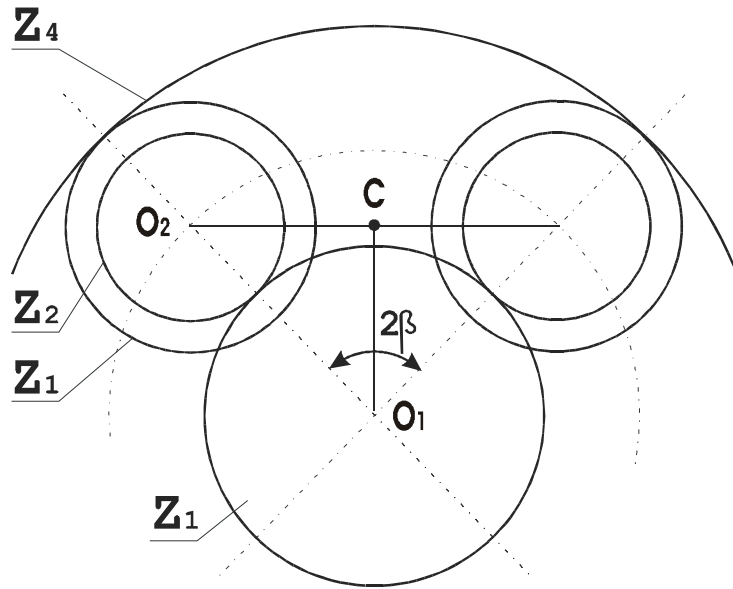


Рис. 3.5

Для планетарних механізмів з парними сателітами додатково необхідно, щоби блоки сателітів не зачіпали один одного при своєму обертанні (див. рис. 3.2).

З цією метою слід розв'язати систему трьох нерівностей [3]:

$$(Z_1 \pm Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_2 + 2 \text{ при } \frac{d_2}{d_3} > 1 ,$$

або

$$(Z_1 \pm Z_2) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_3 + 2 \text{ при } \frac{d_2}{d_3} < 1 ,$$

або

$$(Z_6 \pm Z_5) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_4 + 2 \text{ при } \frac{d_4}{d_5} > 1 , \quad (3.13)$$

або

$$(Z_6 \pm Z_5) \sin \frac{\pi}{k} \geq Z_5 + 2 \text{ при } \frac{d_4}{d_5} < 1 ;$$

$$\lambda_1^2 \lambda_2^2 (Z_1 \pm Z_2)^2 + (Z_6 \pm Z_5)^2 - 2 \lambda_1 \lambda_2 (Z_6 \pm Z_5) (Z_1 \pm Z_2) \cos \left(\frac{2\pi}{k} - \varphi \right) \geq \lambda_2^2 (Z_4 + Z_3 + 4)^2 ,$$

де φ - кут установлення сателітів, що зачепляються.

При радіальному розташуванні сателітів перетин Z_3 з Z_4 неможливий, тому остання нерівність виключається і система (3.13) лінеаризується.

При обводовому розташуванні сателітів $Z_1 \pm Z_2 = Z_6 \pm Z_5$ і система (3.13) перетворюється на таку:

при зачепленні сателітів типу 2А

$$\begin{aligned}(Z_1 \pm Z_2) \sin \frac{\pi}{k} &> Z_2 + 2 \text{ при } y > 1, \\ (Z_6 \pm Z_5) \sin \frac{\pi}{k} &> Z_5 + 2 \text{ при } y < 1,\end{aligned}\quad (3.14)$$

$$\lambda_1(Z_1 \pm Z_2) \sin\left(\frac{\pi}{k} - \frac{\varphi}{2}\right) > Z_2 + Z_4 + 4;$$

при зачепленні сателітів типу 2J

$$\begin{aligned}(Z_1 \pm Z_2) \sin \frac{\pi}{k} &> Z_2 + 2 \text{ при } \frac{d_2}{d_3} > 2y - 1, \\ (Z_6 \pm Z_5) \sin \frac{\pi}{k} &> Z_4 + 2 + 2h' \text{ при } \frac{d_2}{d_3} < 2y - 1 \quad (3.15) \\ &\text{і } x_2 \lambda_2 > 1,\end{aligned}$$

$$(Z_6 \pm Z_5) \sin \frac{\pi}{k} > Z_5 + 2 \text{ при } \frac{d_4}{d_5} < 1$$

з перевагою для другої нерівності, де $y = \frac{Z_4}{Z_3}$; $h' = \frac{h}{m_{34}}$ - відносна тов-

щина вінця Z_4 .

Для замкнутих планетарних механізмів додатково складають умову сусідства замикаючого ланцюга аналогічно умові (3.12).

3.4. Умова складання

Рівняння, які зв'язують числа зуб'їв зубчастих коліс, числа сателітів і взаємне їх розташування, що забезпечує правильне зачеплення всіх сателітів з центральними колесами, називають умовами складання. Кількість таких рівнянь залежить від схеми планетарного механізму.

Ігнорування умов складання призводить до того, що планетарний механізм, який надійшов на складання, неможливо скласти, оскільки перший встановлений сателіт визначить таке взаємне розташування водила і центральних зубчастих коліс, що встановити решту сателітів неможливо, оскільки зуб сателіта перетинається із зубом колеса. Ця помилка виявляється не в процесі проектування і при випуску робочих креслень, а при складанні виготовленого виробу. Усунення такої помилки потребує докорінної переробки проекту механізму (зміни чисел зуб'їв зубчастих коліс, кута між сателітами і т.п.).

При рівномірно розташованих взаємозамінних сателітах узагальнені рівняння складання можна подати у вигляді

$$\frac{Z_1}{K} \left(1 \pm \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3}\right) + \frac{Z_2}{Z_3} Q = P \quad (3.16)$$

(для простих планетарних механізмів [1,3]) і

$$\frac{Z_1}{K} \left(1 \pm \frac{Z_2 Z_4 Z_6}{Z_1 Z_3 Z_5}\right) + \frac{Z_2}{Z_3} Q + \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} P = N \quad (3.17)$$

(для механізмів з парними сателітами [3]).

Цілі числа P , Q , N мають технологічне значення. Так, наприклад, числа P і Q показують, які за рахунком зуб'я центральних коліс Z_1 і Z_4 (починаючи з першого введеного в зачеплення сателіта $Z_2 - Z_3$) необхідно сумістити з лінією центрів другого сателіта, щоб останній поставити в положення першого.

У замкнутих планетарних механізмах для ланцюга замикання, якщо він містить декілька паралельно працюючих блоків зубчастих коліс, розташованих навколо центральних коліс, також має бути виконана умова складання. Для цього ланцюг замикання розглядається як планетарний з нерухомим водилом [6].

Для комбінованих схем (див. рис. 3.1) необхідно скласти декілька умов складання з одночасною їх ув'язкою між собою. З цією метою планетарний механізм комбінованої схеми треба розчленувати на прості схеми типу $AA, AJ, JJ, \overline{AJ}$ і т.д.

Число таких простих схем дорівнюватиме числу вихідних ланок, не беручи до уваги водила [6]. В табл. 3.1 наведено умови складання для механізмів, зображених на рис. 3.1.

У праці [7] доведено, що вирази (3.18) і (3.19) є цілочисельними рівняннями, які після зведення до загального знаменника можна узагальнено подати як

$$aP + bQ + cN = l, \quad (3.18)$$

де a , b , c , l - цілі числа, що визначаються через числа зуб'їв і число сателітів. Цілочисельна рівність (3.18) - це діофантове рівняння 1-го ступеня, яке має розв'язок тоді і тільки тоді, коли найбільший спільний дільник (НСД) коефіцієнтів a , b , c є дільником вільного члена [8].

Таблиця 3.1

Схема рис. 2.1	Умови складання
А	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $\frac{Z_1 Z_4 + Z_2 Z_5}{K Z_4} - Q \frac{Z_2}{Z_4} = P$
Б	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $(Z_1 + Z_4) / K = N_1$
В	1) $\frac{Z_6 Z_3 - Z_5 Z_4}{K Z_3} - Q \frac{Z_5}{Z_3} = P$ 2) $\frac{Z_1 Z_5 + Z_2 Z_6}{K Z_5} - Q \frac{Z_2}{Z_5} = P$
Г	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $\frac{Z_1 Z_4 + Z_2 Z_5}{K Z_4} - Q \frac{Z_2}{Z_4} = P$
Д	1) $\frac{Z_1 Z_3 - Z_2 Z_4}{K Z_3} - Q \frac{Z_2}{Z_3} = P$ 2) $\frac{Z_1 Z_5 + Z_2 Z_6}{K Z_5} - Q \frac{Z_2}{Z_5} = P$
Е	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $\frac{Z_1}{K} (1 - \frac{Z_2 Z_6}{Z_1 Z_4}) + h_8 \frac{Z_2}{Z_4} = n_1$
Є	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $(Z_1 + Z_4) / K = N_1$
Ж	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $\frac{Z_1}{K} (1 - \frac{Z_2 Z_6}{Z_1 Z_4}) + h_7 \frac{Z_2}{Z_4} = n_1$
З	1) $(Z_1 + Z_3) / K = N$ 2) $(Z_1 + Z_4) / K = N_1$

3.5. Генеральні рівняння

Система рівнянь і нерівностей, яку дають чотири обов'язкові умови, недостатня для однозначного визначення чисел зуб'їв проєктованого планетарного механізму, оскільки число невідомих більше від числа рівнянь, що їх зв'язують. Тому потрібні додаткові залежності, що характеризують конструктивні особливості та визначальні якісні показники проєктованого механізму.

Для простих планетарних механізмів вводять [1] параметр $x\lambda$ - відношення діаметрів зубчастих коліс сателіта, - який впливає на рівень навантаження підшипників сателіта (через додаткові інерційний і

гіроскопічний моменти, що створюються зубчастими колесами сателіта):

$$x\lambda = \frac{Z_2}{Z_3} \cdot \frac{m_{12}}{m_{34}} = \frac{d_2}{d_3}. \quad (3.19)$$

Діапазон зміни цього параметра допускається на практиці в межах $0,5 \leq x\lambda \leq 2$ і залежить як від передаточного відношення, так і від числа сателітів.

Розв'язавши спільно рівняння передаточного відношення, рівняння співвісності, рівняння умови складання з урахуванням параметра $x\lambda$, одержують генеральні рівняння для підбору чисел зуб'їв. Для простих схем планетарних механізмів ці рівняння наведено в табл. 3.2.

При підборі чисел зуб'їв планетарних механізмів з парними сателітами вводять параметри $x_1\lambda_1 = d_2/d_3$, $x_2\lambda_2 = d_4/d_5$, де

$$x_1 = \frac{Z_2}{Z_3}; \quad \lambda_1 = \frac{m_{12}}{m_{34}}; \quad x_2 = \frac{Z_4}{Z_5}; \quad \lambda_2 = \frac{m_{34}}{m_{56}},$$

і новий параметр $y = Z_4/Z_3$. Останній визначає не тільки передаточне відношення між блоками сателітів, але й відношення відносних швидкостей підшипників сателітів, яке, у свою чергу, впливає на їх відносне навантаження і довговічність.

Генеральні рівняння для підбору чисел зуб'їв механізмів з парними сателітами деяких схем при радіальному і обводовому розташуванні сателітів наведено в табл. 3.3.

У разі синтезу чисел зуб'їв замкнутого планетарного механізму необхідно записати генеральні рівняння для планетарного механізму, на базі якого цей замкнутий механізм утворений, і додати рівняння співвісності, умову складання і кінематичні параметри ланцюга замикання.

Таблиця 3.2

Схема механізму	Генеральні рівняння планетарних механізмів простих схем
AA	$Z_1 = k \frac{P - Qx}{u_{1H}^4}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{1 - u_{1H}^4 - x\lambda}{x\lambda - 1};$ $Z_3 = \frac{Z_2}{x}; \quad Z_4 = Z_1 \frac{1 - u_{1H}^4}{x}$
JJ	$Z_1 = k \frac{P - Qx}{u_{1H}^4}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{x\lambda - 1 + u_{1H}^4}{x\lambda - 1};$ $Z_3 = \frac{Z_2}{x}; \quad Z_4 = Z_1 \frac{u_{1H}^4 - 1}{x}$
AJ	$Z_1 = k \frac{P - Qx}{u_{1H}^4}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{x\lambda - 1 + u_{1H}^4}{x\lambda - 1};$ $Z_3 = \frac{Z_2}{x}; \quad Z_4 = Z_1 \frac{u_{1H}^4 - 1}{x}$
$\overline{AJ}$	$Z_1 = k \frac{N}{u_{1H}^4}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^4 - 2}{2};$ $Z_4 = Z_1(u_{1H}^4 - 1)$
$\overline{AJJ}$	$Z_1 = \frac{2(x\lambda + 1) \cdot k(Qx - P)}{(x\lambda - 1)[2 + u_{14}^5(x\lambda + 1)]} = \frac{(x\lambda + 1) \cdot kN}{u_{14}^5(x\lambda - 1) + 2};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda - 1) - 2x\lambda}{2(x\lambda + 1)}; \quad Z_3 = \frac{Z_2}{x};$ $Z_4 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda - 1)}{2x}; \quad Z_5 = Z_1 \frac{(x\lambda - 1)(u_{14}^5 - 1)}{x\lambda + 1}$
$\overline{AJA}$	$Z_1 = \frac{2(x\lambda + 1)}{(x\lambda + 1)[u_{14}^5(1 + x\lambda) - 2]} k(P + Qx) =$ $= \frac{(x\lambda - 1) \cdot kN}{(x\lambda - 1) + (x\lambda + 1)(u_{14}^5 - 1)}; \quad Z_2 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda - 1) - 2x\lambda}{2(x\lambda + 1)};$ $Z_3 = \frac{Z_2}{x}; \quad Z_4 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda + 1)}{2x}; \quad Z_5 = Z_1 \frac{(x\lambda + 1)(u_{14}^5 - 1)}{x\lambda - 1}$

Таблиця 3.3

Схема механізму	Розташування сателітів	Генеральні рівняння планетарних механізмів з парними сателітами
$2A - \overline{AA}$	будь-яке радіальне колове	$Z_1 = k \frac{N + x_2 P}{u_{1H}^6}; \quad Z_4 = y Z_2;$ $Z_5 = y \frac{Z_2}{x_2}; \quad Z_6 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 1}{x_2};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 1 - x_2 \lambda_2}{2x_2 \lambda_2 + y(x_2 \lambda_2 - 1)};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 1 - x_2 \lambda_2}{x_2 \lambda_2}$
$2A - \overline{AA}$	будь-яке радіальне колове	$Z_1 = k \frac{N}{u_{1H}^6}; \quad Z_4 = y Z_2; \quad Z_6 = Z_1 (u_{1H}^6 - 1);$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 2}{2};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 2}{1 - y}$
$2A - \overline{JJ}$	будь-яке радіальне колове	$Z_1 = k \frac{N}{u_{1H}^6}; \quad Z_4 = y Z_2; \quad Z_6 = Z_1 (u_{1H}^6 - 1);$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 2}{2y};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 2}{y - 1}$
$2A - \overline{JJ}$	будь-яке радіальне колове	$Z_1 = k \frac{N + x_2 P}{u_{1H}^6}; \quad Z_4 = y Z_2;$ $Z_5 = y \frac{Z_2}{x_2}; \quad Z_6 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 1}{x_2};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 1 - x_2 \lambda_2}{y(1 + x_2 \lambda_2)};$ $Z_2 = Z_1 \frac{u_{1H}^6 - 1 - x_2 \lambda_2}{y - x_2 \lambda_2}$

Закінчення табл. 3.3

Схема механізму	Розташування сателітів	Генеральні рівняння планетарних механізмів з парними сателітами
$2A - \bar{A}J$	будь-яке	$Z_1 = k \frac{N - x_2 P}{u_{1H}^6}; Z_4 = y Z_2;$
	радіальне	$Z_5 = y \frac{Z_2}{x_2}; Z_6 = Z_1 \frac{1 - u_{1H}^6}{x_2};$
	колове	$Z_2 = Z_1 \frac{1 - u_{1H}^6 - x_2 \lambda_2}{2x_2 \lambda_2 + y(1 + x_2 \lambda_2)};$ $Z_2 = Z_1 \frac{1 - u_{1H}^6 - x_2 \lambda_2}{y + x_2 \lambda_2}$
$2A - A\bar{J}$	будь-яке	$Z_1 = k \frac{N - x_2 P}{u_{1H}^6}; Z_4 = y Z_2; Z_6 = Z_1(1 - u_{1H}^6);$
	радіальне	$Z_2 = Z_1 \frac{(-u_{1H}^6)}{2(1 + y)};$
	колове	$Z_2 = Z_1 \frac{(-u_{1H}^6)}{1 + y}$

3.6. Области існування планетарних механізмів

На рис. 3.6 - 3.15 показано області існування планетарних механізмів, що найчастіше використовуються на практиці. Вони були отримані в результаті сумісного розв'язання рівнянь передаточного числа і співвідносності з приєднанням нерівностей умови сусідства і обмежень на числа зуб'їв.

$$Z_{\min} \leq Z_i \leq Z_{\max}.$$

На області існування можуть бути нанесені різні ізолінії поведінки параметрів [1.3], які дозволяють наочно вести оптимальне проектування або вибрати схему з кращими характеристиками.

Для деяких основних схем планетарних механізмів в табл. 3.4 наведено діапазони можливих передаточних відношень залежно від числа сателітів при $0,5 \leq x\lambda \leq 2$, $0,2 \leq y \leq 5$ і $18 \leq Z_i \leq 300$.

Таблиця 3.4

Схема механізму	Число сателітів	Межі передаточного відношення
<i>AA</i>	3	$-7,35 < u_{1H}^4 < 0,88$
	4	$-3,4 < u_{1H}^4 < 0,77$
	5	$-2,4 < u_{1H}^4 < 0,7$
	6	$-1,98 < u_{1H}^4 < 0,66$
<i>JJ</i>	Незалежно від числа сателітів	$-0,91 < u_{1H}^4 < 0,48$
<i>AJ</i>	3	$1,55 < u_{1H}^4 < 21,0$
	4	$1,55 < u_{1H}^4 < 9,9$
	5	$1,55 < u_{1H}^4 < 7,1$
	6	$1,55 < u_{1H}^4 < 5,9$

Продовження табл. 3.4

Схема механізму	Число сателітів	Межі передаточного відношення
$\overline{AJ}$	3	$2,1 < u_{1H}^4 < 13,7$
	4	$2,1 < u_{1H}^4 < 6,5$
	5	$2,1 < u_{1H}^4 < 4,7$
	6	$2,1 < u_{1H}^4 < 3,9$
$\overline{AJJ}$	Незалежно від числа сателітів	$-\infty < u_{1H}^5 < -2,2$ (при $x\lambda < 1$), $4,7 < u_{1H}^5 < \infty$ (при $x\lambda > 1$)
$2A - AA$	2	$3 < u_{1H}^6 < 125$
	3	$3 < u_{1H}^6 < 35$
	4	$3 < u_{1H}^6 < 35$
	5	$3 < u_{1H}^6 < 17$

Закінчення табл. 3.4

Схема механізму	Число сателітів	Межі передаточного відношення
$2A - \overline{AA}$	2	$1,3 < u_{1H}^6 < 20$
	3	$1,4 < u_{1H}^6 < 17$
	4	$1,5 < u_{1H}^6 < 6,5$
	6	$1,5 < u_{1H}^6 < 4,5$
$2A - \overline{AJ}$	2	$-15 < u_{1H}^6 < -0,5$
	3	$-15 < u_{1H}^6 < -0,5$
	4	$-12,5 < u_{1H}^6 < -0,5$
	6	$-5,5 < u_{1H}^6 < -0,5$
$AJ - (\overline{AJ}) - H$	3	$2,5 < u_{17} < 275$
	4	$2,5 < u_{17} < 58$
	5	$2,5 < u_{17} < 29$
	6	$2,5 < u_{17} < 20$

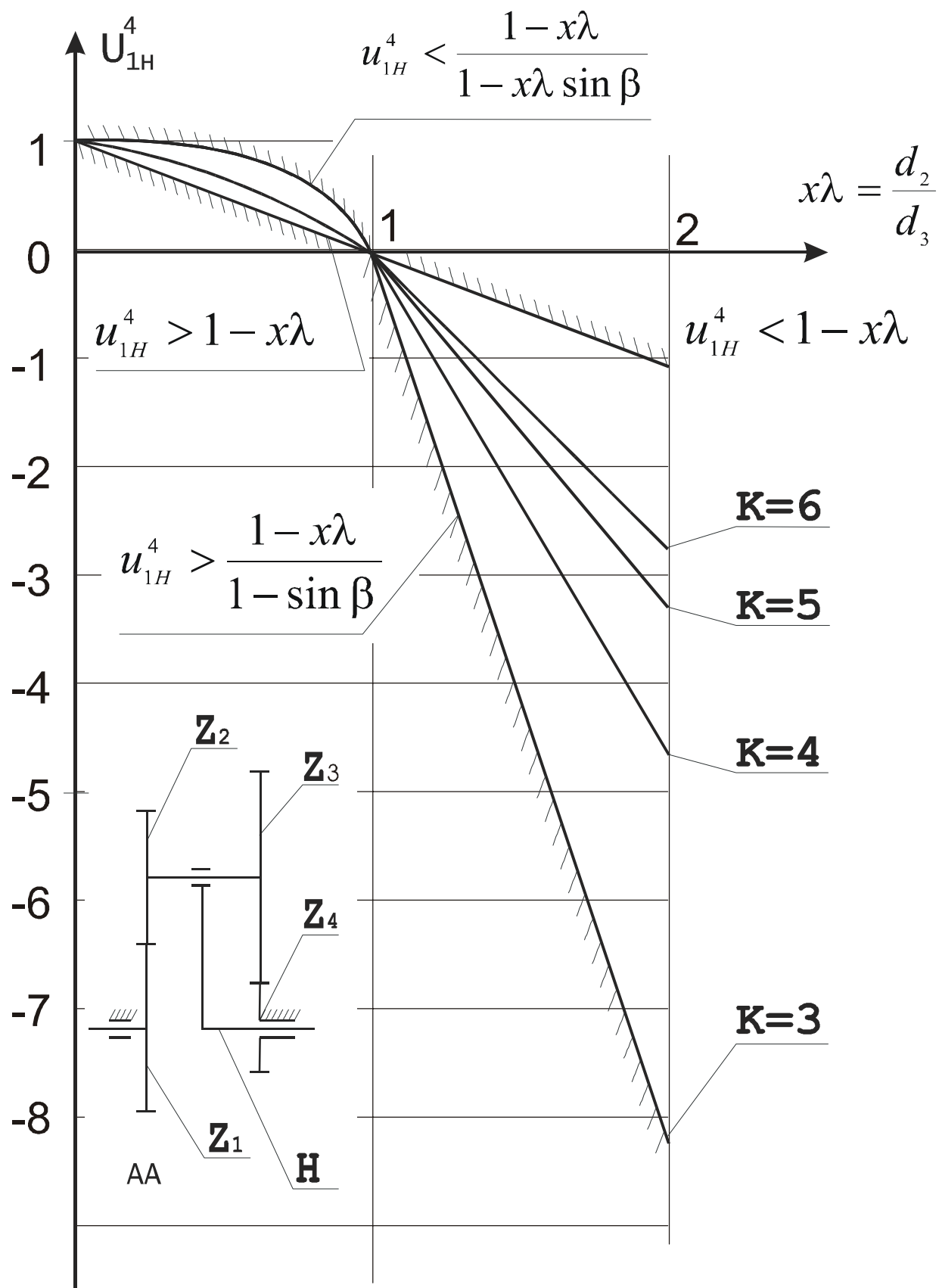


Рис. 3.6

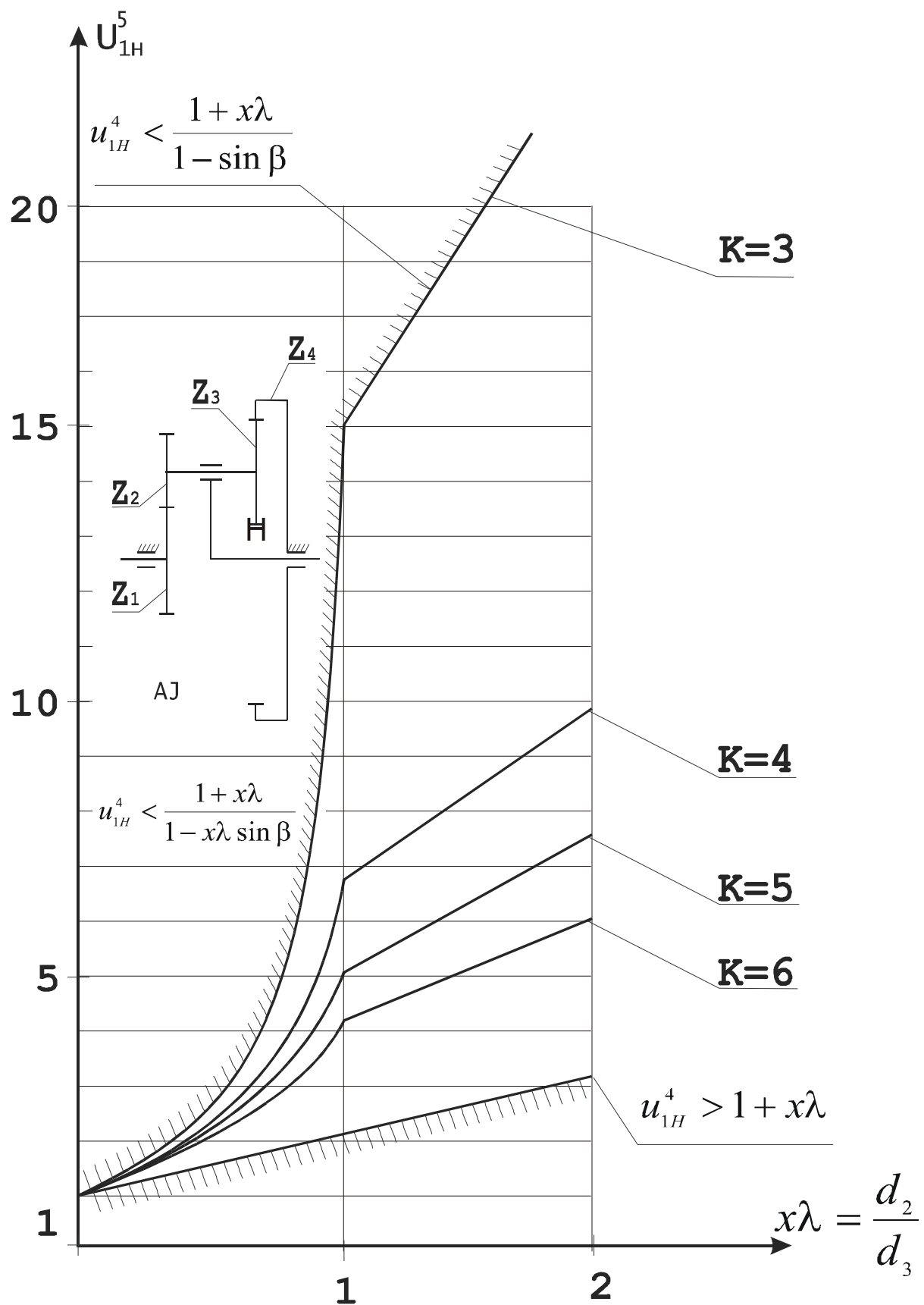


Рис. 3.7

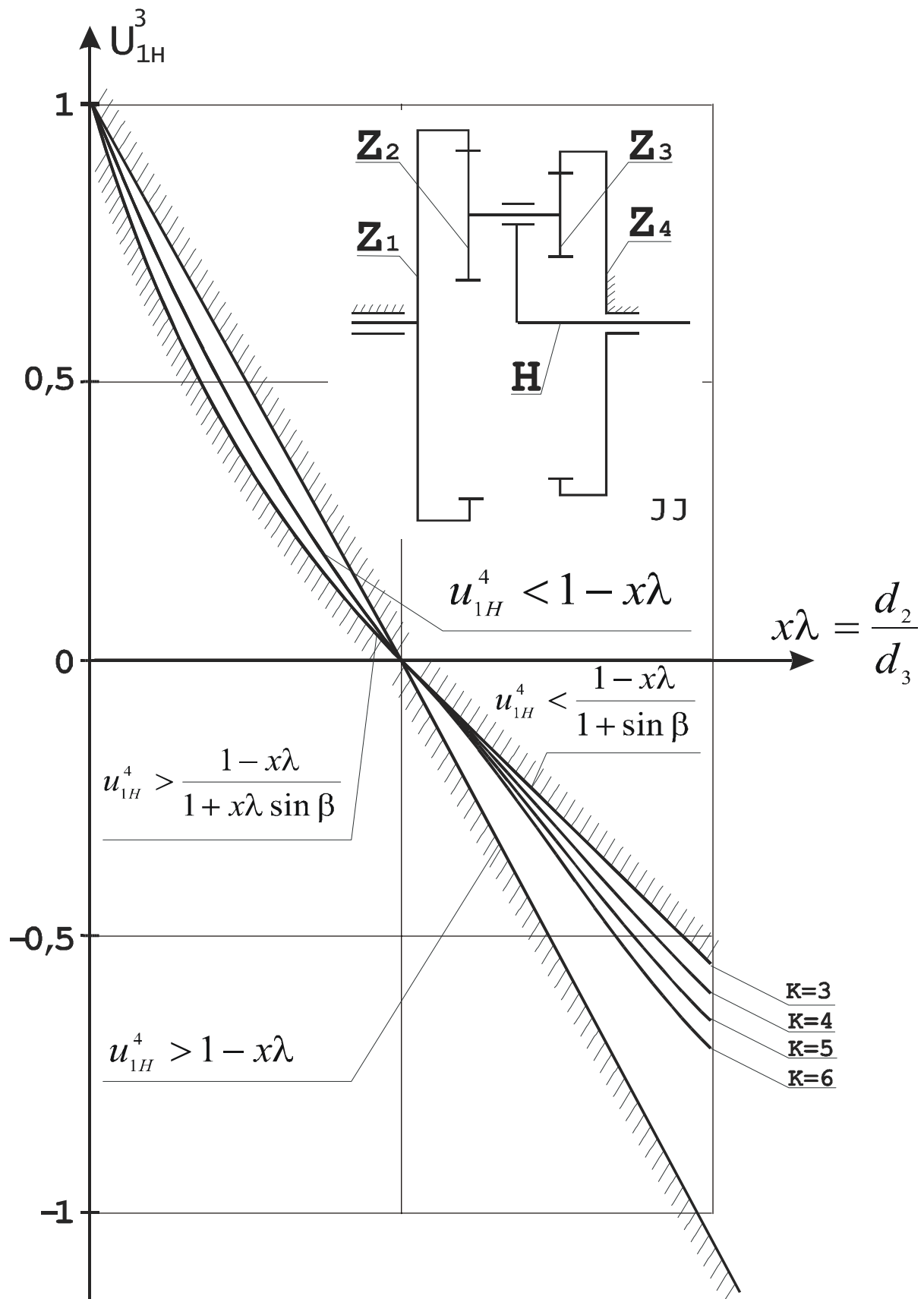


Рис. 3.8

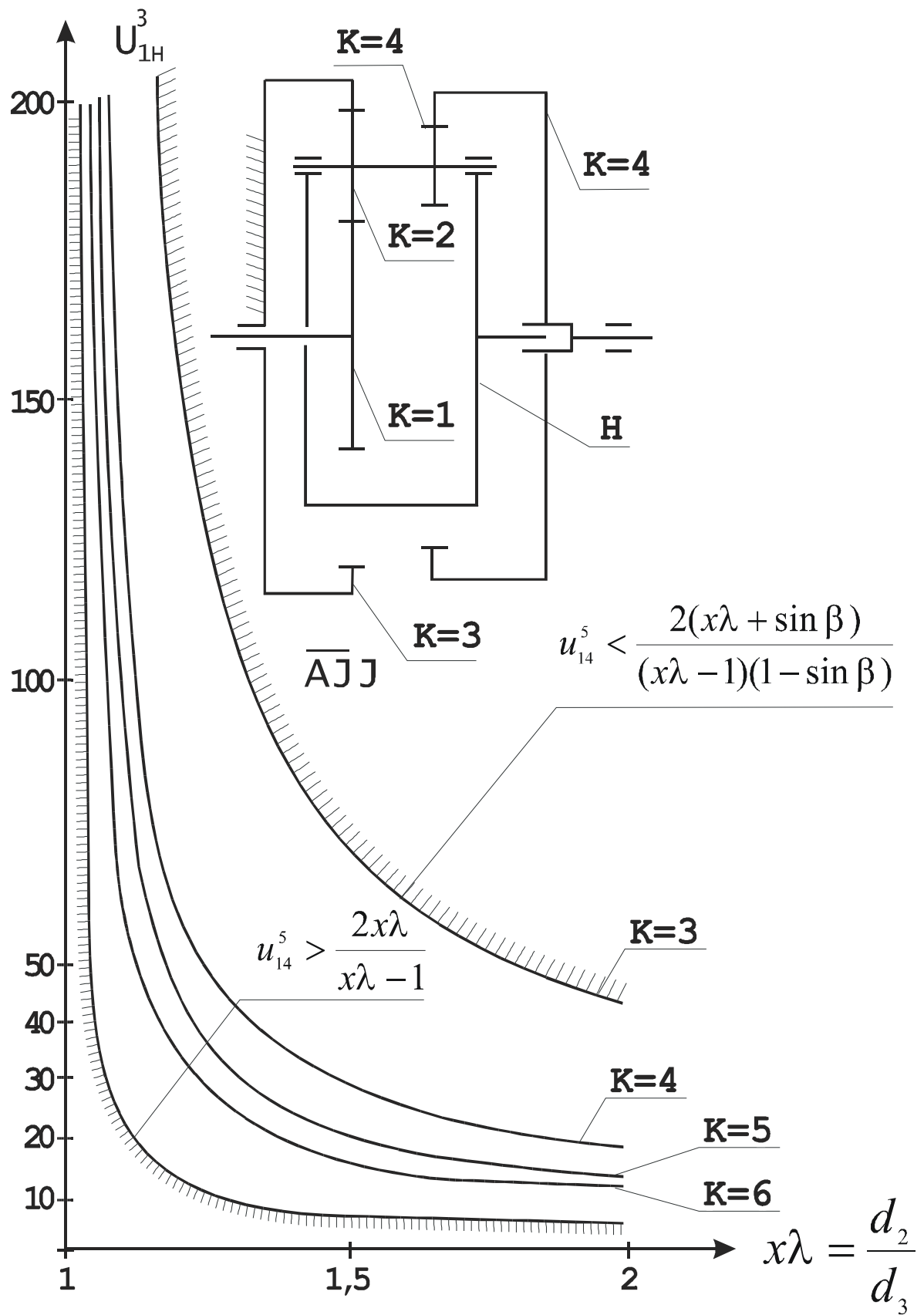


Рис. 3.9

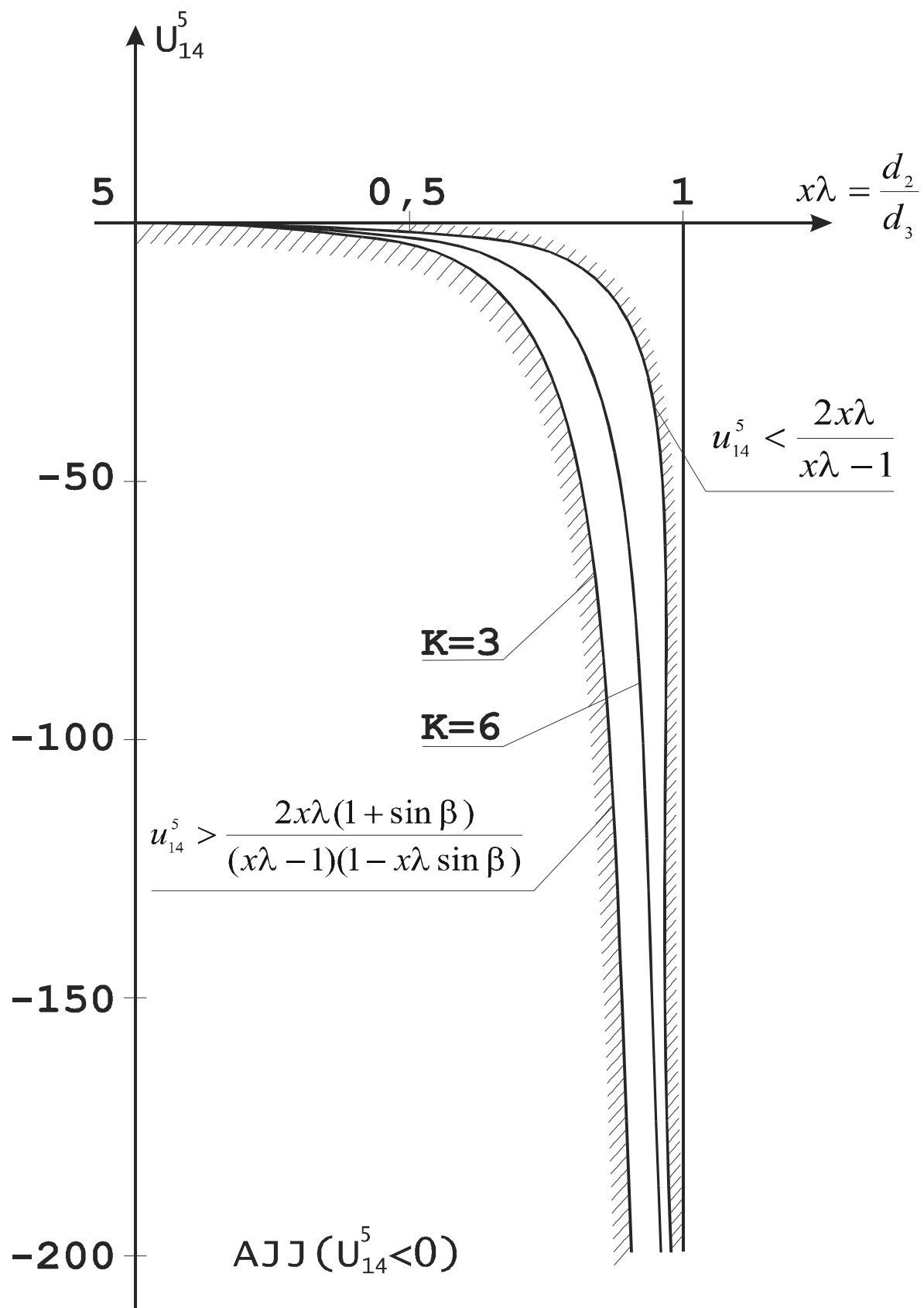


Рис. 3.10

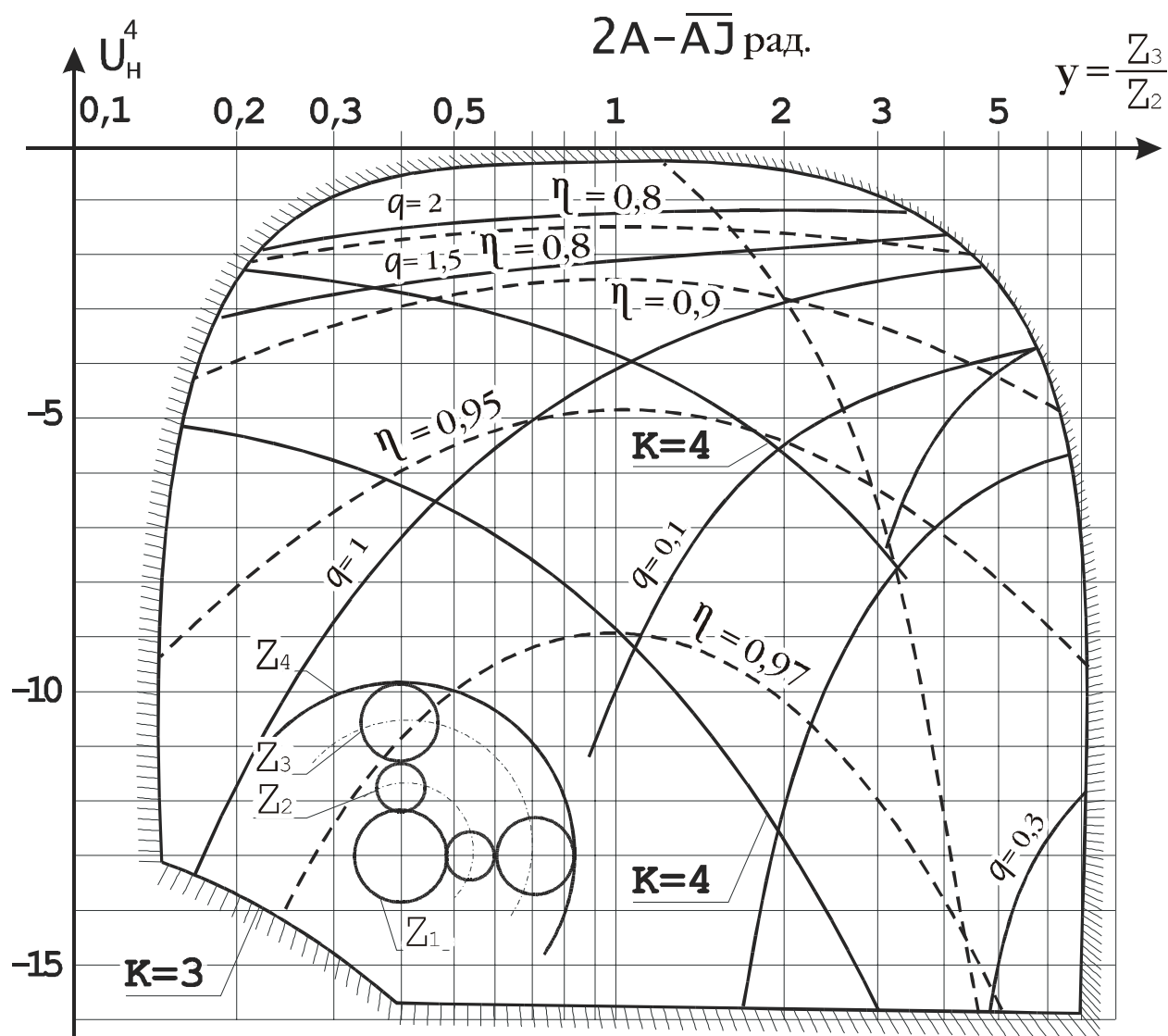


Рис. 3.11

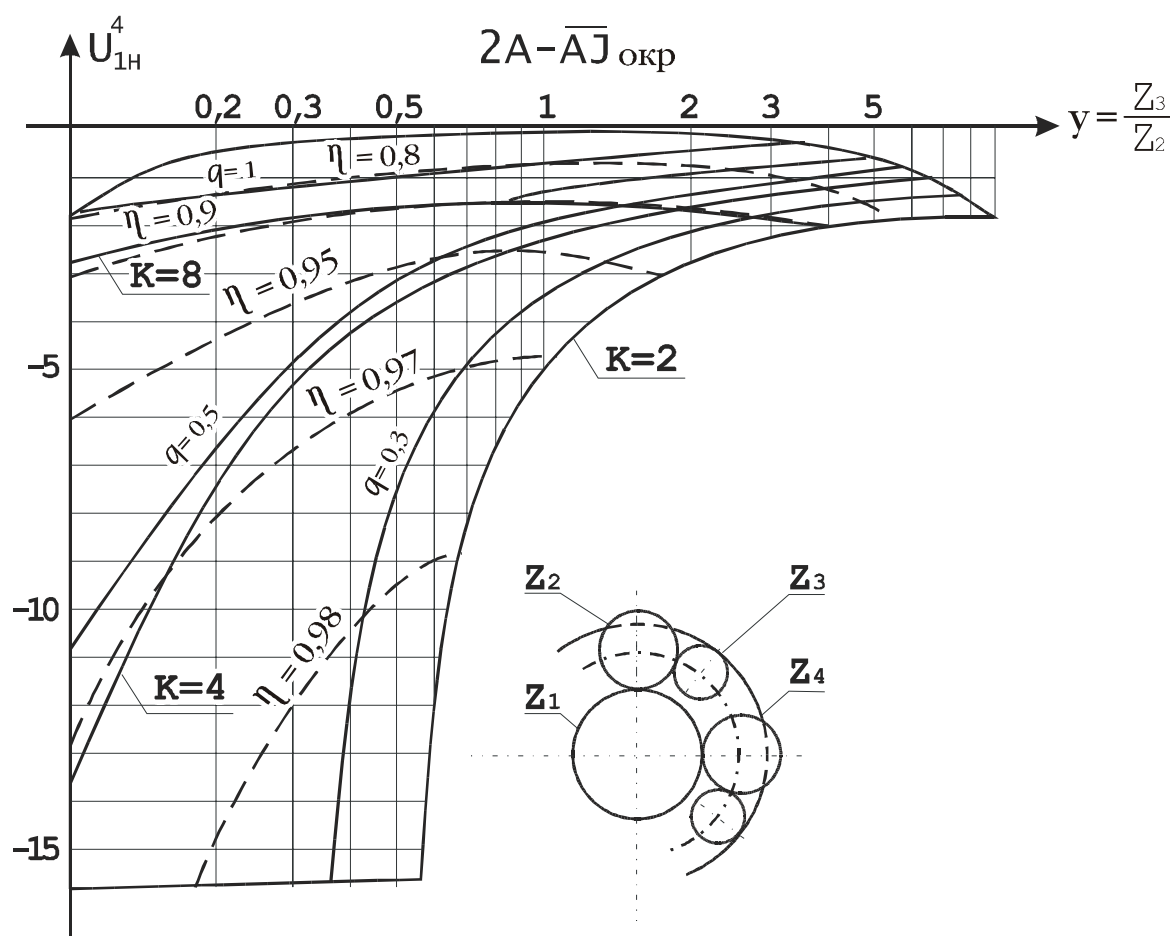


Рис. 3.12

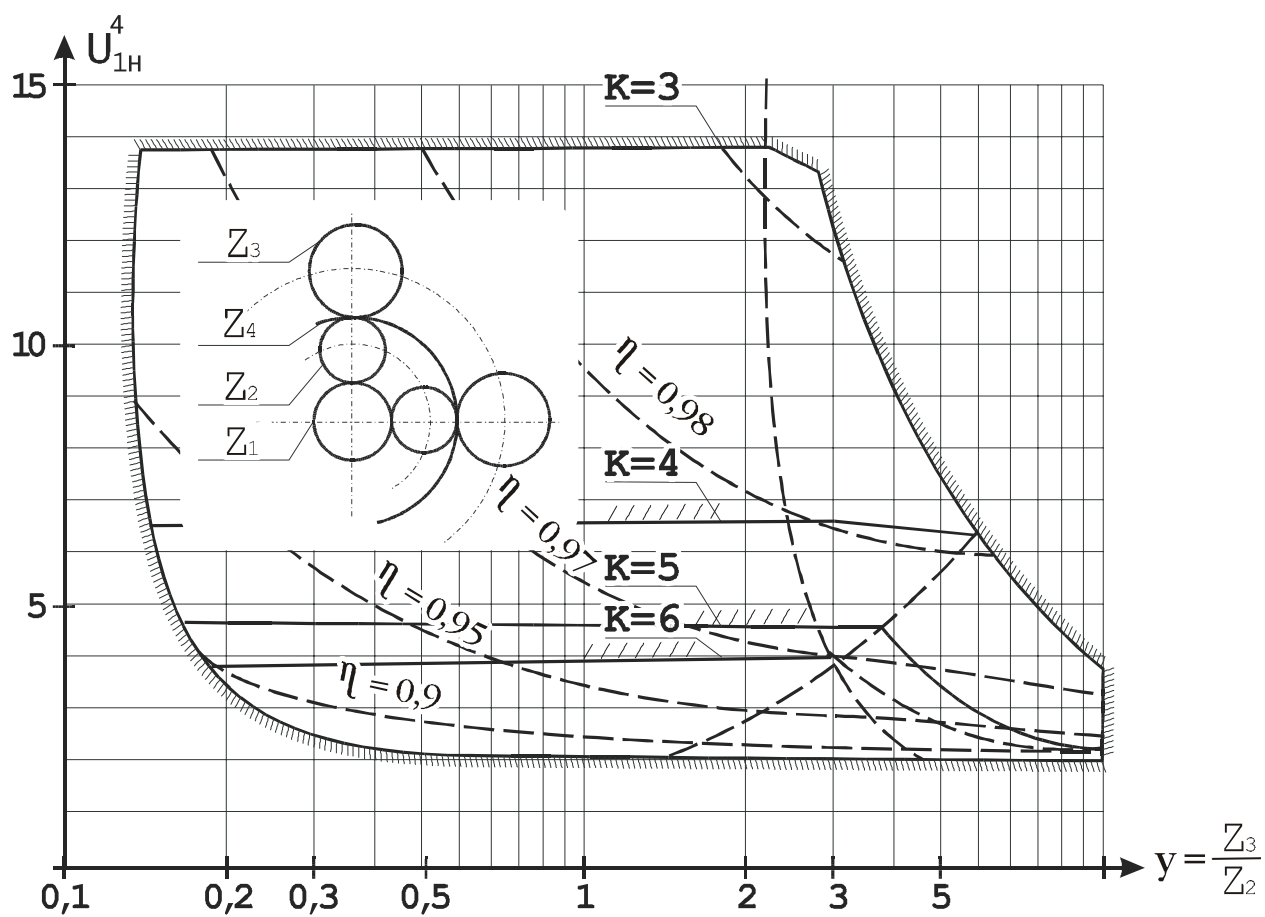


Рис. 3.13

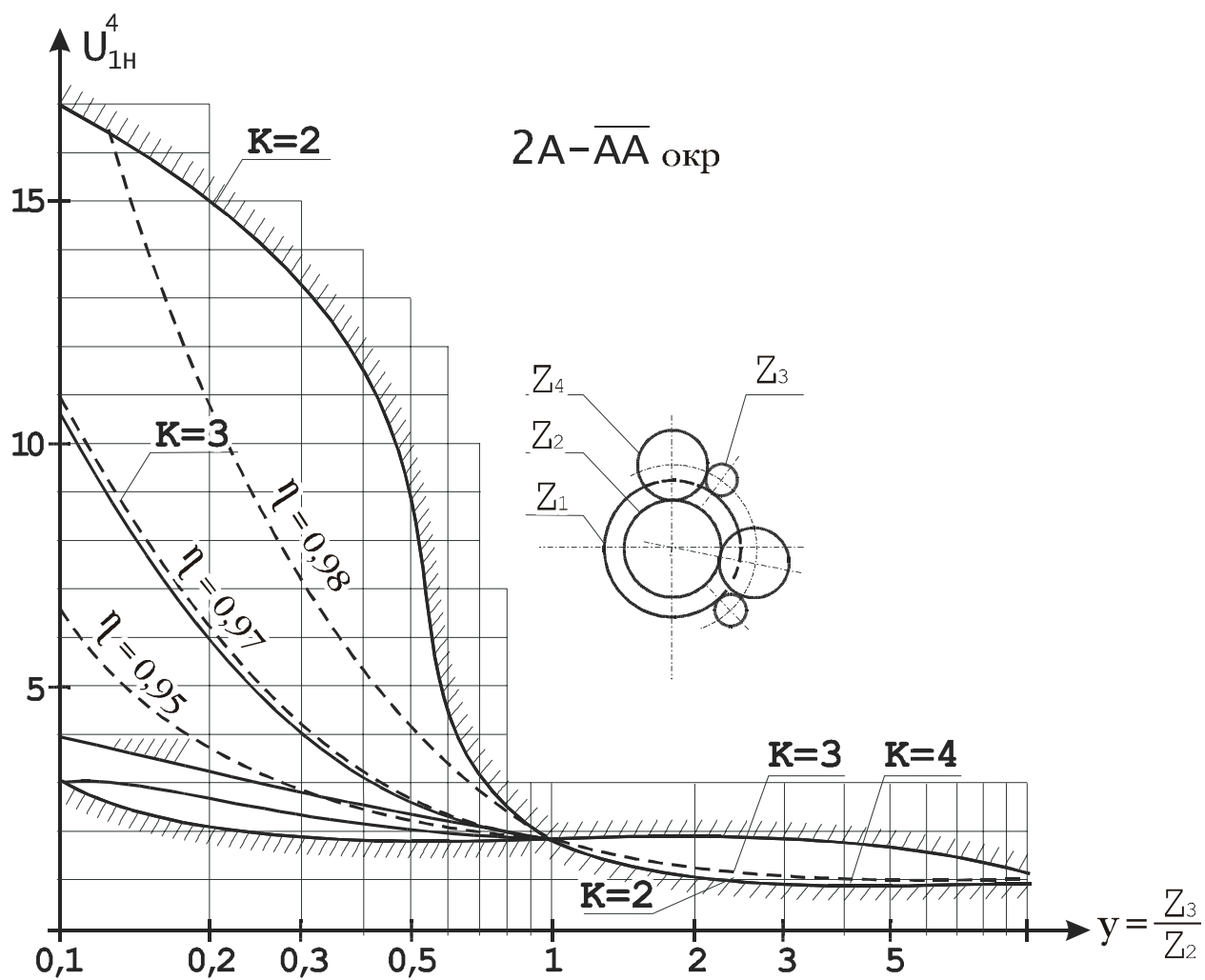


Рис. 3.14

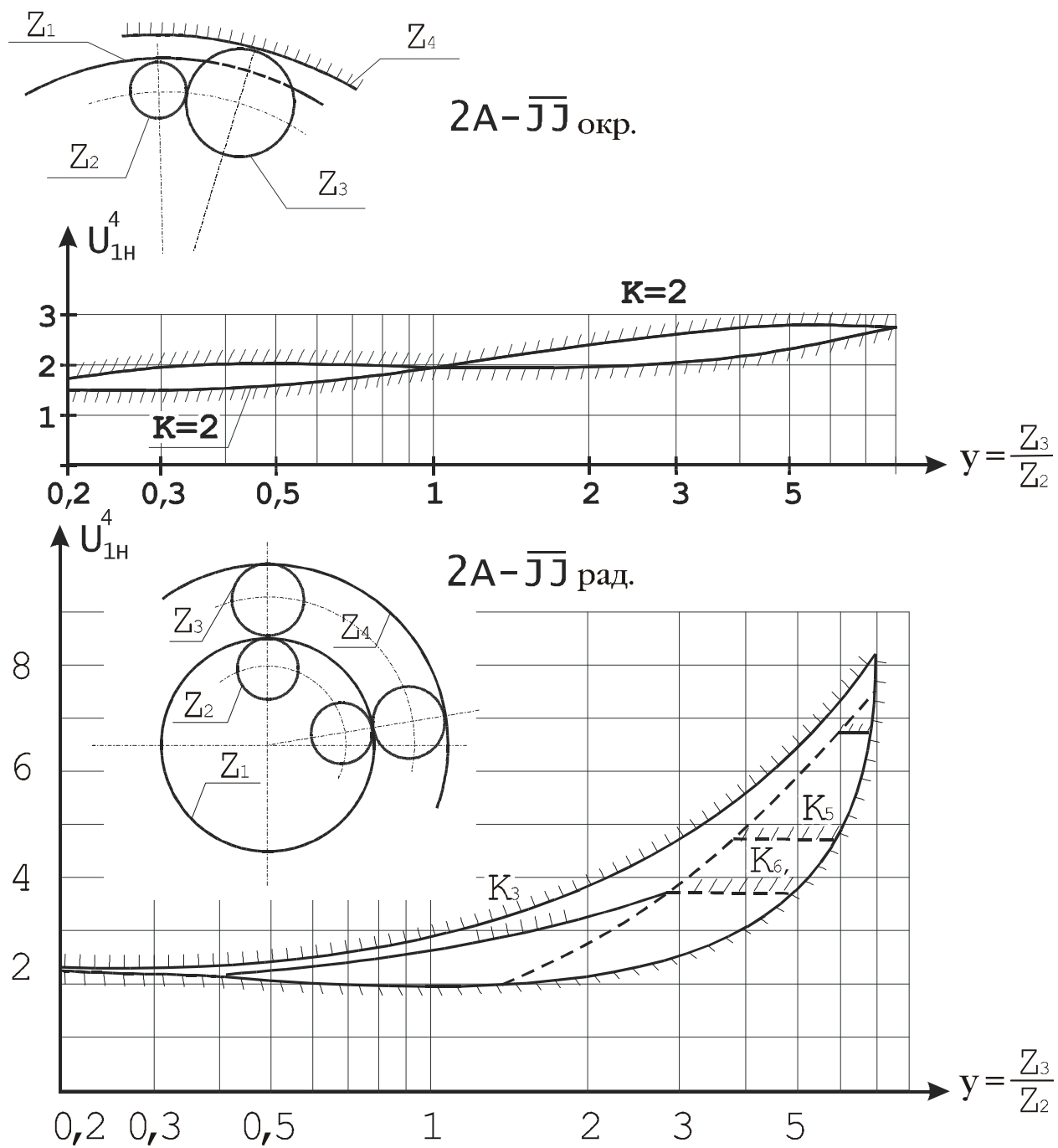


Рис. 3.15

4. СИНТЕЗ ЧИСЕЛ ЗУБІВ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів є вельми складною комплексною задачею. Аналітичні методи підбору чисел зуб'їв дають можливість знаходити розв'язки шляхом перебору великого числа варіантів, оскільки число невідомих параметрів більше від числа рівнянь і умов. Існуючі методи синтезу чисел зуб'їв недостатньо враховують ту обставину, що числа зуб'їв планетарних механізмів зв'язані між собою дискретними рівняннями і умовами і, отже, не дають цілочисельного розв'язку, а головне, не відповідають на запитання, скільки механізмів існує для заданих умов.

Цю задачу можна розв'язати за допомогою математичного апарату теорії цілих чисел - теорії порівнянь: систему цілочисельних генеральних рівнянь перетворюють в систему порівнянь щодо однієї невідомої – чисел зуб'їв одного з центральних коліс, наприклад Z_1 [9].

4.1. Порівняння і їх властивості

Два цілі числа a і b ($a > b$) називають порівнянними за модулем m , якщо m ділить різницю $a - b$ $\langle m | (a - b) \rangle$ без остачі. Якщо a порівнянне з b за модулем m , то це записують так:

$$a \equiv b \pmod{m}.$$

Цей вираз означає, що a ділиться на m без остачі. Таке позначення завдяки аналогії між порівняннями і рівністю спрощує обчислення, в яких числа, відмінні на кратне m , фізично не розрізняються [8].

Відношення порівнянності за модулем m має властивості рефлексії, симетричності та транзитивності, тобто є відношенням еквівалентності.

Два порівняння за однаковим модулем можна складати, віднімати або перемножувати так само, як і рівність.

Обидві частини порівняння можна помножити на одне і те ж саме ціле число.

Обидві частини порівняння можна розділити на їх спільний множник, якщо він взаємно простий з модулем.

Обидві частини порівняння і модуль можна розділити на їх спільний дільник.

4.2. Синтез чисел зубів планетарних механізмів, в умові складання яких одне чи два невідомих числа

Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів ведеться за допомогою генеральних рівнянь (див. підрозд. 3.5) і області існування механізмів (див. підрозд. 3.6).

Для основних схем простих планетарних механізмів з двома центральними колесами (див. рис. 2.1) рівняння підбору чисел зуб'їв Z_1 (див. табл. 3.2) має вигляд

$$Z_1 = k \frac{P + Qx}{u_{1H}^4}. \quad (4.1)$$

Для планетарних механізмів з парними сателітами схеми $2A - \overline{AA}, 2A - \overline{JJ}, 2A - \overline{AJ}$ (див. рис. 2.2) рівняння підбору чисел зуб'їв Z_1 (див. табл. 3.3) таке:

$$Z_1 = k \frac{N \pm Px}{u_{1H}^6}. \quad (4.2)$$

Для планетарного механізму $\overline{AJ}$ (див. рис. 2.1) і планетарних механізмів з парними сателітами $2A - \overline{AA}, 2A - \overline{JJ}, 2A - \overline{AJ}$ (див. рис. 2.2) рівняння підбору чисел зуб'їв має вигляд

$$Z_1 = k \frac{N}{u_{1H}^{4(6)}}. \quad (4.3)$$

При призначенні відношень $x = Z_2/Z_3$, $x_2 = Z_4/Z_5$, $y = Z_4/Z_3$ ($y = Z_3/Z_2$) враховується умова сусідства (3.12), (3.15) або ці відношення можуть бути вибрані за областю існування (див. рис. 3.6 - 3.15).

Розглянемо розв'язання рівняння (4.1) за допомогою теорії цілих чисел. Передаточне відношення u_{1H}^4 і відношення x_i можна завжди подати у вигляді простих дробів $u_{1H}^4 = D/N$ і $x = G/F$, де $\text{НСД}(D, N) = 1$ і $\text{НСД}(G, F) = 1$, звідки

$$Z_1 = \frac{kN}{FD} (PF \pm QG) = \frac{N'}{T'} R, \quad (4.4)$$

де $\text{НСД}(N', T') = 1$, а $R = PF \pm QG$.

Вираз $R = PF \pm QG$ є діофантовим рівнянням, яке на підставі теореми 137 [8] має розв'язок тоді і тільки тоді, коли найбільший спільний дільник d коефіцієнтів F і G є дільником R .

Оскільки $\text{НСД}(F, G) = 1$, то діофантове рівняння має розв'язок і є комплексом $((P_1, \frac{R - FP_1}{G}))$ [8, теорема 138], який збігається з класом чисел

$$P = P_1 + Gt, \\ Q = \frac{R - FP_1}{G} - Ft,$$

де t - будь-яке ціле число, а $P = P_1 \pmod{G}$ виходить в результаті розв'язання порівняння $PF = R \pmod{G}$. Розв'язком останнього порівняння є клас чисел [8, теорема 133]

$$P \equiv (-1)^S R G_{S-1} \pmod{G},$$

де G_{S-1} - чисельник останнього відповідного дробу розкладання G/F в ланцюговий дріб;

S - кількість членів розкладання.

Чисельниками і знаменниками відповідних дробів до скінченного ланцюгового дробу називають величини G_n і F_n ($n = 0, 1, \dots, S$), визначені рекурентними умовами

$$\left. \begin{aligned} G_n &= G_{n-1}a_n + G_{n-2}, \\ F_n &= F_{n-1}a_n + F_{n-2} \end{aligned} \right\} \text{ для } 2 \leq n \leq S$$

і початковими умовами $G_0 = a_0$, $F_0 = 1$, $G_1 = a_0a_1 + 1$, $F_1 = a_1$, де $a_0, a_1, \dots, a_S$ - числа, що визначаються послідовним розподілом G на F за алгоритмом Евкліда [8].

Послідовне обчислення чисельників G і знаменників F відповідних дробів зручно проводити за допомогою алгоритму, наведеного в табл. 4.1.

Таблиця 4.1

	a_0	a_1	a_2	$\dots$	a_S
G_n	a_0	$a_0a_1 + 1$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
F_n	1	a_1	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Рівняння (4.4) можна записати як $Z_1 T_1 - N'R = 0$, і його розв'язок буде у вигляді порівняння

$$Z_1 \equiv 0 \pmod{N'}. \quad (4.5)$$

Рівняння для чисел зуб'їв Z_2, Z_3, Z_4 (див. табл. 3.1) можна подати таким чином:

$$\begin{aligned} Z_2 &= Z_1 \frac{L}{V}; \\ Z_3 &= Z_1 \frac{C}{S}; \\ Z_4 &= Z_1 \frac{W}{B}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

де чисельник і знаменник дробів є взаємно простими числами, тобто

$$\text{НСД}(L, V) = 1;$$

$$\text{НСД}(C, B) = 1;$$

$$\text{НСД}(W, B) = 1.$$

Числа зуб'їв Z_2, Z_3, Z_4 будуть цілими, якщо

$$\begin{aligned}
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } V); \\
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } S); \\
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } B).
\end{aligned}
\tag{4.7}$$

Отже, з урахуванням (4.5) і (4.7) можна записати:

$$\begin{aligned}
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } N'); \\
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } V); \\
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } S); \\
Z_1 &\equiv 0(\text{mod } B).
\end{aligned}$$

Система матиме розв'язок, і значення Z_1 , які задовольняють систему, утворюють [8] клас чисел за модулем M , що дорівнює найменшому спільному кратному (НСК) чисел N', V, S, B :

$$M = \text{НСК}[N', V, S, B].$$

Згідно з теоремою 92 [8] клас чисел збігається зі значеннями лінійної функції $Z_1 = Mj$ для $j = 1, 2, 3, \dots$ в діапазоні $\frac{Z_{\min}}{M}; \frac{Z_{\max}}{M}$.

Значення Z_2, Z_3, Z_4 знаходяться підстановкою Z_1 в (4.6).

Послідовність підбору чисел зуб'їв полягає в такому: призначаються u_{1H}^4, x , які подаються у вигляді простих дробів із взаємно простими чисельником і знаменником. Після підстановки k, u_{1H}^4, x у формулу (4.4) записують числа зуб'їв відповідно до формули (4.6), визначають якнайменше загальне кратне M чисел N', V, S, B і знаходять клас $Z_1 = Mj$. Після цього обчислюють Z_2, Z_3 і Z_4 , порівнюють отримані числа зуб'їв з $Z_{\min}$ і $Z_{\max}$ і знаходять значення j , що задовольняють задані обмеження.

П р и к л а д 1. Підібрати числа зуб'їв для механізму AJ (див. рис. 2.1) за таких умов: $u_{1H}^4 = 5, \lambda = 1, 18 \leq Z_i \leq 180$. За діаграмою $u_{1H}^4 = f(x\lambda, k)$ (див. рис. 3.7) призначаємо $k = 4, x = 1,5 = 3/2$.

З табл. 3.2 виписуємо генеральні рівняння і підставляємо в них чисельні значення u_{1H}^4, k, x, λ :

$$\begin{aligned}
Z_1 &= k \frac{P + Qx}{u_{1H}^4} = 4 \frac{P + Q \frac{3}{2}}{5} = \frac{2(2P + 3Q)}{5}; \\
Z_2 &= Z_1 \frac{u_{1H}^4 - 1 + x\lambda}{1 + x\lambda} = Z_1 \frac{5 - 1 - \frac{3}{2}}{1 + \frac{3}{2}} = Z_1 \frac{1}{1};
\end{aligned}$$

$$Z_3 = Z_1 \frac{u_{1H}^4 - 1 + x\lambda}{(1 + x\lambda)x} = Z_1 \frac{5 - 1 - \frac{3}{2}}{(1 + \frac{3}{2}) \cdot \frac{3}{2}} = Z_1 \frac{2}{3};$$

$$Z_4 = Z_1 \frac{u_{1H}^4 - 1}{x} = Z_1 \frac{5 - 1}{\frac{3}{2}} = Z_1 \frac{8}{3}.$$

Тоді з урахуванням викладеної вище методики одержуємо систему порівнянь:

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 2);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 1);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 3);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 3).$$

Розв'язком отриманої системи порівнянь буде клас за модулем М, що дорівнює НСК чисел 2, 1, 3, 3:

$$M = \text{НСК } [2, 1, 3, 3] = 6 \text{ і } Z_1 = 6j.$$

Підставимо вираз для Z_1 у формули для підбору чисел зуб'їв Z_2, Z_3, Z_4 , і в результаті одержимо рівняння:

$$Z_1 = 6j, Z_2 = 6j, Z_3 = 4j, Z_4 = 16j.$$

З урахуванням обмежень на максимальні та мінімальні значення чисел зуб'їв визначаємо, що $5 \leq j \leq 11$.

Значення чисел зуб'їв подано в табл. 4.2.

Таблиця 4.2

Z_1	30	36	42	48	54	60
Z_2	30	36	42	48	54	60
Z_3	20	24	28	32	36	40
Z_4	80	96	112	128	144	160

П р и к л а д 2. Для замкнутого планетарного механізму (див. рис. 2.3) підібрати числа зуб'їв при $u_{17} = -76$.

Формула передаточного числа для такого механізму згідно з (3.4)

$$u_{17} = u_{17}^4 + u_{17}^H = u_{17}^4 + u_{17}^H u_{57}^H$$

Відповідно до праці [1] найбільше рівне число сателітів $Z_2 - Z_3$ і переборів Z_6 для передаточного відношення $u_{17} = -76$ дорівнює трьом.

Простий планетарний механізм AA при $k = 3$ має діапазон передаточних відношень $-7,35 < u_{1H}^4 = 1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3} < 0,88$, а механізм, складений з коліс Z_5, Z_6, Z_7 (аналогічний планетарному механізму $\overline{AJ}$ при нерухомому водилі), для $k_2 = 3$, $2,1 < u_{5H}^7 < 13,7$ і $1,1 < Z_7/Z_5 < 12,7$.

Нехай передаточне відношення планетарного механізму $u_{1H}^4 = -6$. Тоді з рис. 3.6 знаходимо, що $x\lambda > 1,8$ і для $\lambda = 1$, приймаємо $x = 2$. З табл. 3.2 виписуємо рівняння для підбору чисел зуб'їв:

$$\begin{aligned} Z_1 &= k \frac{P+Qx}{u_{1H}^4} = 3 \frac{P+Q2}{-6} = \frac{P+Q2}{-3}; \\ Z_2 &= Z_1 \frac{1-u_{1H}^4 - x\lambda}{x\lambda - 1} = Z_1 \frac{1+6-2}{2-1} = Z_1 \frac{5}{1}; \\ Z_3 &= Z_1 \frac{1-u_{1H}^4 - x\lambda}{(x\lambda - 1)x} = Z_1 \frac{1+6-2}{(2-1) \cdot 2} = Z_1 \frac{5}{2}; \\ Z_4 &= Z_1 \frac{1-u_{1H}^4}{x} = Z_1 \frac{1+6}{2} = Z_1 \frac{7}{2}. \end{aligned}$$

Записуємо систему порівнянь:

$$Z_1 \equiv 0 \pmod{1};$$

$$Z_1 \equiv 0 \pmod{1};$$

$$Z_1 \equiv 0 \pmod{2};$$

$$Z_1 \equiv 0 \pmod{2},$$

розв'язком якої є $Z_1 = Mj$, де $M = \text{НСК}[1,1,2,2] = 2$ і $Z_1 = 2j$. Підставивши значення Z_1 у рівняння для підбору чисел зуб'їв Z_2, Z_3, Z_4 , одержуємо рівняння $Z_1 = 2j$, $Z_2 = 10j$, $Z_3 = 5j$, $Z_4 = 7j$ і для $18 \leq Z_i \leq 180$ знаходимо $9 \leq j \leq 18$. Визначаємо передаточне відношення замикаючого ланцюга:

$$u_{57} = \frac{u_{17} - u_{1H}^4}{u_{14}^H} = \frac{-76 + 6}{-7} = 10.$$

Число зуб'їв коліс Z_5, Z_6, Z_7 обчислюємо аналогічно для $u_{5H}^7 = 1 + u_{57} = 1 + 10 = 11$ і $k_2 = 3$:

$$Z_5 = k_2 \frac{N}{u_{5H}^7} = \frac{3N}{11};$$

$$Z_6 = Z_5 \frac{u_{5H}^7 - 2}{2} = Z_5 \frac{11 - 2}{2} = Z_5 \frac{9}{2};$$

$$Z_7 = Z_5(u_{5H}^7 - 1) = Z_5(11 - 1) = Z_5 10.$$

Складаємо систему порівнянь:

$$Z_5 \equiv 0(\text{mod } 3);$$

$$Z_5 \equiv 0(\text{mod } 2);$$

$$Z_5 \equiv 0(\text{mod } 1).$$

Її розв'язком буде $Z_5 = 6j$, і тоді рівняння для підбору чисел зуб'їв набувають вигляду: $Z_5 = 6j$; $Z_6 = 27j$; $Z_7 = 60j$. При обмеженні $18 \leq Z_i \leq 180$ одержуємо $j = 3$. Значення чисел зуб'їв наведено в табл. 4.3.

Таблиця 4.3

Z_1	18	20	22	24	26	28	30	32	34	36
Z_2	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180
Z_3	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90
Z_4	63	70	77	84	91	98	105	112	119	126
Z_5	18	18	18	18	18	18	18	18	18	18
Z_6	81	81	81	81	81	81	81	81	81	81
Z_7	180	180	180	180	180	180	180	180	180	180

4.3. Синтез планетарного механізму з урахуванням зсуву початкового контуру

Відомо, що за допомогою зсуву початкового контуру можна збільшити здатність до навантаження прямозубих передач. Застосування зсуву початкового контуру в планетарних механізмах дає ще більший ефект, проте розрахунок зміщених планетарних механізмів ускладнюється тим, що призводить, як правило, до неспіввідповідності. Усунути останню можна тільки у тому випадку, коли її величину узгоджено з числами зуб'їв проектованого механізму.

Розглянемо методику підбору чисел зуб'їв з урахуванням неспіввідповідності на прикладі найпоширенішого механізму з одинарним сателітом типу $\overline{AJ}$ [10]. Для підбору чисел зуб'їв цього механізму маємо таку систему рівнянь:

- 1) $u_{1H}^3 = 1 + \frac{Z_3}{Z_1}$ (передаточного відношення);
- 2) $\frac{Z_1 + Z_3}{k} = N$ (складання);
- 3) $\frac{\cos \alpha_{\omega_{12}}}{\cos \alpha_{\omega_{23}}} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_3 - Z_2}$ (співвідноності).

Рівняння співвідносності можна переписати інакше:

$$Z_1 + 2Z_2 - Z_3 = (Z_3 - Z_2) \left(\frac{\cos \alpha_{\omega_{12}}}{\cos \alpha_{\omega_{23}}} - 1 \right). \quad (4.8)$$

Позначимо праву частину рівняння (4.8) через e . Оскільки в лівій частині рівняння всі числа цілі, то і e - число ціле і може набувати значення $e = 0 \pm 1, \pm 2, \pm 3$. Значення $e = 0$ відповідає випадку проектування механізму без зсуву початкового контуру або із зсувами, що дають рівні кути зачеплення. Систему перерахованих рівнянь можна розв'язати відносно Z_1 . Генеральні рівняння для підбору чисел зуб'їв з урахуванням зсуву початкового контуру мають такий вигляд:

$$Z_1 = \frac{kN}{u_{1H}^3}; Z_2 = \frac{e + Z_1(u_{1H}^3 - 2)}{2}; Z_3 = Z_1(u_{1H}^3 - 1). \quad (4.9)$$

Введемо, як і раніше, позначення $u_{1H}^3 = \frac{D}{R}$. Тоді

$$Z_1 = \frac{kNR}{D}; Z_2 = \frac{Re + Z_1(D - 2R)}{2R}; Z_3 = Z_1 \frac{D - R}{R}. \quad (4.10)$$

Запишемо отримані рівняння (4.10) у вигляді системи порівнянь:

$$Z_5 \equiv 0 \pmod{k'R}; \quad (4.11)$$

$$(D - 2R)Z_1 + Re \equiv 0 \pmod{2R},$$

або

$$(D - 2R)Z_1 \equiv -Re \pmod{2R}, \quad (4.12)$$

$$Z_1 \equiv 0 \pmod{R}, \quad (4.13)$$

де $k' = k/d$, а $d = \text{HCD}(k, D)$.

Система порівнянь (4.11), (4.12), (4.13) матиме розв'язок, якщо можливий розв'язок порівняння (4.12), оскільки порівняння (4.11) і (4.13) розв'язки мають. Порівняння (4.12) містить в лівій частині доданок $2RZ_1$, кратний модулю $2R$, отже, з урахуванням властивостей порівнянь цей доданок можна відкинути. Тому порівняння (4.12) рівносильно порівнянню

$$Z_1 D \equiv -Re \pmod{2R}. \quad (4.14)$$

Порівняння (4.14) матиме розв'язок, якщо $(D, 2R) = d$ і d ділить Re , а це можливо в таких випадках:

- 1) D - непарне, $\text{HCD}(D, 2R) = 1$, $e = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3$.

2) D - парне, НСД $(D, 2R) = 2$, $e = 0, \pm 2$.

Для знаходження розв'язку порівняння (4.14) можна скористатися такою методикою. Скорочуємо обидві частини порівняння і модуль на d , який набуває значення $d = 1, 2$. Розглянемо випадок $d = 1$. Порівняння (4.14) має розв'язок вигляду

$$Z_1 \equiv \alpha \pmod{2R} \quad (4.15)$$

і α може бути знайдено як $\alpha = (-1)^S (-Re) P_{S-1} \pmod{2R}$, де P_{S-1} - чисельник передостаннього відповідного дробу розкладання $2R/D$ в цілий дріб; S - кількість членів розкладання (див. підрозд. 4.2). Для $e = 0, \pm 2$ α набуває значення нуль, для $e = \pm 1, \pm 3$ - значення, відмінного від нуля.

У випадку, якщо $\alpha \neq 0$, порівняння $Z_1 \equiv \alpha \pmod{2R}$ необхідно розв'язати спільно з порівнянням $Z_1 \equiv 0 \pmod{k'R}$. Система порівнянь (4.15), (4.11) матиме розв'язок, якщо НСД $(2R, k'R) = d$ і $\langle d | \alpha \rangle$. Розв'язком порівняння (4.15) є

$$Z_1 = \alpha + 2Rt, \quad (4.16)$$

де t - будь-яке ціле число.

Пошук таких t , які задовольняють і порівняння (4.11), зводиться до розв'язання порівняння 1-го ступеня з невідомою t :

$$2Rt \equiv -\alpha \pmod{k'R}. \quad (4.17)$$

Якщо при НСД $(k'R, 2R) = d$ виявиться, що d не ділить α , то порівняння (4.17) не має розв'язків. Якщо d ділить α , то розв'язок порівняння можна записати у вигляді $t \equiv \beta \pmod{\frac{k'R}{d}}$, де β знаходиться, як і α .

Значення t визначимо як $t = \beta + \frac{k'R}{d} y$, де $y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Підставимо значення t в рівняння $Z_1 = \alpha + 2Rt$, виділимо з множини значень Z_1 , що задовольняють порівняння (4.17), ті, які задовольняють і порівняння (4.16):

$$Z_1 = \alpha + 2R\beta + \frac{k'2R^2}{d} y = \gamma + \frac{k'2R^2}{d} y \quad (y = 0, \pm 1, \pm 2 \dots).$$

Ці значення Z_1 утворюють клас чисел за модулем

$$M = \frac{2k'R^2}{d}, \text{ тобто } Z_1 \equiv \gamma \pmod{M},$$

де $M = \text{НСД}[2R, k'R]$.

Підставляємо Z_1 у формули для підбору чисел зуб'їв Z_2 і Z_3 і остаточно одержуємо формули для обчислення чисел зуб'їв:

$$\begin{aligned}Z_1 &= \gamma + My; \\Z_2 &= \gamma_2 + M_2 y; \\Z_3 &= \gamma_3 + M_3 y.\end{aligned}\tag{4.18}$$

Розглянемо випадок $d = 2$. Порівняння (4.14) матиме розв'язки $Z_1 \equiv 0(\text{mod } 2R)$ і $Z_1 \equiv R(\text{mod } 2R)$. Отримані порівняння необхідно попарно розв'язати з порівнянням (4.11):

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 2R); \tag{4.19}$$

$$\begin{aligned}Z_1 &\equiv 0(\text{mod } k'R), \\Z_1 &\equiv R(\text{mod } 2R); \\Z_1 &\equiv 0(\text{mod } k'R).\end{aligned}\tag{4.20}$$

Системи (4.19) і (4.20) розв'язуються за допомогою методики, наведеної вище.

П р и к л а д 3. Підібрати числа зуб'їв механізму $\overline{AJ}$ для умов: $u_{1H}^3 = 3,6 = 18/5$; $k = 5$; $e = -2$; $18 \leq Z_i \leq 180$.

Маємо

$$Z_1 = \frac{kN}{u_{1H}^3} = \frac{3N}{18/5} = \frac{5N}{6};$$

$$Z_2 = \frac{e + Z_1(u_{1H}^3 - 2)}{2} = \frac{-2 + Z_1(\frac{18}{5} - 2)}{2} = \frac{-10 + Z_1 8}{10};$$

$$Z_3 = Z_1(u_{1H}^3 - 1) = Z_1(\frac{18}{5} - 1) = Z_1 \frac{13}{5}.$$

Записуємо отримані рівняння у вигляді системи порівнянь:

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 5);$$

$$8Z_1 \equiv 0(\text{mod } 10);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 5).$$

Оскільки НСД $(8, 10) = 2$ і 2 ділить 10, то друге порівняння має два розв'язки: $Z_1 \equiv 0(\text{mod } 10)$; $Z_1 \equiv 5(\text{mod } 10)$. Сумісний розв'язок першого і третього порівнянь дає $Z_1 \equiv 0(\text{mod } 5)$. Це порівняння попарно розв'язуємо з порівняннями

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 10);$$

$$Z_1 \equiv 5(\text{mod } 10),$$

Перша система:

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 5);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 10),$$

і її розв'язком буде $Z_1 \equiv 0(\text{mod } 10)$.

Друга система:

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } 5);$$

$$Z_1 \equiv 5(\text{mod } 10),$$

і її розв'язком буде $Z_1 \equiv 5(\text{mod } 10)$.

Класи чисел, що задовольняють $Z_1 : Z_1 = 10j$ і $Z_1 = 5 + 10j$. Підставивши вираз для Z_1 у формули для підбору Z_2, Z_3 , маємо: для першого розв'язку $Z_1 = 10j, Z_2 = -1 + 8j, Z_3 = 26j$; для другого - $Z_1 = 5 + 10j, Z_2 = 3 + 8j, Z_3 = 13 + 26j$, що дає для остаточного розв'язку повний набір можливих чисел зуб'їв механізмів (табл. 4.4).

Таблиця 4.4

Розв'язок 1					Розв'язок 2				
j	3	4	5	6	2	3	4	5	6
Z_1	30	40	50	60	25	35	45	55	65
Z_2	23	31	39	47	19	27	35	43	51
Z_3	78	104	130	156	65	91	117	143	169

4.4. Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів, що потребують двох умов складання

У техніці застосовуються планетарні механізми з трьома центральними колесами, при синтезі чисел зуб'їв яких необхідно враховувати дві умови складання. Схеми деяких з цих механізмів наведено на рис. 3.1, а умови складання - в табл. 3.1.

Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів, що потребують декількох умов складання, розглянемо на прикладі механізму AJJ , зображеного на рис. 3.1 [11]. Остаточні рівняння для підбору чисел зуб'їв Z_1 можна подати у вигляді [1]:

$$Z_1 = k \frac{(x\lambda + 1)(Qx - P)}{(x\lambda - 1)[2 + u_{1H}^5(x\lambda + 1)]};$$

$$Z_1 = k \frac{N(G + F)L}{D(G - F) + 2LF}.$$

Виразимо передаточне відношення u_{1H}^5 і відношення чисел зуб'їв сателітів x через раціональні числа $u_{1H}^5 = D/L$ і $x = G/F$ і підставимо їх в рівняння для Z_1 , приймаючи $\lambda = 1$.

Тоді

$$Z_1 = k \frac{(G + F)(QG - PF)L}{(G - F)[2LF + D(G + F)]} = \frac{L_1}{T_1} R;$$

$$Z_1 = k \frac{N(G + F)L}{D(G - F) + 2LF} = \frac{L_2}{T_2} N,$$

де НСД $(L_1, T_1) = 1$; НСД $(L_2, T_2) = 1$; $R = QG - PF$.

Далі, як і в підрозд. 4.2, визначаємо, що числа зуб'їв центрального колеса для виконання умови складання повинні задовольняти два порівняння: $Z_1 \equiv 0(\text{mod } L_1)$ і $Z_1 \equiv 0(\text{mod } L_2)$.

Рівняння для чисел зуб'їв Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 (див. табл. 3.2), як і раніше, подамо у вигляді $Z_i = Z_1 \cdot \frac{C_i}{S_i}$, де $i = 2, 3, 4, 5$, НСД $(C_i, S_i) = 1$, і запишемо як систему порівнянь

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } S_2);$$

.....

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } S_5).$$

З урахуванням порівнянь, отриманих в результаті розв'язання порівнянь складання, для синтезу чисел зуб'їв Z_1 отримаємо повну систему:

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } L_1);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } L_2);$$

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } S_2);$$

.....

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } S_5).$$

Така система має розв'язки, і значення Z_1 , що задовольняють її, утворюють клас за модулем $M = \text{НСК } [L_1, L_2, S_2, \dots, S_5]$ $Z_1 = Mj$ при $j = 1, 2, 3 \dots$

Значення Z_2, Z_3, Z_4, Z_5 знаходять підстановкою Z_1 в генеральні рівняння.

П р и к л а д 4. Підібрати числа зуб'їв $\overline{AJJ}$ -механізму при $u_{14}^5 = 30$ і $\lambda = 1$.

За діаграмою $u_{14}^5 = f(x\lambda, k)$ (див. рис. 3.9) призначаємо $k = 3$, $x = 1,5$ або $3/2$. З табл. 3.2 виписуємо генеральні рівняння і підставляємо в них чисельні значення u_{14}^5, k, x, λ :

$$Z_1 = k \frac{(x\lambda + 1)(Qx - P)}{(x\lambda - 1)[2 + u_{14}^5(x\lambda + 1)]} = 3 \frac{(\frac{3}{2} + 1)(Q\frac{3}{2} - P)}{(\frac{3}{2} - 1)[2 + 30(\frac{3}{2} + 1)]} = \frac{15(3Q - 2P)}{154};$$

$$Z_1 = k \frac{N(x\lambda + 1)}{u_{14}^5(x\lambda - 1) + 2} = 3 \frac{N(\frac{3}{2} + 1)}{30(\frac{3}{2} - 1) + 2} = \frac{15N}{34};$$

$$Z_2 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda - 1) - 2x\lambda}{2(x\lambda + 1)} = Z_1 \frac{30(\frac{3}{2} - 1) - 2\frac{3}{2}}{2(\frac{3}{2} + 1)} = Z_1 \frac{12}{5};$$

$$Z_3 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda - 1) - 2x\lambda}{2(x\lambda + 1)x} = Z_1 \frac{30(\frac{3}{2} - 1) - 2\frac{3}{2}}{2(\frac{3}{2} + 1)\frac{3}{2}} = Z_1 \frac{8}{5};$$

$$Z_4 = Z_1 \frac{u_{14}^5(x\lambda - 1)}{2x\lambda} = Z_1 \frac{30(\frac{3}{2} - 1)}{2\frac{3}{2}} = Z_1 \frac{5}{1};$$

$$Z_5 = Z_1 \frac{(x\lambda - 1)(u_{14}^5 - 1)}{x\lambda + 1} = Z_1 \frac{(\frac{3}{2} - 1) - (30 - 1)}{\frac{3}{2} + 1} = Z_1 \frac{29}{5}.$$

Знаходимо НСК чисел 15, 15, 5, 5, 1, 5: $M = \text{НСК}[15, 15, 5, 5, 1, 5] = 15$, $Z_1 = 15j$ при $j = 1, 2, 3 \dots$. Якщо $15 \leq Z_i \leq 300$, то значення чисел зуб'їв, відповідно, набувають значень, поданих у табл. 4.5.

Таблиця 4.5

Z_1	15	30	48
Z_2	36	72	108
Z_3	24	48	72
Z_4	75	150	225
Z_5	87	174	251

4.5. Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів з умови керування віброакустичними характеристиками

Величина збурюючих сил і моментів, що діють на елементи планетарного механізму, залежить від величини Z_1' - остачі при діленні числа зуб'їв центрального колеса Z_1 на число сателітів k [5].

Вибравши відповідним чином числа зуб'їв центральних коліс і сателітів, можна навмисно створити або виключити характерні складові спектра збурюючих сил і моментів і тим самим поліпшити віброакустичні характеристики планетарного механізму. У вигляді порівняння цю умову можна записати як $Z_1 \equiv Z_1^1 \pmod{k}$, де k пробігає повну систему лишків $Z_1^1 = 0, \pm 1, \dots, \pm k - 1$ [12].

Іноді при синтезі чисел зуб'їв необхідно, щоби число зуб'їв центрального колеса було взаємно простим з числом сателітів. Цю умову можна записати у вигляді порівняння Ейлера [8]:

$$Z_1^{\varphi(k)} \equiv 1 \pmod{k}, \quad (4.21)$$

де $\varphi(k)$ - функція Ейлера.

Розв'язки для числа зуб'їв центрального колеса, взаємно простого з числом сателітів, наведено у табл. 4.6 [13].

Таблица 4.6

Число сателітів K	Розв'язки для Z_1
2	$Z_1 \equiv 1 \pmod{2}$
3	$Z_1 \equiv \pm 1 \pmod{3}$
4	$Z_1 \equiv 1, 3 \pmod{4}$
5	$Z_1 \equiv 1, 2, 3, 4 \pmod{5}$
6	$Z_1 \equiv \pm 1 \pmod{6}$
8	$Z_1 \equiv 1, 3, 5, 7 \pmod{8}$
9	$Z_1 \equiv 1, 2, 3, 4, 5, 7, 8 \pmod{9}$
10	$Z_1 \equiv 1, 3, 7, 9 \pmod{10}$

Задача синтезу планетарної передачі з наперед заданими віброакустичними характеристиками полягає в тому, що обов'язкові умови доповнюються умовою нейтралізації вібраційних збурень, і їх сумісний розв'язок дозволяє визначити числа зуб'їв зубчастих коліс вибраної схеми.

У розд. 3 було наведено формули для підбору чисел зуб'їв і показано, що систему цілочисельних рівнянь можна замінити системою порівнянь першого ступеня, яка розв'язується щодо центрального колеса у вигляді порівняння (див. підрозд. 4.2):

$$Z_1 \equiv 0(\text{mod } M).$$

Розв'яжемо спільно систему порівнянь

$$\begin{aligned} Z_1 &\equiv 0(\text{mod } M); \\ Z_1 &\equiv a(\text{mod } k), \end{aligned} \quad (4.22)$$

де a набуває значення Z_1^1 або може бути взят з табл. 4.6. Отримані системи порівнянь матимуть розв'язки, якщо НСД $(M, k) = d$ і $d|a_i$ [8].

Розв'язання здійснюємо таким чином [8]. З першого порівняння системи (4.22) одержуємо $Z_1 = Mt$. При будь-якому цілому t такі Z_1 задовольняють перше порівняння. Щоби розв'язати систему порівнянь (4.22), необхідно вибрати такі t , при яких Z_1 задовольняють і друге порівняння. Пошук таких t зводиться до розв'язання порівняння 1-го ступеня з невідомою t :

$$Mt \equiv a_i(\text{mod } k). \quad (4.23)$$

Якщо при НСД $(M, k) = d$ і d не буде ділити a_i , то порівняння із системи (4.22) не мають розв'язку. Якщо $d|a_i$, то для таких порівнянь розв'язок можна записати у вигляді класу за модулем k/d : $t \equiv \beta_i(\text{mod } k/d)$, де β_i може бути знайдено методами, наведеними в підрозд. 4.2. Підставляючи значення $t = \beta_i + \frac{k}{d} \cdot j$, $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ в рівняння $Z_1 = Mt$, виділяємо з множини значень Z_1 , що задовольняли перше порівняння, ті, які задовольняють і друге:

$$Z_1 = M\beta_i + \frac{Mk}{d} j = c_i + \frac{Mk}{d} j \quad (j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots).$$

Ці значення Z_1 утворюють клас за модулем $\frac{Mk}{d} = M'$, тобто $Z_1 \equiv c_i(\text{mod } M')$, де $M' = \text{НСК}[M, k]$. Таким чином, система (4.22) має один розв'язок. В результаті розгляду всіх К-1 або К-3-систем одержуємо, за наявності розв'язків кожної із систем, К-1 або К-3-розв'язок.

П р и к л а д 5. Підібрати числа зуб'їв планетарного механізму $\overline{AJ}$ для умов $u_{1H}^3 = 3,3$, $K=5$, що задовольняють порівняння $Z_1 \equiv a(\text{mod } k)$ при $a = 2, \dots, K - 2$.

Як початкові формули для підбору чисел зуб'їв беремо наведені у підрозд. 3.5 і розв'язані відповідно до методики підрозд. 4.1. Знаходимо $Z_1 \equiv 0(\text{mod } 3)$ і для $K=5$ за табл. 4.6 визначаємо $Z_1 \equiv 2, 3(\text{mod } 5)$. Запишемо попарно дві системи:

$$\begin{aligned} Z_1 &\equiv 0(\text{mod } 3), \\ Z_1 &\equiv 2(\text{mod } 5); \end{aligned} \quad (4.23)$$

$$\begin{aligned} Z_1 &\equiv 0(\text{mod } 3), \\ Z_1 &\equiv 3(\text{mod } 5). \end{aligned} \tag{4.24}$$

Розв'язок першої системи (4.23) - $Z_1 = -3 + 15j$, розв'язок другої системи (4.24) - $Z_1 = 3 + 15j$. Підставивши значення Z_1 із систем (4.23) і (4.24) у формули для підбору чисел зуб'їв Z_2 и Z_3 і запровадивши обмеження $18 \leq Z_i \leq 180$, остаточно отримаємо значення чисел зуб'їв, що задовольняють умові нейтралізації збурень на зубцевій частоті (табл. 4.7).

Таблица 4.7

Z_1	27	33	42	48	57	63	72
Z_2	18	22	28	32	38	42	48
Z_3	63	77	98	112	133	147	168

Бібліографічний список

1. Ткаченко В.А. Проектирование многосателлитных планетарных передач. - Х.: Изд-во Харьк. гос. ун-та, 1961. - 182 с.
2. Планетарные передачи: Справочник / Под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшова. - Л.: Машиностроение, 1977. - 535 с.
3. Ткаченко В.А., Абрамов В. Т., Коровкин М.Д. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам. – Х.: Харьк. авиац. ин-т, 1983. - 110 с.
4. Шустер О.Ю., Щокін Б.М., Савгерич О.О. Розрахунок планетарних передач 2К-Н ($i_{1H}^3 > 0$) редукторних електродвигунів за допомогою ЕОМ // Деталі машин. - 1970. - Вип. 2. - С. 55 - 60.
5. Панченко В.И., Северинова Т.П. К исследованию оптимальных условий возбуждения колебаний от пересопряжения зубьев в планетарных зубчатых передачах // Механика машин. - 1973. - Вып. 42. – С. 127 - 138.
6. Хронин Д. В. Условия сборки планетарных редукторов // Труды Моск. авиац. ин-та. - 1953. - Вып. 18. - С. 3 - 23.
7. Ткаченко В. А., Король Ю.Г., Макаров О.В. Общий алгоритм проверки условия сборки планетарных механизмов // Изв. вузов. Сер. Машиностроение. - 1979. - № 2. - С. 151 - 153.
8. Бухштаб А.А. Теория чисел. - М.: Просвещение, 1966. - 384 с.
9. Король Ю.Г. Применение сравнений к решению задачи подбора чисел зубьев планетарных механизмов // Теория механизмов и машин. - 1979. - Вып. 26. - С. 91 - 93.
10. Король Ю.Г., Ткаченко В. А. Синтез планетарного механизма с несоосностью // Теория механизмов и машин. – 1980. - Вып. 28. – С. 112 - 116.
11. Король Ю.Г., Ткаченко В. А. Синтез чисел зубьев планетарного механизма 3к // Теория механизмов и машин. – 1981. - Вып. 31. – С. 119 - 121.
12. Король Ю.Г. Определение чисел зубьев планетарных передач из условия управления виброакустическими характеристиками // Теория механизмов и машин. – 1982. – Вып. 21. - С. 94 - 96.
13. Король Ю.Г. Синтез планетарных механизмов с числом зубьев центрального колеса, взаимно простого с числом сателлитов // Теория механизмов и машин. – 1980. - Вып. 28. - С. 120 - 124.

ЗМІСТ

1. Вступ.....	3
2. Класифікація і задачі синтезу чисел зуб'їв планетарних механізмів.....	4
2.1. Основні схеми планетарних механізмів.....	4
2.2. Задачі синтезу чисел зуб'їв.....	7
3. Обов'язкові умови синтезу чисел зуб'їв.....	9
3.1. Рівняння передаточного відношення.....	9
3.2. Рівняння співвідносінь.....	11
3.3. Умова сусідства сателітів.....	14
3.4. Умова складання.....	16
3.5. Генеральні рівняння.....	18
3.6. Области існування планетарних механізмів.....	22
4. Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів.....	36
4.1. Порівняння і їх властивості.....	36
4.2. Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів, в умові складання яких одне чи два невідомих числа.....	36
4.3. Синтез планетарного механізму з урахуванням зсуву початкового контуру.....	42
4.4. Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів, що потребують двох умов складання.....	46
4.5. Синтез чисел зуб'їв планетарних механізмів з умови керування віброакустичними характеристиками.....	49
Бібліографічний список.....	52

Король Юрій Григорович
Кладова Ольга Юріївна
Павленко Віталій Миколайович

СИНТЕЗ ЧИСЕЛ ЗУБ`ІВ ПЛАНЕТАРНИХ МЕХАНІЗМІВ

Редактор Л.О. Кузьменко

Зв. план, 2004

Підписано до друку 24.12.2004

Формат 60x84 1/16. Папір офс. №2. Офс. друк.

Ум. друк. арк. 2,9. Обл.-вид. арк. 3,31. Наклад 150 прим.

Замовлення 519. Ціна вільна.

Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського
“Харківський авіаційний інститут”
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
<http://www.khai.edu>
Видавничий центр „ХАІ”
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu