

А. І. Долматов, В. В. Борисевич, В. В. Третьак

**РОЗВ'ЯЗАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ
МІКРО- і НАНОСИСТЕМ**

2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

А. І. Долматов, В. В. Борисевич, В. В. Третьак

**РОЗВ'ЯЗАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ
МІКРО- і НАНОСИСТЕМ**

Харків «ХАІ» 2024

УДК [539.3 + 517.5]:621.7.044
Д64

Рецензенти: д-р техн. наук, проф. В. Ф. Сорокін,
канд. техн. наук, доц. В. М. Дьоміна,
канд. техн. наук, доц. М. Ф. Савченко

Затверджено на засіданні вченої ради університету як монографію
(протокол № 5 від 27.12.2023)

Долматов, А. І.

Д64 Розв'язання аналітичних граничних задач мікро- і нано- систем [Електронний ресурс] : монографія / А. І. Долматов, В. В. Борисевич, В. В. Третяк. – Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2024. – 72 с.

Подано теоретичні й експериментальні дослідження імпульсного навантаження за допомогою кумулятивних струменів. Розглянуто варіант ефекту Бріджмена. Наведено алгоритми для розрахунку і аналізу полів різної природи.

Для фахівців в області механіки середовищ, що деформуються, і математичної фізики, а також для інженерів, студентів і аспірантів механіко-математичних факультетів університетів.

Іл. 16. Табл. 5. Бібліогр.: 16 назв

УДК [539.3 + 539.14]:517.5

© Долматов А. І., Борисевич В. В., Третяк В. В., 2024
© Національний аерокосмічний
університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2024

ВСТУП

В індустріально розвинутих країнах збільшилися темпи створення нових математичних теорій і розроблення на їх основі методів розв'язання на ПК задач дослідження, розрахунку і оптимізації фізико-механічних полів. Інтерес до цих полів пояснюється тим, що вони охоплюють широке коло наукових напрямів, наприклад електродинаміки, теплофізики, теорії пружності і пластичності та ін.

Математичними моделями фізико-механічних полів стають граничні задачі, які описуються рівняннями в окремих похідних з початковими граничними умовами за наявності двох різнорідних видів інформації – аналітичного і геометричного.

У цьому випадку з багатьох методів розв'язання таких задач (різницеві, варіаційні та ін.) за універсальністю є метод R-функцій, в якому геометрична інформація будь-якого тіла перетворюється на аналітичну.

Існує дуже багато робіт з цього питання, з яких слід виділити монографії і статті. Проте зазначений метод має недоліки, оскільки не дає змоги виконувати постановку граничної задачі у повному обсязі, тобто всі обчислення зводяться лише до статички або квазістатички, наприклад опис алгоритму зведення динамічної задачі до квазістатичної на основі різницевої апроксимації за часом, а також немає загального розв'язання однорідного рівняння.

Перспективним при цьому є об'єднання зазначеного вище структурно-варіаційного методу розв'язання граничних задач з відомим варіаційним методом Філоненка-Бородича.

Він має також інші недоліки, зокрема не відображає фізико-механічних характеристик в основному тензорі кінетичних напружень, а також подано тільки канонічні форми тіл.

Унаслідок усунення недоліків виникає можливість узгодження цих методів із заданням тензорного рівняння для них з точним у третьому наближенні розв'язанням граничних задач.

Ураховуючи збільшений інтерес дослідників до матеріалів з нелінійною пружністю, наприклад до матеріалу, подібного гумі, в роботі запропоновано рівняння стану і рівноваги як тіл, що стискаються, так і нестискуваних непружних тіл, а також тіла Мурнагана.

Далі на основі цього, а також викладів теорії пружності й пластичності наведено нові варіанти структур розв'язання граничних задач, в рівняннях яких подвійні векторні добутки замінено скалярними добутками. Окрім цього, зроблено спробу усунення апіорного стикування меж областей тіла – «склеювання» із заміною структури.

У роботі метод розв'язання задач рівноваги фіктивного тіла базується на варіаційному принципі можливих змін напружено-

деформованого стану (НДС) тіла. За цим методом вибирається опис тільки коректувального тензора кінетичних напружень.

В умовах ринкових відносин доводиться на перше місце висувати економічність матеріального виробництва.

Тому пильну увагу слід приділяти всім етапам отримання продукції, особливо при запуску у виробництво її нових видів.

Поряд з широким упровадженням конкурентоспроможного устаткування, прогресивних ресурсозберігаючих і екологічно чистих технологічних процесів особливу увагу приділяють підготовці виробництва на решті його стадій.

Основою сучасного заготовочно-штампувального виробництва машинобудівного підприємства є обробка металів тиском з використанням еластичних середовищ в технологічних блоках пресів.

Економія чорних і кольорових металів, легованих і жароміцних сталей і сплавів залежить у першу чергу від штампувального виробництва.

Ці умови потребують від служб підприємств зобов'язання пошуку і використання нових технологічних прийомів на рівні винаходів.

Тому вибір оптимальних режимів оброблення заготовок приводить до необхідності вдосконалення наявного виробництва.

Існуючий аналіз параметрів технологічних процесів для заготовочно-штампувального аерокосмічного виробництва з позицій оптимізації не є доскональним, хоча досягнення в механіці суцільних середовищ і прикладній математиці можуть дати повну картину перетворень металу із заготовки на продукцію.

У цій роботі на основі наукових досягнень зроблено спробу узагальнення існуючих результатів, а також створення методики розрахунку з оптимізацією енергосилових параметрів технологічних процесів формоутворення металів.

На основі подання меж граничних задач у вигляді прямих і кривих другого порядку вони розглядаються у вигляді відрізків лемніскат Бернуллі.

Такий підхід дає змогу описати перетворення областей, з яких складається межа задачі до четвертого порядку включно, що наближає дослідників процесів до реального опису їх щодо пластичної деформації металів.

Дослідження, подані в роботі, дають змогу успішно вирішувати завдання, які стоять перед виробництвом завдяки роботам учених – А. А. Ільюшина, Е. А. Попова А. Д. Томльонова, Ю. Н. Алексєєва та ін.

Крім того, цю роботу виконано завдяки В. Л. Рвачову, який прочитав курс лекцій в ХАІ – «Метод R-функцій і деякі їх додатки», унаслідок чого авторами було детально вивчено проблему, пов'язану з аерокосмічним виробництвом.

1. ОПИС СУЧАСНОГО СТАНУ НАНОСИСТЕМ, НАНОМАТЕРІАЛІВ, НАНОТЕХНОЛОГІЙ

У розвитку наносистем, наноматеріалів, нанотехнологій стратегічним пріоритетом називається наука про кероване і програмоване самоасемблювання для отримання і керування речовиною в масштабі 1—100 нанометра.

Виготовлення наноструктурованих матеріалів у промислових масштабах є можливим на шляху використання самоасемблювання.

Увага до впровадження наноструктурованих матеріалів приводить до розвитку способів їх отримання.

Оскільки нанооб'єкти займають проміжне місце між атомами, молекулами і макроскопічними тілами, то в методах отримання наноструктур можна виділити конструктивні етапи збирання наноструктур з окремих атомів, молекул і деструктивні етапи при розкладанні макроскопічних тіл до рівня атомів, молекул або готових наноструктур.

Тут можна навести приклад отримання нанокластерів з газової фази, при якому передбачається отримання нагрітого газу при випаровуванні з тігля, випаровуванні іонним пучком або лазером з подальшим охолодженням при виході з сопла, змішуванні буферним холодним інертним газом і конденсацією.

Утворення різних наноструктур, будь-яких аморфних металевих частинок, нанотрубок, фулеренів, упровадження наноматеріалів у мезопористі тіла, нанесення наноматеріалів на поверхні, перетворення протеїнів на сфероїди з упровадженням у внутрішню їх частину медикаментів є можливими при використанні кавітаційних явищ у рідинах.

Виходячи зі сказаного в працях, наноструктури утворюються в сильнонерівноважних процесах, тому визначення фізико-хімічних механізмів їх утворення потребує розв'язання найскладніших просторово-неоднорідних на рівні нанометрового масштабу задач фізичної і хімічної кінетики.

Якщо звернутися до історії подібного роду явищ, то з 1939 року відомий ефект, унаслідок якого утворюються потоки фотонів, електронів, атомів, молекул, субмікронних твердих частинок, створюються незвичайні хімічні сполуки.

Це нетеплові вибухи різних твердих тіл в умовах високого тиску і зсувних деформацій, тобто ефект Бріджмена.

Проте механізм фізичних і хімічних процесів при цих вибухах залишається і досі невідомим, не зважаючи на те, що викладано в деяких роботах, де розкрито суть явищ на молекулярно-кінетичному рівні.

Конкретизуючи ефект, можна сказати, що одновісне стиснення твердих тіл до високого тиску (від 0,1 до 50 Мбар) з деформацією зсуву (або без неї) призводить до вибухового руйнування твердих тіл

$10^{-5} \dots 10^{-7}$ с зі швидкістю від 200 до 2000 м/с і викиду високодиспергованої до субмікронних розмірів речовини.

Досліди виконувались на ковадлах Бріджмена.

Зразки виготовляли із суміші порошків металів з оксидами, оксидів деяких металів, різних пудр, аморфних і кристалічних речовин, напівпровідників і діелектриків, мінералів, полімерів.

Разом з диспергуванням речовини вибухове руйнування твердих тіл може супроводжуватися емісією звуку, розкладанням речовини, випромінюванням світла і жорстких фотонів, емісією високоенергетичних електронів.

Доведено, що в умовах ефекту Бріджмена відбуваються такі явища:

1. Надвисока молекулярна рухливість в твердих тілах, яка відповідає коефіцієнтам дифузії на $10\text{—}15$ порядків вище порівняно з твердим тілом без тиску і зсуву.

2. Швидкості твердофазних хімічних реакцій зростають на $3\text{—}8$ порядків, а глибина реакції і вихід її продуктів може наближатися до 100 % для гетерогенних сумішей.

3. Усі процеси відбуваються без енергії активації в ізотермічних умовах.

4. Відбуваються ендотермічні реакції, які реалізуються з самоприскоренням і надвеликими швидкостями.

5. Швидкості всіх хімічних реакцій не залежать від температури.

6. Час реакцій набагато менше $1\text{—}10$ мкс.

7. Процеси масоперенесення і хімічні реакції відбуваються набагато швидше, ніж у рідкій фазі.

8. Ефект супроводжується утворенням статистичних полімерів при сополімеризації, змішуванні макромолекул, утворенні розчинів, комплексів металів з графітом, порфінами.

Вибух речовини, можливо, досягнуто різними способами, проте вибухова система характеризується критичним значенням тиску і відповідним критичним кутом повороту ковадл, що призводять до вибуху.

У деяких дослідах збільшення максимального тиску не спричинило вибуху, але він ініціювався при спаданні тиску.

Існує критичний тиск, при якому відбувається вибух без додаткової зсувної деформації.

Існують також критичні значення товщини і маси зразка, нижче за які вибух не відбувається. Між критичними параметрами має місце певна залежність, включаючи і кут повороту ковадл.

Крім цього, критичний тиск вибуху не залежить від температури.

З цього зроблено висновок про рівність нулю енергії активації вибуху, а також про існування невідомого механізму перетворення механічної енергії на хімічну, що приводить до самоусунення і вибухів, відмінних від теплового і ланцюгового вибухових режимів.

Під дією квазістатичного тиску властивості конденсуючих систем (молекулярна структура, фазовий склад, рівноважні й кінетичні властивості) зазнають значних змін.

Фізична і хімічна кінетика цих систем становить значний інтерес з погляду реалізації процесів самоорганізації наносистем.

Для опису явищ за ефектом Бріджмена побудовано феноменологічну модель, в якій використовується опис явища переходу матеріалу під тиском в мікродисперсний стан.

Проблеми аналізу експериментів і розв'язання відповідних задач кінетики вибухових твердофазних перетворень обумовлено просторовою неоднорідністю систем, потребою урахування явищ на різних рівнях:

- мікроскопічному – емісія фотонів, екзоemisія електронів, механохімічні реакції;

- мезоскопічному – утворення кластерів і мікрочастинок, флюїдизація, пластичний перебіг матеріалу;

- макроскопічному – високий тиск, вибухові явища, високошвидкісний викид речовини, хвилі фазових перетворень, ударні хвилі.

Оскільки ефект Бріджмена спостерігається для великої кількості речовин, то, враховуючи сказане, можна вважати за необхідне застосування універсальної молекулярно-кінетичної теорії, що описує одержувані ефекти.

Для цього на основі теорії роботи виходу атомів з рідини і її зв'язку з мікроскопічними критеріями стійкості розвивається молекулярно-кінетичний підхід до явищ твердофазних вибухових перетворень.

У роботах доведено можливість реалізації станів конденсуючої системи з негативною роботою виходу атомів, модуль якої більше теплової енергії атомів, молекул, які можуть застосовуватися у твердих тілах з вільною поверхнею в умовах одновісного стиснення і зсувних деформацій (в умовах ефекту флюїдизації) і при цьому вони можуть бути основою нетеплових вибухових процесів за наявності вільної поверхні.

Подана молекулярно-кінетична теорія є основою для опису ефекту Бріджмена з використанням у ній R-функцій.

Для цього запропоновано узагальнений варіаційний метод розв'язання аналітичних граничних задач макро- і мікронаносистем.

2. ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ВАРІАЦІЙНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ ШВИДКІСНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТІЛ

Відомий і широко використовуваний структурно-варіаційний метод В. Л. Рвачова, основою якого є R-функції, дає змогу розв'язувати граничні задачі при точному описі в аналітичному вигляді геометрії тіл.

Проте інерцію останніх немає можливості в цьому випадку врахувати,

хоча є пропозиції із цього приводу.

В останніх роботах пропонується використовувати часовий шар, що дає квазістатичний опис явища.

Окрім цього, структурно-варіаційний метод В. Л. Рвачова не дає змоги знаходити розв'язок граничних задач з наперед заданою точністю і кількістю координатних функцій.

Разом з цим використовується варіаційний метод Філоненка-Бородича, за яким основний тензор, який описує напружено-деформований стан (НДС) тіла при навантаженні, не включає фізико-механічних властивостей, та і з описом геометрії існують великі математичні складнощі.

У роботі запропоновано узагальнений варіаційний метод розв'язання граничних задач шляхом розкриття тензорного рівняння НДС.

Отже, мова йде про граничну задачу для рівнянь

$$Au = f \quad \text{в } \Omega \quad (1)$$

за краєвих умов

$$L_i u = \varphi_i \quad \text{на } \partial\Omega_i \quad (i = 1, 2, \dots, m). \quad (2)$$

Тут $\partial\Omega_1, \dots, \partial\Omega_m$ — ділянки межі, частина з яких може збігатися також з межею $\partial\Omega$ тіла Ω .

Вважаємо, що компоненти граничної задачі задовольняють необхідні і достатні умови для забезпечення єдиного класичного або узагальненого точного розв'язання.

Формула розв'язання

$$u = B_{(\varphi)} \quad (3)$$

називається структурою граничної задачі згідно з формулами (1) і (2), якщо вони задовольняються точно незалежно від вибору невизначеної компоненти Φ .

У формулі (3) символ B — оператор, що відображає безліч геометричних компонентів на деякому функціональному просторі.

Згідно з роботою запишемо тензорне рівняння:

$$T_{(0)}^{\alpha\beta} = B_{(\varphi)}^{\alpha\beta} + T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}, \quad (4)$$

де $T_{(0)}$ — узагальнений тензор кінетичних напружень;

$T_{(k)}$ – коректуючий тензор кінетичних напружень;

$B_{(ф)}$ – структурний тензор напружень.

Тоді наслідком варіаційних рівнянь принципу можливих змін напруженого стану фіктивного тіла (три просторові координати і плюс одна тимчасова координата) стає еквівалентність їх нескінченної системи рівнянь, яка має вигляд

$$\delta \left(\tilde{R} - \int_{S_2} \omega_{\alpha S} n_{\beta} T_{(0)}^{\alpha\beta} ds \right) = 0, \quad (5)$$

де $\tilde{R} = \int_v \epsilon_{\alpha\beta} T_{(0)}^{\alpha\beta} dv$ — повна додаткова робота деформації системи;

$\omega_{\alpha S}$ – компоненти переміщення;

$\epsilon_{\alpha\beta}$ – компоненти тензора деформації.

Аналогічно можна записати варіацію повної додаткової потужності деформації

$$\delta(\tilde{W} = \int_v \dot{\epsilon}_{\alpha\beta} T_{(0)}^{\alpha\beta} dv) = 0, \quad (6)$$

де $\tilde{W} = \int_v \dot{\epsilon}_{\alpha\beta} T_{(0)}^{\alpha\beta} dv$ — повна додаткова потужність деформації;

$v_{\alpha S}$ – швидкість точок тіла;

$\dot{\epsilon}_{\alpha\beta}$ – швидкість деформації.

За визначенням варіації

$$\delta \tilde{R} = \sum_n \frac{\partial \tilde{R}}{\partial C_n} \delta C_n; \quad \delta \tilde{W} = \sum_n \frac{\partial \tilde{W}}{\partial C_n} \delta C_n. \quad (7)$$

Окрім цього, варіації узагальненого тензора кінетичних напружень можна записати у вигляді

$$\delta T_{(0)}^{\alpha\beta} = \sum_n \frac{\partial T_{(0)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} \delta C_n = \sum_n \left(\frac{\partial B_{(\Phi)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} \delta C_n + \frac{\partial T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} \delta C_n \right) = \sum_n \frac{\partial T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} \delta C_n, \quad (8)$$

оскільки $\sum_n \frac{\partial B_{(\Phi)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} \delta C_n = 0$.

Тоді замість рівняння (5) отримаємо систему рівнянь

$$\frac{\partial \tilde{R}}{\partial C_n} - \int_{S_2} \omega_{\alpha S} n_{\beta} \frac{T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} ds = 0, \quad (9)$$

а замість рівняння (6) –

$$\frac{\partial \tilde{W}}{\partial C_n} - \int_{S_2} v_{\alpha S} n_{\beta} \frac{T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} ds = 0 \quad (n = 1, 2, \dots). \quad (10)$$

Тут C_n – коефіцієнти функцій узагальнених кінетичних напружень.

Стосовно пружного і пружно-пластичного ізоотропних тіл з урахуванням співвідношень

$$T_{\alpha\beta}^{(0)} = B_{\alpha\beta}^{(\Phi)} + T_{\alpha\beta}^{(\kappa)}; \quad \frac{T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}}{\partial C_n} = f_{(n)}^{\alpha\beta} \quad (11)$$

одержуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{R}}{\partial C_n} = & \frac{1}{2G} \int_v \{ 2G \alpha B^{(\Phi)} g_{\alpha\beta} f_{(n)}^{\alpha\beta} - \alpha_2 g_{\nu\mu} (B_{(\Phi)}^{\nu\mu} + T_{(\kappa)}^{\nu\mu}) g_{\alpha\beta} f_{(n)}^{\alpha\beta} + \\ & + \alpha_1 g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} [f_{(n)}^{\nu\mu} (B_{(\Phi)}^{\alpha\beta} + T_{(\kappa)}^{\alpha\beta}) + f_{(n)}^{\alpha\beta} (B_{(\Phi)}^{\nu\mu} + T_{(\kappa)}^{\nu\mu})] \} dv. \end{aligned} \quad (12)$$

Підставивши у рівняння (12) рівняння (9), отримаємо

$$\begin{aligned} & \int_v [\alpha_1 g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} (f_{(n)}^{\nu\mu} T_{(\kappa)}^{\alpha\beta} + f_{(n)}^{\alpha\beta} T_{(\kappa)}^{\nu\mu}) - \alpha_2 g_{\nu\mu} g_{\alpha\beta} f_{(n)}^{\alpha\beta} T_{(\kappa)}^{\nu\mu}] dv = \\ & = 2G \int_{S_2} \omega_{\alpha S} n_{\beta} f_{(n)}^{\alpha\beta} ds - \int_v [2G \alpha B^{(\Phi)} g_{\alpha\beta} f_{(n)}^{\alpha\beta} - \alpha_2 g_{\nu\mu} g_{\alpha\beta} B_{(\Phi)}^{\nu\mu} f_{(n)}^{\alpha\beta} + \\ & + \alpha_1 g_{\alpha\nu} g_{\beta\mu} (f_{(n)}^{\nu\mu} B_{(\Phi)}^{\alpha\beta} + f_{(n)}^{\alpha\beta} B_{(\Phi)}^{\nu\mu})] dv. \end{aligned} \quad (13)$$

Тут у рівняннях (12) і (13) використано такі позначення:
 G – модуль зсуву; α – коефіцієнт лінійного розширення; $g_{\alpha\beta}$ – символ Кронекера; α_1 – коефіцієнт, який визначається із співвідношення

$$\alpha_1 = 1 + \varphi + \frac{1}{2} T_i \frac{\partial \varphi}{\partial T_i},$$

де φ – функція пластичності;
 T_i – інваріанти тензора $T_{(0)}$;
 α_2 – функція стану тіла:

$$\alpha_2 = \frac{1}{3} \left(\frac{3\nu}{1+\nu} + \varphi + T_i \frac{\partial \varphi}{\partial T_i} \right),$$

де α_2 – функція стану тіла;
 ν – коефіцієнт Пуассона.

Сказане стосується малих деформацій, але при великих деформаціях, особливо для тіл, що знаходяться в стані нелінійної пружності або пластичності, використовуються інші формули.

Далі використовуватиметься залежність для матеріалів, що знаходяться під навантаженням у стані нелінійної пружності, основи якої подано в роботах.

Подамо формули для обчислення тензорів Піола для випадків тіла Мурнагана, гіперпружного тіла, що належить до стискальних матеріалів, а також залежність для нелінійного нестискуваного пружного тіла (матеріали з накладеними зв'язками, наприклад, гума або наноматеріал).

Матеріал Мурнагана є триконстантним матеріалом і тензор Піола (енергетичний тензор напружень) для нього подамо у такому вигляді ($\overset{\circ}{\nabla} \cdot \mathbf{u} = 0$):

$$\mathbf{P} = (\lambda + 2\mu) \overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u} + \left(\frac{3}{2} \lambda + \mu + \ell + 2m \right) \overset{\circ}{\nabla}^2 \mathbf{u}, \quad (14)$$

де $\nabla \mathbf{u}$ — градієнт переміщення.

Рівняння рівноваги для об'єму тіла під дією об'ємних сил має вигляд

$$\overset{\circ}{\nabla} \mathbf{P} + \mathbf{X} = \mathbf{0}, \quad (15)$$

де $\overset{\circ}{\nabla}$ — градієнт місця у відліковій конфігурації (для руху точки тіла).

Рівняння рівноваги для об'єму з мірою деформації Фінгера

$$\overset{\circ}{\nabla} \cdot [2\nabla \mathbf{r}^T (\psi_0 \mathbf{E} + \psi_1 \mathbf{F} + \psi_2 \mathbf{F}^2)] + \mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (16)$$

Для гіперпружного тіла тензор Піола має вигляд

$$\mathbf{P} = (\lambda + 2\mu) \overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u} + \left(\frac{3}{2} \lambda + 3\mu + \ell + 4m + \frac{5}{4} n\right) \overset{\circ}{\nabla}^2 \mathbf{u} \quad (17)$$

і рівняння рівноваги таке ж, як і рівняння (16), тільки ψ_0, ψ_1, ψ_2 обчислюються з інших співвідношень.

Нелінійно пружний матеріал з накладеними зв'язками для ізотропного випадку розраховують за формулою

$$\mathbf{P} = \nabla \mathbf{r}^T (-p \mathbf{E} + 2\psi_1 \mathbf{F} + 2\psi_2 \mathbf{F}^2) = (1 - \overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u}) [-p + 2\mu \overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u} + (6\mu + 8m + n) \overset{\circ}{\nabla}^2 \mathbf{u}]. \quad (18)$$

Тоді рівняння рівноваги в об'ємі можна подати як

$$\nabla \mathbf{P} (1 - \overset{\circ}{\nabla} \mathbf{u}) + 2\mu \overset{\circ}{\nabla}^2 \mathbf{u} + (4\mu + 8m + n) \overset{\circ}{\nabla}^3 \mathbf{u} + \mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (19)$$

Формули (4)—(9) потрібні для обчислення $B_{(\Phi)}^{\alpha\beta}$ згідно з діями за структурно-варіаційним методом. Наведемо приклад пружного тіла, що розраховується як гранична задача змішаного типу.

При цьому для однорідного тіла векторне рівняння Ламі має вигляд

$$(\lambda + \mu) \text{grad div}(\mathbf{u}) + \mu \Delta \mathbf{u} + \mathbf{X} = \mathbf{0}. \quad (20)$$

Граничні умови описуються таким чином. На ділянці $\partial\Omega_1$ на межі $\partial\Omega$ задано вектор $\mathbf{f}_1$, а на ділянці $\partial\Omega_2$ — зовнішнє навантаження φ .

Тоді

$$\mathbf{N}(\mathbf{u})|_{\partial\Omega_2} = \varphi. \quad (21)$$

Далі одержуємо структуру розв'язання змішаної граничної задачі лінійної теорії пружності

$$\begin{aligned} \mathbf{u} = & \frac{1}{\omega_1 + \omega_2^2} \{ \omega_2^2 \omega_1 \Phi^1 + \omega_2^2 \hat{\mathbf{u}} + \omega_1 \{ \Phi^2 + \frac{\omega_2}{\mu(\lambda + 2\mu)} [\mu \nabla \omega_2 (\hat{\Phi} \nabla \omega_2) + \\ & + (\lambda + 2\mu) \hat{\Phi} |\nabla \omega_2|^2 - \nabla \omega (\nabla \omega_2 \hat{\Phi}) \mathbf{I}] \} \}, \end{aligned} \quad (22)$$

де $\hat{\Phi} = -2\mu D_1^{(2)}\Phi^2 - \lambda \nabla \omega_2 \operatorname{div} \Phi^2 - \mu (\nabla \omega_2 \operatorname{rot} \Phi^2) - \varphi$.

Структура зі «склеюванням» граничних умов – описів меж ω_1 і ω_2 включає невизначені гармонійні функції Φ^1 і Φ^2 , що виходять з положень

$$\Phi_1 = \sum_{i,j}^N C_{ij}^{(k)} \varphi_i(x_1) \varphi_j(x_2); \quad (23)$$

$$\Phi_2 = \sum_{i,j}^N C_{2ij}^{(k)} \psi_i(x_1) \psi_j(x_2).$$

Тут складовими розкладань будуть: $C_{2ij}^{(k)}$ – коефіцієнти розкладання, які визначаються з умови мінімуму функціонала, що є потенціальною енергією пружної деформації; $\varphi(x)$, $\psi(x)$ – багаточлени Чебишева першого роду.

Якщо не виконувати «склеювання», тобто не вважати апіорі при розв'язанні особливостей поведінки структури в точках зміни граничних умов, коли $\omega_1 = \omega_2 = 0$, тоді структура розв'язання є такою функцією:

$$u = \varphi_1 + \omega_1 \Phi_1 + \omega [-D_1(\varphi_1 + \omega_1 \Phi_1) + \varphi_2 + \omega_2 \Phi_2 + \omega \Phi_3]. \quad (24)$$

Розкладання гармонійних функцій Φ_1 , Φ_2 і Φ_3 згідно з формулою (23) таке ж, тільки структура Φ_3 набуде вигляду

$$\Phi_3' = \sum_{i,j,k}^N C_{3ijk}^{(k)} \xi_1(x_1) \xi_2(x_2) \xi_3(x_3). \quad (25)$$

Застосовуючи структурно-варіаційний метод, визначаємо оператор $B_{(\Phi)}$ і вносимо його у відповідні співвідношення, з яких також знаходимо $T_{(k)}^{\alpha\beta}$.

У результаті одержуємо компоненти узагальненого тензора кінетичних напружень $T_{(0)}^{\alpha\beta}$ і описуємо напружено-деформований стан тіла.

Далі на основі відомої молекулярно-кінетичної теорії, поданій в інтегральному вигляді, буде побудовано систему граничних задач у функціях тризначної логіки стосовно самоасемблюючого сфероїдного потоку.

3. ФУНКЦІЇ ТРИЗНАЧНОЇ ЛОГІКИ

Функції алгебри логіки – це правильні функції вигляду $F: B_k^n \rightarrow B_k^m$, де B_k – множина скінченної кількості елементів, а верхні індекси n і m – це відповідні степені множини B_k .

Вони (особливо при кількості елементів у множині B_k при $k = 2$) нині застосовуються для розв'язання задач опису, дослідження і оптимізації релейно-контактних, порогових та інших схем автоматики і обчислювальної техніки.

Вводиться поняття функції тризначної логіки і при цьому рівняння

$$F(x_1, \dots, x_n) = i, \quad (26)$$

де $F(x_1, \dots, x_n) \in B_k$, називається предикативним рівнянням.

Для опису складних геометричних об'єктів багатьох типів предикативні рівняння, основані на булевій алгебрі (двозначній логіці), недостатні. Тому розглядаються тризначні предикати, що є базою для розв'язання оберненої задачі аналітичної геометрії за допомогою алгоритмічно повних систем R-функцій.

Перш за все визначимо функцію двох змінних (функцію Вебба)

$$W(x_1, x_2) = \tilde{x}_1 \tilde{V} \tilde{x}_2, \quad (27)$$

де $\tilde{x}_1$ – функція одного аргументу, тобто функція циклічного заперечення («цикл») елемента до k -значної логіки:

$$\tilde{x} = \begin{cases} 1 & x = 0; \\ 2 & x = 1; \\ k-1 & x = k-2; \\ 0 & x = k-1. \end{cases} \quad (28)$$

При переході до функцій тризначної логіки $B_3 = \{0, 1, 2\}$ функція n змінних $Y = F(x_1, \dots, x_n)$ може бути задана таблицею з кількістю рядків 3^n .

Подано значення основних елементарних функцій при $k = 3$:

x	$\Phi_0(x)$	$\Phi_1(x)$	$\Phi_2(x)$	$\bar{x}$	$\tilde{x}$
0	2	0	0	2	1
1	0	2	0	1	2
2	0	0	2	0	0,

(29)

де $\bar{x}$ – функція заперечення:

$$\bar{x} = k-1-x = \begin{cases} k-1 & x = 0; \\ k-2 & x = 1; \\ \dots\dots\dots & \\ 0 & x = k-1, \end{cases}$$

а функції однієї змінної – характеристичні функції $\Phi_i(x)$ і B_k :

$$\Phi_i(x) = \begin{cases} k-1 & x = i; \\ 0 & x \neq i. \end{cases}$$

З віддзеркаленням двох аргументів x_1 і x_2 кон'юнкція, диз'юнкція і функція Вебба записуються у вигляді таблиці (табл. 1).

Таблиця 1

Функція Вебба у вигляді таблиці

x_1	x_2	$x_1 \wedge x_2$	$x_1 \vee x_2$	W	x_1	x_2	$x_1 \wedge x_2$	$x_1 \vee x_2$	W
0	0	0	0	1	1	2	1	2	0
0	1	0	1	2	2	0	0	2	0
0	2	0	2	0	2	1	1	2	0
1	0	0	1	2	2	2	2	2	0

Використовуючи таблицю 1, перевіряють такі властивості:

$$\begin{aligned}
 1^0) \quad & \overline{\overline{X}} = X \text{ — закон подвійної інверсії;} \\
 2^0) \quad & X \wedge 0 = 0 \\
 3^0) \quad & X \wedge 2 = X \\
 4^0) \quad & X \vee 0 = X \\
 5^0) \quad & X \vee 2 = 2 \\
 6^0) \quad & X \wedge X = X \\
 7^0) \quad & X \vee X = X \\
 8^0) \quad & \tilde{X} = X. \\
 9^0) \quad & \overline{X_1 \wedge X_2} = \overline{X_1} \vee \overline{X_2} \\
 10^0) \quad & \overline{X_1 \vee X_2} = \overline{X_1} \wedge \overline{X_2} \\
 11^0) \quad & X_1 \wedge (X_2 \wedge X_3) = (X_1 \wedge X_2) \wedge X_3 \\
 12^0) \quad & X_1 \vee (X_2 \vee X_3) = (X_1 \vee X_2) \vee X_3 \\
 13^0) \quad & (X_1 \wedge X_2) \vee X_3 = (X_1 \vee X_3) \wedge (X_2 \vee X_3) \\
 14^0) \quad & (X_1 \vee X_2) \wedge X_3 = (X_1 \wedge X_3) \vee (X_2 \wedge X_3) \\
 15^0) \quad & 1 \wedge X \wedge \overline{X} = X \wedge \overline{X} \\
 16^0) \quad & (1 \vee F) \wedge X \wedge \overline{X} = X \wedge \overline{X} \\
 17^0) \quad & (F \wedge F) \vee F = F \\
 18^0) \quad & (F \vee F) \wedge F = F
 \end{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{— закон дії з константами;} \\ \\ \\ \text{— закони ідемпотентності;} \\ \\ \text{— правило де Моргана;} \\ \text{— асоціативність;} \\ \text{— дистрибутивність;} \\ \text{— закони поглинання.} \end{array} \quad (30)$$

Знаючи повні системи функцій, розв'язують задачу про аналітичне задання функцій тризначної логіки.

Можна, наприклад, побудувати диз'юнктивну нормальну форму (ДНФ), яку подають як диз'юнкцію скінченного числа елементарних

кон'юнкцій, тобто кон'юнкцій, складених з аргументів, їх заперечень і циклічних заперечень (ДНФ), або кон'юнктивну нормальну форму (КНФ).

При розгляді ДНФ введемо позначення

$$X^{\sigma} = \begin{cases} X & \text{при } \sigma = 1; \\ \bar{X} & \text{при } \sigma = 0; \\ \tilde{X} & \text{при } \sigma = 2. \end{cases} \quad (31)$$

Як видно, X^{σ} є функція вигляду X^{σ} , яка збігається з X при $\sigma = 1$, з $\bar{X}$ при $\sigma = 0$ і з $\tilde{X}$ при $\sigma = 2$.

Задамо функцію X^{σ} в табличному вигляді (табл. 2).

Таблиця 2

Задання функції X^{σ} в табличному вигляді

X	0	0	1	1	2	2
σ	2	0	1	2	0	1
X^{σ}	1	0	2	2	0	1

При використуванні ДНФ і КНФ при переході від табличного задання функцій до аналітичного вигляду перевагу віддають ДНФ у випадку, якщо в таблиці більше одиниць і двійок, а якщо більше нулів, то застосовують КНФ.

Далі будь-яку функцію тризначної логіки подамо у такій формі:

$$F \equiv \bigvee_{j=0}^{3^n-1} [\psi_j(X_j) \wedge F(N_1^{(j)}, \dots, N_n^{(j)})], \quad (32)$$

де $\psi_j(X_j)$ – характеристична диз'юнкція:

$$\psi_j(X_j) \equiv \Phi_{N_1(j)}(X_1) \vee \dots \vee \Phi_{N_n(j)}(X_n). \quad (33)$$

Тут $\Phi_j(X_j)$ – характеристичні функції.

Аналогічно записуємо функцію F

$$F_j \equiv \Phi_{N_1(j)}(X_1) \wedge \dots \wedge \Phi_{N_n(j)}(X_n). \quad (34)$$

Як приклад розглянемо функцію, задану таблицею (табл. 3).

Таблиця 3

Функція F, задана таблицею

X_1	X_2	$F(X_1, X_2)$	X_1	X_2	$F(X_1, X_2)$
0	2	0	1	1	0
0	0	1	1	2	0
1	0	0	2	0	2
0	1	2	2	1	1
			2	2	0

Не враховуючи набори, на яких $F(X_1, X_2) = 0$, згідно з (32) отримуємо

$$F(X_1, X_2) \equiv [\Phi_0(X_1) \wedge \Phi_2(X_2) \wedge 1] \vee [\Phi_0(X_1) \wedge \Phi_1(X_2) \wedge 2] \vee [\Phi_2(X_1) \wedge \Phi_0(X_2) \wedge 2] \vee [\Phi_2(X_1) \wedge \Phi_1(X_2) \wedge 1] \equiv [\Phi_0(X_1) \wedge \Phi_2(X_2) \wedge 1] \vee [\Phi_0(X_1) \wedge \Phi_1(X_2)] \vee [\Phi_2(X_1) \wedge \Phi_0(X_2)] \vee [\Phi_2(X_1) \wedge \Phi_1(X_2) \wedge 1]. \quad (35)$$

Слід зазначити повні системи функцій в множинах, а також аналітичне подання функцій R_3^1, Q_3^1, P_3^1 , які будуть використані при побудові основних систем R-функцій θ_3^1 .

Так, повну систему в множині складають функції

$$\{\bar{X}, X_1 \vee X_2, F(X)\}, \quad X \in B_3, \quad (36)$$

де

$$F(X) = \begin{cases} 1, & X = 0; \\ 0, & (X = 1) \vee (X = 2) \end{cases}.$$

У множині Q_3^1 система

$$H = \{0; 1; \bar{X}; X_1 \wedge X_2\} \subset Q_3^1 \quad (37)$$

також є повною і нарешті система

$$H = \{0; 1; \bar{X}; X_1 \wedge X_2\} \quad (38)$$

у множині P_3^1 також є повною.

Множина $P_3^1 = Q_3^1 \cap I_3^1$ також є повною згідно з (37), тільки $1 \notin I_3^1$.

З числа одномісних функцій множині I_3^1 не належать F_5, F_{13-15} і F_{23i} . Отже, одномісні операції з I_3^1 подають у вигляді суперпозиції системи $\{0; \bar{X}; X_1 \wedge X_2\}$, тобто система $H = \{0; \bar{X}; X_1 \wedge X_2\}$ у множині P_3^1 є повною.

Детальний розгляд множин Q_3^1, I_3^1, R_3^1 з використанням їх графічного подання (рис.1) дає такі результати.

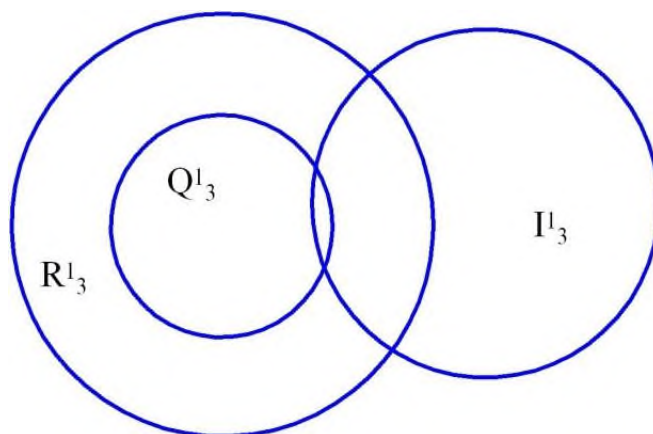


Рис. 1. Графічна інтерпретація множин R_3^1, Q_3^1 і I_3^1

Множина I_3^1 містить функції тризначної логіки, які при наборах значень аргументів не містять одиниць ні в одному розряді, отже, вона не набуває значення одиниця.

Тому інверсія, характеристичні функції, константи 0 і 2 належать множині, а множина складається з одномісних безперервних функцій тризначної логіки.

Множини I_3^1 і Q_3^1 перетинаються і множина не міститься ні в одній з множин Q_3^1 і R_3^1 (існує $3^3 = 27$ таких функцій згідно з табл. 4).

Таблиця 4

Одномісні функції тризначної логіки

X	F1	F2	F3	F4	F5	F6	F7	F8	F9	F10	F11	F12	F13	F14
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	2	2	2	0	0	0	1	1
2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1

F15	F16	F17	F18	F19	F20	F21	F22	F23	F24	F25	F26	F27
1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2
1	2	2	2	0	0	0	1	1	1	2	2	2
2	0	1	2	0	1	2	0	1	2	0	1	2

Тут 17 функцій є одномісними безперервними ($F_1, F_2, F_{4-6}, F_{10-11}, F_{13-15}, F_{17-18}, F_{22-24}, F_{26-27}$).

З них 11 функцій належать множині. Легко перевіряються формули, наприклад, $F_5 \equiv X \wedge 1$ і т. д. ($F_1, F_{4-6}, F_{13-15}, F_{22-25}$).

Для подальшого використання функцій тризначної логіки необхідно відобразити замикальні і прості замикальні функції.

Так, при симетричному розбитті числової осі використовують тризначний предикат

$$S_3(t) \equiv 1 + \text{sig}t \equiv \begin{cases} 2, & t > 0; \\ 1, & t = 0; \\ 0, & t < 0. \end{cases} \quad (39)$$

Тризначний предикат $\Sigma = S_3[\sigma(x)]$ відповідає поділу простору R^n на три множини

$$\Sigma^r = \{S_3[\sigma(x)] = r\} \quad (r = 1, 2, 3),$$

проте для практичного використання застосовують такий поділ множин:

$$\Sigma^2 = [\sigma(x) > 0]; \quad \Sigma^1 = [\sigma(x) = 0]; \quad \Sigma^0 = [\sigma(x) < 0]. \quad (40)$$

Тут Σ^2 і Σ^0 — відкриті множини, а Σ^1 — замкнута множина. Тому при будь-якому виборі функцій $\sigma_i(x)$ з $C(R^n)$ їм відповідають предикати, які гарантують замкнутість множини Ω^1 і відповідність множин Ω^0 і Ω^2 . Такі функції є замикальними.

Розглянемо таку функцію:

$$Y = F(x) \in \mathfrak{Z}(B_3), x \in B_3^m.$$

Ця функція проста при будь-якому виборі простих безперервних предикативних рівнянь

$$F\{S_3[\sigma_1(x)], \dots, S_3[\sigma_m(x)]\} = i, \quad (41)$$

при $i = 0, 2$ визначають відкриті області, а при $i = 1$ — замкнуту область без внутрішніх точок.

4. ДЕЯКІ ПРЕДИКАТИВНІ РІВНЯННЯ ТРИЗНАЧНОЇ ЛОГІКИ

Побудова предикативних рівнянь використовується як проміжний етап при описі звичайних рівнянь складних геометричних об'єктів і без розгляду предикативних рівнянь неможливо надалі визначити масштаби обчислень.

Таким чином, побудова предикативного рівняння в тризначній логіці обумовлена аналізом формування конкретного об'єкта з простих («опорних») об'єктів, тобто функція алгебри логіки $F(X_1, \dots, X_m)$ обумовлена видом геометричного об'єкта.

Якщо неможливо розглянути об'єкт як суму простих об'єктів, то необхідно апроксимувати досліджуваний геометричний об'єкт.

Розглянемо спочатку задачу про автоматичну побудову предикативних рівнянь багатокутних областей на площині R^2 . Вхідною

інформацією для пропонуваного алгоритму є послідовність $X_1^1, X_2^1, \dots, X_1^n, X_2^n$ координат вершин багатокутника, а вихідною інформацією – предикативне рівняння $F = 1$. При цьому предикат $F = 2$ визначає внутрішність багатокутника, а $F = 0$ – зовнішність Ω^0 .

Далі для правильного опису многогранників розглянемо орієнтовне рівняння прямої згідно з рис. 2.

Рівняння прямої, яка проходить через точки X^i , записуємо в такому вигляді:

$$\sigma_i(x) \cong -x_1(x_2^{i+1} - x_2^i) + x_2(x_1^{i+1} - x_1^i) - x_2^i x_1^{i+1} + x_1^i x_2^{i+1} = 0. \quad (42)$$

Відновимо в точці X^i нормаль до прямої і зобразимо її у вигляді вектора

$$\begin{aligned} x^0 - x^i = i_3 x(x^{i+1} - x^i) = & \begin{vmatrix} i_1 & i_2 & i_3 \\ 0 & 0 & 1 \\ x_1^{i+1} - x_1^i & x_2^{i+1} - x_2^i & 0 \end{vmatrix} = - (x_2^{i+1} - x_2^i) i_1 - \\ & - (x_1^{i+1} - x_1^i) i_2. \end{aligned} \quad (43)$$

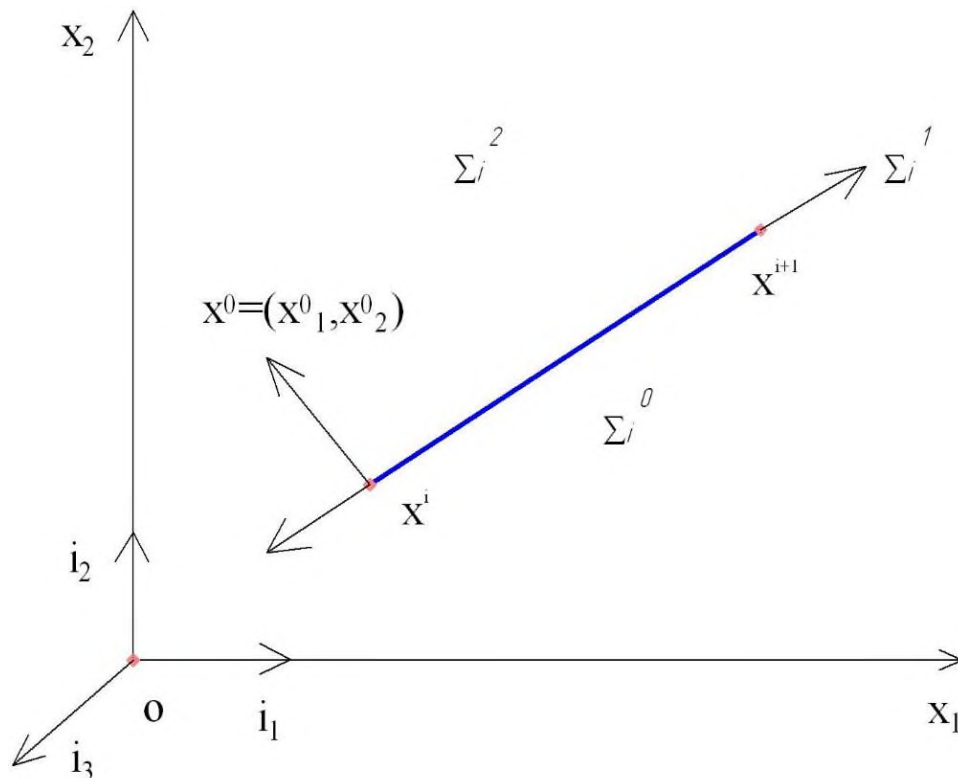


Рис. 2. Пряма, яка проходить через точки $X^i = (X_1^i, X_2^i)$ і $X^{i+1} = (X_1^{i+1}, X_2^{i+1})$

Тоді значення X^0 становитиме

$$\mathbf{x}^0 = (\mathbf{x}_1^i - \mathbf{x}_2^{i+1} + \mathbf{x}_2^i; \mathbf{x}_2^i - \mathbf{x}_1^{i+1} + \mathbf{x}_1^i). \quad (44)$$

Після підстановки (44) в (42) знаходимо

$$\sigma_i(\mathbf{x}^0) \equiv (\mathbf{x}_1^{i+1} - \mathbf{x}_1^i)^2 + (\mathbf{x}_2^{i+1} - \mathbf{x}_2^i)^2 > 0. \quad (45)$$

Таким чином, функція $\sigma_i(\mathbf{x}) > 0$ зображена зліва від прямої $\mathbf{x}^i \mathbf{x}^{i+1}$, а функція $\sigma_i(\mathbf{x}) < 0$ – праворуч від цієї прямої.

Рівняння (42) можна подавати в нормальному вигляді і для цього його потрібно розділити на $|\ell_i| = \|\mathbf{x}^i - \mathbf{x}^{i+1}\| = \dots = \sqrt{(\mathbf{x}_1^{i+1} - \mathbf{x}_1^i)^2 + (\mathbf{x}_2^{i+1} - \mathbf{x}_2^i)^2}$,

тоді нормальне рівняння прямої $\mathbf{X}^i \mathbf{X}^{i+1}$ остаточно набуде такого вигляду:

$$\sigma_i^0(\mathbf{x}) \equiv \frac{\sigma_i(\mathbf{x})}{\ell_i}, \quad (46)$$

або, підставивши рівняння (42), одержуємо функцію у розгорненому вигляді

$$\sigma_i^0(\mathbf{x}) \equiv \frac{1}{\ell_i} [-\mathbf{x}_1(\mathbf{x}_2^{i+1} - \mathbf{x}_2^i) + \mathbf{x}_2(\mathbf{x}_1^{i+1} - \mathbf{x}_1^i) - \mathbf{x}_2^i \mathbf{x}_1^{i+1} + \mathbf{x}_1^i \mathbf{x}_2^{i+1}] = 0. \quad (47)$$

При проектуванні алгоритмів для багатокутників слід розрізняти обхід контурів областей Ω^2 або Ω^0 .

У разі задання області Ω^2 координати вершин багатокутників записуються з дотриманням лівого обходу області (рис. 3).

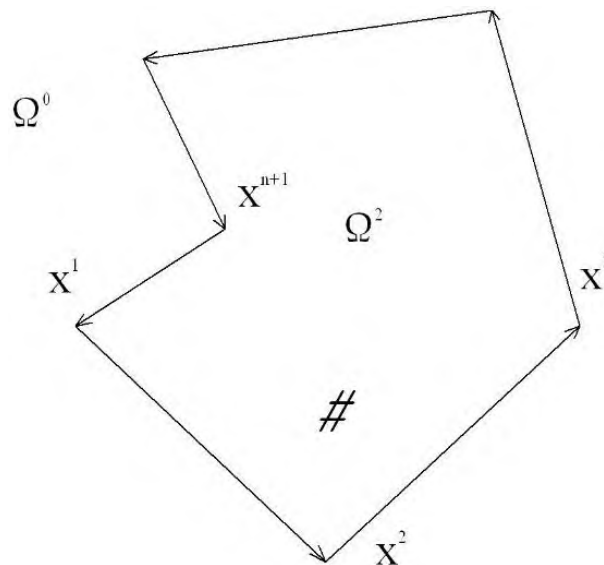


Рис. 3. Внутрішня поверхня обмеженого багатокутника

У кінці обходу координати точки x^{n+1} прирівнюються до координати першої точки, а саме $x^{n+1} = x^1$. Це указує на те, що область обмежена.

Якщо область Ω^2 є зовнішністю обмеженого багатокутника, то записується рядок з лівим обходом відносно області Ω^2 (рис. 4).

Тоді запис вершин багатокутників має такий вигляд:

$$x_1, x_2, x_1, x_2, \dots, x_1^n, x_2^n, x_1^{n+1}, x_2^{n+1} (x_1^{n+1} = x_1^1, x_2^{n+1} = x_2^1). \quad (48)$$

Контур обмеженого багатокутника може бути заданий у вигляді півплощин. Для півплощини, що проходить через точки x^i і x^{i+1} , її задають областю Σ_i^2 .

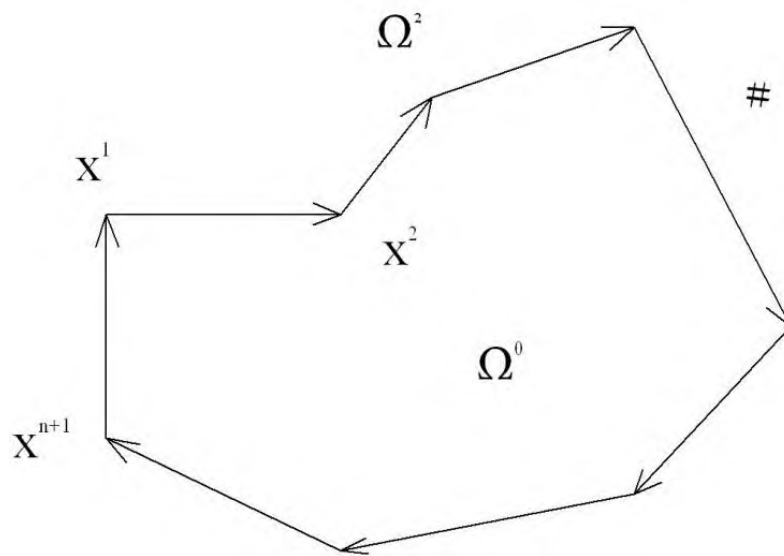


Рис. 4. Зовнішня поверхня обмеженого багатокутника

Її предикативне рівняння — $S_3 [\sigma_i(x) = 2]$.

Логічна формула з урахуванням півплощин (див. рис. 3) матиме вигляд

$$\Omega^2 = \Sigma_1^2 \cap \dots \cap \Sigma_n^2, \quad (49)$$

а для вигляду на рис. 4 – з'єднання множин

$$\Omega^2 = \Sigma_1^2 \cup \dots \cup \Sigma_n^2. \quad (50)$$

Якщо в область Ω^2 проникає опуклий багатокутник, то записується додатковий тризначний предикат, наприклад $T_j = S_3 [\tau_j(x)]$, і алгоритм

області Ω^2 складатиметься з перетину областей Σ_n^2 і з'єднання проникнених областей, а саме T_m^2 (див. рис. 3):

$$\Omega^2 = \Sigma_1^2 \cap \dots \cap \Sigma_{i-1}^2 \cap (T_1^2 \cup \dots \cup T_m^2) \cap \Sigma_{i+1}^2 \cap \dots \cap \Sigma_n^2. \quad (51)$$

Аналогічно, якщо область Ω^2 є з'єднанням областей Σ^2 і T^2 , то згідно з рис. 4 записують таку формулу:

$$\Omega^2 = \Sigma_1^2 \cup \dots \cup \Sigma_{i-1}^2 \cup (T_1^2 \cap \dots \cap T_m^2) \cup \Sigma_{i+1}^2 \cup \dots \cup \Sigma_n^2. \quad (52)$$

Складніші випадки подання багатокутників зводяться до заміни деяких кон'юнкцій диз'юнкціями вигляду $T_1^2 \cup \dots \cup T_m^2$, а заміна диз'юнкцій – відповідними кон'юнкціями. Розглянемо ці операції детальніше за допомогою рис. 5.

Провівши відрізок x^2x^6 , перетворимо багатокутник $x^1x^2\dots x^7x^1$ на опуклий багатокутник. Нехай Σ_{26}^2 півплощина, що лежить зліва від прямої x^2x^6 .

Запишемо логічну формулу опуклого багатокутника $x^1x^2x^6x^7x$:

$$\Sigma_1^2 \cap \Sigma_{26}^2 \cap \Sigma_6^2 \cap \Sigma_7^2. \quad (53)$$

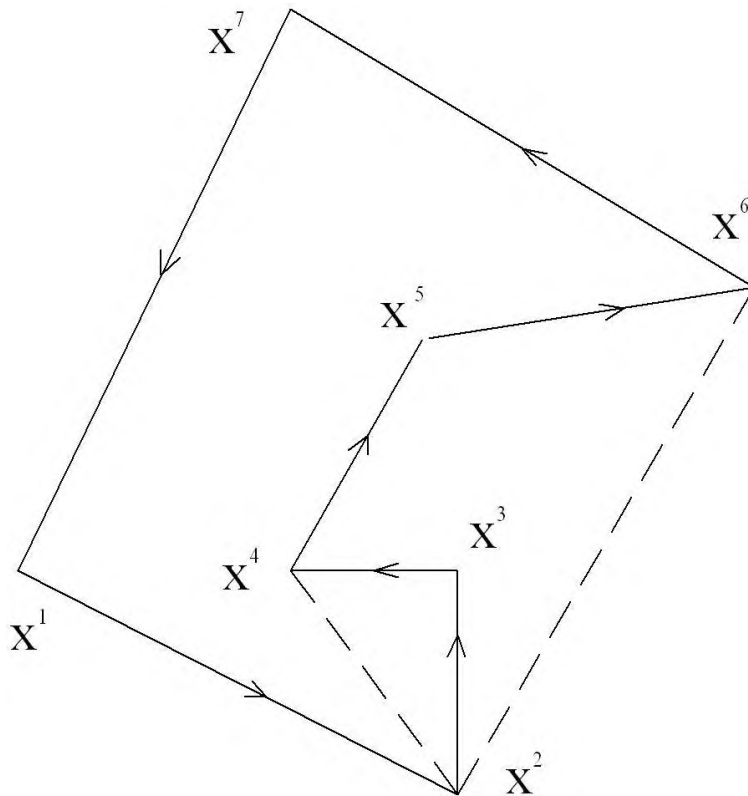


Рис. 5. Багатокутник складної форми

Якщо в отриману область проникнути опуклою багатокутною областю $x^6x^5x^4x^2$, то кон'юнкцію півплощини Σ_{26} (53) можна замінити диз'юнкцією

$$\Sigma_{24}^2 \cup \Sigma_4^2 \cap \Sigma_5^2 \cap \Sigma_6^2. \quad (54)$$

Тоді багатокутну область $x^1x^2x^4x^5x^6x^7x^1$ можна виразити такою формулою:

$$\Sigma_1^2 \cap (\Sigma_{24}^2 \cup \Sigma_4^2 \cup \Sigma_5^2) \cap \Sigma_6^2 \cap \Sigma_7^2. \quad (55)$$

Остаточно одержуємо область Ω , замінивши $\Sigma_{24}^2 = \Sigma_2^2 \cup \Sigma_3^2$:

$$\Omega = \Sigma_1^2 \cap ((\Sigma_2^2 \cup \Sigma_3^2) \cup (\Sigma_4^2 \cup \Sigma_5^2)) \cap \Sigma_6^2 \cap \Sigma_7^2. \quad (56)$$

Предикативне рівняння багатокутника виходить після підстановки у формулу (56) замість $\Sigma_i^2 (i=1, \dots, n)$ тризначних предикатів, а також після заміни символів $\cap$ і $\cup$ на символи $\wedge$ і $\vee$ відповідно:

$$\Omega(x_1, x_2) = S_3(\sigma_1) \wedge ((S_3(\sigma_2) \vee S_3(\sigma_3) \vee (S_3(\sigma_4) \vee S_3(\sigma_5))) \wedge S_3(\sigma_6) \wedge S_3(\sigma_7)) = \delta, \quad (57)$$

де при значенні $\delta = 2$ відображається внутрішня область багатокутника, при $\delta = 0$ – зовнішня область, а при $\delta = 1$ фіксується межа багатокутника.

Побудова предикативних рівнянь буде використовуватися як проміжний етап при побудові рівнянь складних геометричних об'єктів, що приводить до економії у разі аналітичного опису граничних задач.

5. ОБЕРНЕНА ПРОСТОРОВА ЗАДАЧА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

Згідно з ефектом Бріджмена з твердої речовини утворюється густа плазма. Тому розрахунок потоку плазми слід виконувати як пошаровий рух трансляції геометричних об'єктів (ТО) у двовимірному поданні, а перетворення на тривимірну систему можна здійснити за допомогою кінцевого інтегрального перетворення.

Так, розв'язання тривимірної граничної задачі для масового поля, заданого у вигляді $m_x = \xi(x, y)\eta(z)$, $m_y = m_z = 0$, завдяки застосуванню інтегрального перетворення Фур'є з урахуванням того, що в районах входу і виходу середовища ($z \rightarrow \pm\infty$), зводиться до відшукування функції $\tilde{m}(x, y, p)$, яка відповідає таким рівнянням і граничній умові:

$$\frac{\partial^2 \tilde{m}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \tilde{m}}{\partial y^2} - p^2 \tilde{m} = F(p)\chi(x, y); \quad \left. \frac{\partial \tilde{m}}{\partial \nu} \right|_{\partial \Omega} = 0, \quad (58)$$

де p – параметр перетворення.

Ця гранична задача може бути розв'язана варіаційним методом при використанні структури розв'язання у вигляді

$$m = \Phi_0 - \omega \left(\frac{\partial \Phi_0}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \Phi_0}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right). \quad (59)$$

Використовуючи метод Рітца, знаходимо $\tilde{m}(x, y, p)$, при цьому необхідно мінімізувати функціонал

$$I(\tilde{m}) = \int_{\Omega} \left[\left(\frac{\partial \tilde{m}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{m}}{\partial y} \right)^2 + p^2 \tilde{m}^2 + 2F\chi \right] dx dy. \quad (60)$$

Відповідна система рівнянь алгебри для обчислення коефіцієнтів $a_k = a_k(p)$ має вигляд

$$\frac{\partial I(\tilde{m})}{\partial a_k} = 0. \quad (61)$$

Розв'язок цієї системи за методом Крамера стає таким:

$$a_k = F(p) \frac{\Delta_k(p)}{\Delta(p)}, \quad (62)$$

де $\Delta(p)$ і $\Delta_k(p)$ – цілі раціональні функції при $\Delta_k(p)$ менше $\Delta(p)$.

Переходячи в область оригіналу, одержуємо остаточний результат:

$$m_n(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{k=1}^n \psi_k(x, y) \int_{-\infty}^{\infty} F(p) \frac{\Delta_k(p)}{\Delta(p)} \exp(ipz) dp, \quad (63)$$

де

$$\psi_k(x, y) = \psi_k - \omega \left(\frac{\partial \psi_k}{\partial x} \frac{\partial \omega}{\partial x} + \frac{\partial \psi_k}{\partial y} \frac{\partial \omega}{\partial y} \right). \quad (64)$$

Розглянемо плоску задачу, згідно з якою зсув $\Sigma_0 = [\sigma_0(x, y) \geq 0]$, $\sigma_0 \in C^m(\mathbb{R}^2)$ для ГО, симетричного відносно осі координат (y), укладеного у вертикальну смугу $-a < x < a$, а $\Sigma_i = [\sigma_0(x - hi, y) \geq 0]$, $i = 0, \pm 1, \dots$, отримано зсувом уздовж осі абсцис на величини, кратні $h > 2a$, де h – крок трансляції, при цьому предикат $\sigma_0(x, y)$ є нормалізованим.

У цьому випадку межу $\partial\Omega$ області $\Omega = \bigcap_{i=-\infty}^{\infty} \Sigma_i$ задають рівнянням

$$\omega(x, y) \equiv -\sigma_0[\mu(x, h), y] = 0, \quad (65)$$

де координатну функцію задають у такому вигляді:

$$\mu(x, h) = \frac{4h}{\pi^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{(-1)^{i+1}}{(2i-1)^2} \sin \frac{(2i-1)x\pi}{h}. \quad (66)$$

Слід зазначити, що застосування цих часткових сум Фур'є (66) не може призвести до значних похибок, оскільки кількість доданків велика, порядку 10^8 геометричних об'єктів.

Формули (65) і (66) при обчисленні $\omega(x, y) = 0$ використовують один раз, у той час як методики R-операції і Λ_α використовують значно частіше, ніж трансльовані для ГО.

Такий опис стосується симетричності ГО осі ординат, але якщо симетрія їх передбачає протилежне, то видно дзеркальну симетрію, а зсув закладається таким же, але відносно осі абсцис, і тоді межа $\partial\Omega$ області

$\Omega = \bigcap_{i=-\infty}^{\infty} \overline{\Sigma_i}$ задається рівнянням

$$\omega(x, y) \equiv \left\{ \sigma_0[\mu(x, h), y] \Lambda_\alpha \cos \frac{\pi x}{h} \right\} V_\alpha \left\{ \sigma_0[\mu(x - h, h), y] \Lambda_\alpha \cos \frac{(x - h)\pi}{h} \right\} = 0, \quad (67)$$

при цьому функція $\omega(x, y)$ є нормалізованою.

Далі нехай нормалізована функція $\sigma_0 \in C^m(\mathbb{R}^2)$ вводиться в ГО із зсувом симетрично відносно осі абсцис, і він розміщений усередині сектора $-\beta \leq \theta \leq \beta$ $0 < \beta < \frac{\pi}{n}$.

Тоді нормалізоване рівняння межі області $\partial\Omega = [\omega(x,y) = 0]$, $\omega \in C^m(R^2)$ набуває такого вигляду:

$$\omega(x,y) \equiv \sigma_0(r \cos \mu(n\theta) - r_0, r \sin \mu(n\theta)) = 0, \quad (68)$$

де

$$\mu(n\theta) = \frac{8}{\pi n} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[(2k-1) \frac{n\theta}{2} \right]}{(2k-1)^2}; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}, \quad \theta = \arctg \frac{y}{x}.$$

Для побудови рівняння правильного n_b -косинця використовуємо функцію $\sigma \equiv R_v - x \geq 0$ і формулу (68), внаслідок чого отримаємо

$$\omega_v \equiv R_v - r \cos \mu_v = 0; \quad \mu_v = \frac{8}{\pi n_b} \sum_k (-1)^{k+1} \frac{\sin \left[(2k-1) \frac{n_b \theta}{2} \right]}{(2k-1)^2}; \quad r = \sqrt{x^2 + y^2},$$

де R_v – відстань між центром координат і стороною багатокутника.

Окрім інтегральних перетворень для опису тривимірних тіл використовують також рівняння тіл обертання вигляду

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \omega_0 \left(x_1, \sqrt{x_2^2 + x_3^2} \right) \quad (69)$$

для якого вісь Ox_1 – це вісь симетрії C_∞ нескінченного порядку.

Більш позитивним варіантом рівняння (69), а воно має розриви похідних, можна запропонувати таку інтерпретацію, а саме, нехай $\omega_0(x_1, x_2) = 0$ є рівнянням межі області Ω_0 , $\omega_0(x_1, -x_2) = 0$ – рівнянням дзеркального відбиття її відносно осі Ox_1 , а якщо виконати з'єднання цих областей

$$\omega_0^*(x_1, x_2) \equiv \omega_0(x_1, x_2) V^* \omega_0(x_1, -x_2) \geq 0, \quad (70)$$

просторове подання рівняння областей (70) можна записати у такому вигляді:

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \omega_0 \left(x_1, \sqrt{x_2^2 + x_3^2} \right) V_0 \omega_0 \left(x_1, -\sqrt{x_2^2 + x_3^2} \right) = 0. \quad (71)$$

Це рівняння нормалізовано до першого порядку, якщо рівняння $w_0(x_1, x_2) = 0$ є нормалізованим.

Якщо замість операції V_0 використовувати операцію V_p ($p > m + 1$), матимемо нормалізованість m -го порядку.

Окрім тіл обертання запропоновано рівняння для опису призми, конусів і спіралей.

Відзначимо результати, тобто рівняння (x_1, x_2, x_3) .

Так, рівняння, що розглядається у просторі R^3 , є рівнянням нескінченної призми, сторони якої паралельні до осі Ox_3 .

Креслення $L_0 = [\omega_0(x_1, x_2) = 0]$ для призми є направляючим кресленням у площині x_1Ox_2 . Для цього випадку використовують рівняння

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \omega_0(x_1 - \alpha x_3, x_2 - \beta x_3) = 0, \quad (72)$$

а нормалізоване до першого порядку рівняння похилої призми з твірними, паралельними до вектора $a = (\alpha, \beta, 1)$, записують у вигляді

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \frac{1}{\sqrt{1 + M^2(x_1, x_2, x_3)}} \omega_0(x_1 - \alpha x_3, x_2 - \beta x_3) = 0, \quad (73)$$

$$\text{де } M(x_1, x_2, x_3) = \alpha \frac{\partial \omega_0(x_1 - \alpha x_3, x_2 - \beta x_3)}{\partial x_1} + \beta \frac{\partial \omega_0(x_1 - \alpha x_3, x_2 - \beta x_3)}{\partial x_2}.$$

Як зазначалося вище, відзначене рівняння $\omega_0(x_1, x_2) = 0$ є рівнянням креслення L_0 у площині x_1x_2 , а точка $a = (a_1, a_2, a_3)$ лежить зовні цієї площини, тобто $a_3 \neq 0$.

При цьому $x^0 = (x_1^0, x_2^0, 0) \in L_0$, тоді рівняння прямої, яка проходить через точки x^0 і a , матиме вигляд

$$\frac{x_1 - a_1}{x_1^0 - a_1} = \frac{x_2 - a_2}{x_2^0 - a_2} = \frac{x_3 - a_3}{0 - a_3}. \quad (74)$$

З цього канонічного вигляду рівняння прямої виходить з такими складовими:

$$x_1^0 = a_1 - a_3 \frac{x_1 - a_1}{x_3 - a_3}; \quad x_2^0 = a_2 - a_3 \frac{x_2 - a_2}{x_3 - a_3},$$

і, підставляючи їх в $\omega_0(x_1, x_2) = 0$, знаходимо рівняння конічної поверхні з вершиною a , для якої L_0 є направляючим кресленням

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \omega_0 \left(a_1 - a_3 \frac{x_1 - a_1}{x_3 - a_3}, a_2 - a_3 \frac{x_2 - a_2}{x_3 - a_3} \right). \quad (75)$$

Загальним підходом до побудови просторових креслень з плоских креслень можна вважати, наприклад, таким, що креслення L_0 описується рівнянням

$$\omega_0(x_1, x_2, a_1, \dots, a_m) = 0, \quad (76)$$

тоді з урахуванням такого перетворення координат, а саме

$$\begin{aligned} x_1 &= x_1 \cos \varphi(x_3) + x_2 \sin \varphi(x_3) + v_1(x_3); \\ x_2 &= -x_1 \sin \varphi(x_3) + x_2 \cos \varphi(x_3) + v_2(x_3), \end{aligned} \quad (77)$$

де $\varphi(x_3)$ – кут обертання креслення L_0 навколо осі Ox_3 , $v_1(x_3)$ і $v_2(x_3)$ – компоненти вектора зсуву в площині $x_3 = h$, одержуємо рівняння контуру $\partial\Omega$.

Одночасно з перетворенням (77) вводяться функції $a_i(x_3)$ ($i = 1, \dots, m$), які при $x_3 = 0$ мають значення $a_i(0) = a_i$, і рівняння $\omega(x_1, x_2, x_3)$ набуває такого вигляду:

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \omega_0 [x_1 \cos \varphi(x_3) + x_2 \sin \varphi(x_3) + v_1(x_3), -x_1 \sin \varphi(x_3) + x_2 \cos \varphi(x_3) + v_2(x_3), a_1(x_3), \dots, a_m(x_3)] = 0. \quad (78)$$

Рівнянню (78) в перерізах $x_3 = h = \text{const}$ відповідають креслення з сім'ї креслень (76), які повернені навкруги осі Ox_3 в порожнині $x_3 = h$ на кут $\varphi(x_3)$ і зміщені на вектор $(v_1(h), v_2(h))$.

Як приклад розглянемо складання рівняння поверхні призми згідно з направляючим кресленням L_0 в площині $x_1 O x_2$ згідно з рис. 6.

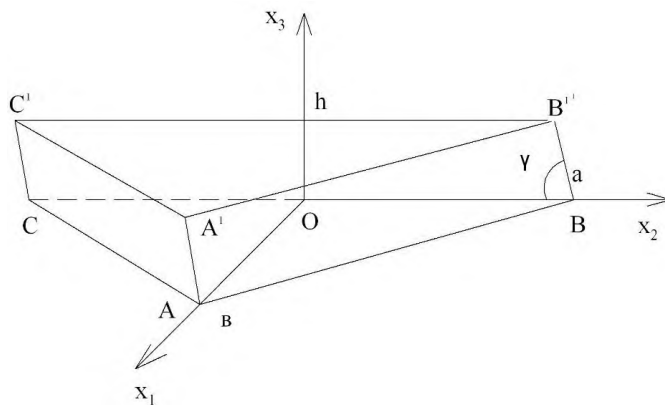


Рис. 6. Призма кінцевої висоти

Основою призми з твірними, паралельними до площини x_1Ox_3 , взято трикутник $ABOC$, який лежить у площині x_1Ox_2 з віссю симетрії Ox . Висота призми дорівнює h .

Необхідно подати нормалізоване рівняння поверхні призми, яке містить обидві підстави призми.

Спочатку напишемо нормалізоване рівняння $\omega_0(x_1, x_2) = 0$ нижньої підстави призми згідно з рис. 6.

Виберемо такі опорні області:

$\Sigma_1 = x_1 \geq 0$ – півпростір, розташований перед площиною x_1Ox_3 ;

$\Sigma_2 = \left[\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(1 - \frac{x_1}{b} - \frac{x_2}{a} \right) \geq 0 \right]$ – півпростір, розташований за площиною, паралельною до Ox_3 і яка відсікає по осях x_1 і x_2 відрізки b і a відповідно;

$\Sigma_3 = \left[\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(1 - \frac{x_1}{b} + \frac{x_2}{a} \right) \geq 0 \right]$ – напівпростір, розташований за площиною, паралельною до осі Ox_3 і яка відсікає по осях x_1 і x_2 відрізки b і a відповідно.

Усі наведені нерівності нормалізовано до будь-якого порядку.

Підставу призми можна задати логічною формулою

$$\Omega_0 = \Sigma_1 \Lambda (\Sigma_2 \Lambda \Sigma_3).$$

Рівняння межі підстави призми, скориставшись спрощеною R-кон'юнкцією Λ_0 , можемо отримати в такому вигляді:

$$\omega_0(x_1, x_2) \equiv x_1 \Lambda_0 \left[\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(1 - \frac{x_1}{b} - \frac{x_2}{a} \right) \right] \Lambda_0 \left[\frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \left(1 - \frac{x_1}{b} + \frac{x_2}{a} \right) \right] = 0. \quad (79)$$

У цьому прикладі ребро призми $BB' = h/\sin \gamma$, а напрям бічних ребер призми визначається вектором

$$(0, h \operatorname{ctg} \gamma, h). \quad (80)$$

Ураховуючи сказане, компоненти вектора знаходимо такими: $-\alpha = 0$; $\beta = -\operatorname{ctg} \gamma$, які необхідно підставляти в рівняння.

Тоді нормалізоване рівняння нескінченної призми з направляючою $ABOC$ і твірними з направляючим вектором набуде вигляду

$$\begin{aligned}
\omega_1(x_1, x_2, x_3) \equiv & \left\{ 1 + \operatorname{ctg}^2 \gamma \left\{ \frac{\partial}{\partial x_2} \left\{ x_1 \Lambda_0 \left[\frac{aB}{\sqrt{a^2 + B^2}} \left(1 - \frac{x_1}{B} - \frac{x_2}{a} \right) \right] \Lambda_0 \right. \right. \right. \\
& \left. \left. \left. \Lambda_0 \left[\frac{aB}{\sqrt{a^2 + B^2}} \left(1 - \frac{x_1}{B} + \frac{x_2}{a} \right) \right] \right\} \right\}^2 \right\}^{1/2} \left\{ x_1 \Lambda_0 \left[\frac{aB}{\sqrt{a^2 + B^2}} \left(1 - \frac{x_1}{B} - \frac{x_2}{a} \right) \right] \Lambda_0 \right. \\
& \left. \left. \Lambda_0 \left[\frac{aB}{\sqrt{a^2 + B^2}} \left(1 - \frac{x_1}{B} + \frac{x_2}{a} \right) \right] \right\} \right\} = 0.
\end{aligned} \tag{81}$$

Щоб отримати рівняння призми кінцевої висоти, необхідно до опорних областей Σ_i ($i = 1, 2, 3$) додати область

$$\Sigma_4 \equiv \left[\frac{1}{h} x_3 (h - x_3) \geq 0 \right]. \tag{82}$$

Тоді остаточне рівняння поверхні отримаємо у такому вигляді:

$$\omega(x_1, x_2, x_3) \equiv \omega_1(x_1, x_2, x_3) \Lambda_0 \left[\frac{1}{h} x_3 (h - x_3) \right] = 0. \tag{83}$$

Далі вважаємо, що креслення $L \subset R^n$ має симетрією типу трансляції, коли у напрямі вектора $L \subset R^n$ при перетворенні $x' = x + a$ креслення переходить само в себе. Якщо ж креслення L має симетрією типу трансляції в декількох напрямках, то беруться вектори $a_1, \dots, a_m$.

При цьому рівняння

$$\omega \equiv \omega_0 [\mu_n(x_1, a, h), x_2, \dots, x_n] = 0, \tag{84}$$

де функція μ_n записується в такому вигляді:

$$\mu_n(x_1, a, h) \equiv \frac{h}{\pi} \arcsin \left\{ \sin \frac{\pi x_1}{h} \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a\pi}{2h} \right) \left\{ \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a\pi}{2h} \right) + \left[1 - \sin \left(\frac{\pi}{4} + \frac{a\pi}{2h} \right) \right] \tau_n \left(x_1 - \frac{h}{2}, \frac{h}{2} - a \right) \right\}^{-1} \right\}, \tag{85}$$

є рівнянням межі $\partial\Omega$ області Ω , яке визначається як

$$\Omega = \bigcup_{k=-\infty}^{k=+\infty} [\omega_0(x - kh) \geq 0]. \tag{86}$$

Функція $\mu_n(x_1, a, h)$, яка належить до класу C^n на інтервалах від $(kh-a, kh+a)$ $k = 0 \pm 1 \pm 2$, є лінійною і набуває значення $(-1)^k(x_1 - kh, a)$ модуль її досягає максимуму $1/4 (h+2a)$ в точках $kh + h/2$.

Якщо взяти систему смуг згідно з нерівністю $\Sigma \equiv \left(-\cos \frac{\pi x_1}{h} - \cos \frac{\pi a}{h} \geq 0 \right)$, то вона є відбиттям початкової області Ω в площинах, перпендикулярних до Ox_1 , і подальший зсув області Ω_0 при $\Omega' = \Omega_0 \cap \bar{\Sigma}$ на величину $2h$ можна подати рівнянням межі $\partial\Omega'$:

$$\omega'(x) \equiv [\mu_n(x_1, a, h), x_2, \dots, x_n] \Lambda^* \left(\cos \frac{\pi a}{h} + \cos \frac{\pi x_1}{h} \right) = 0. \quad (87)$$

Рівняння загальної межі $\partial\Omega$ області Ω виходить шляхом трансляції області Ω_0 з кроком h по осі Ox_1 :

$$\omega(x) \equiv \omega'(x) \Lambda_0 \omega'(x_1 - h, x_2, \dots, x_n) = 0. \quad (88)$$

Таким чином, розглянуто принцип побудови рівняння межі довільної області, симетричної трансляції у напрямі осі, яка укладена в систему смуг, перпендикулярних до цієї осі. Напрями осей є множинними.

Система нескінченних смуг шириною $2a$ має симетрію у напрямі осі Ox_1 з кроком $h = a + 2l$ і має бути подана нормалізованою до першого порядку нерівністю

$$\Sigma = \left[\gamma \left(\cos \frac{2\pi x_1}{h} - \cos \frac{2\pi a}{h} \right) \geq 0 \right], \quad (89)$$

$$\text{де } \gamma = \frac{h}{2\pi} \sin^{-1} \frac{2\pi a}{h}.$$

З урахуванням повороту осей координат нерівність (89) набуває вигляду

$$\Sigma = \left\{ \gamma \left[\cos \frac{2\pi}{h} (x_1 \cos \alpha + x_2 \sin \alpha) - \cos \frac{2\pi a}{h} \right] \geq 0 \right\}. \quad (90)$$

Ця нерівність визначає систему смуг, перпендикулярних до вектора $(\cos \alpha, \sin \alpha)$.

Задамо перетин двох різних систем смуг і розглянемо область

$$\Sigma_{\alpha_1\alpha_2} = \Sigma_{\alpha_1} \cap \Sigma_{\alpha_2} = \left\{ \gamma_1 \left[\cos \frac{2\pi}{h_1} (x_1 \cos \alpha_1 + x_2 \sin \alpha_1) - \cos \frac{2\pi a_1}{h_1} \right] \Lambda^* \right. \\ \left. \Lambda^* \gamma^2 \left[\cos \frac{2\pi}{h_2} (x_1 \cos \alpha_2 + x_2 \sin \alpha_2) - \cos \frac{2\pi a_2}{h_2} \right] \geq 0 \right\}, \quad (91)$$

яка є системою паралелограмів, періодично розташованих на площині $x_1 O x_2$, при цьому, якщо $\frac{h_1}{\cos \alpha_1} = \frac{h_2}{\cos \alpha_2} = h$, область має симетрію типутрансляції у напрямі осі абсцис з кроком h .

Є простий метод побудови рівнянь для періодично розташованих еліпсів, наприклад для системи кіл радіусом R , періодично розташованих уздовж осі Ox_1 .

Можна записати рівняння такого вигляду:

$$\omega(x_1, x_2) \equiv \cos \sqrt{R^2 - x_2^2} - \cos x_1 = 0. \quad (92)$$

Нормалізуємо рівняння (92) до першого порядку:

$$\omega_0 = \omega_1 \left[\omega_1^2 + (\text{grad} \omega_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}} = \left(\cos \sqrt{R^2 - x_2^2} - \cos x_1 \right) \left\{ \left(\cos \sqrt{R^2 - x_2^2} - \cos x_1 \right)^2 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\cos \sqrt{R^2 - x_2^2} - \cos x_1 \right) \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \geq 0. \quad (93)$$

Розглянуте в розділі дає змогу описати межі як одиничного креслення L_1 , так і системи креслень L_n .

6. АНАЛІТИЧНІ ГРАНИЧНІ ЗАДАЧІ НА ОСНОВІ МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ САМОАСЕМБЛЮВАННЯ ЗА ЕФЕКТОМ БРІДЖМЕНА

Механізм пластичної течії кристалів охоплює мікроскопічний, мезоскопічний і макроскопічний рівні. На мікроскопічному рівні пластична деформація відповідає за еволюцію системи дефектів кристалічної будови під дією зовнішніх полів.

Процеси самоорганізації дефектів можуть приводити до їх кластеризації (краудіонам) і утворення петель дислокацій.

На мезоскопічному рівні пластичній деформації відповідає еволюція ансамблів дислокацій, яка залежить від їх структури.

Вона містить генерацію дислокацій, ліній ковзання і розвиток в них кооперативних явищ, таких як поява дисклинацій і смуг ковзання.

Мезоскопічний рівень визначається колективними нелінійними ефектами, які характеризуються високою густиною дефектів і їх взаємодією. Відповідно на макроскопічному рівні пластичної деформації спостерігається еволюція систем смуг ковзання, зерен і текстурних компонентів.

Вплив різних рівнів на пластичну деформацію залежить від швидкості деформацій. З її збільшенням вплив точкових ефектів на пластичну деформацію збільшується, а вплив дислокацій – зменшується.

В умовах високого тиску і значних зсувних деформацій тверде тіло в стані пластичної течії має ближню структуру, подібну рідинам.

Використання високого тиску й інтенсивної зсувної пластичної деформації різних систем дає змогу одержувати компактні наддрібнозернисті матеріали з середнім розміром зерна ≤ 100 нм, це визначає основну роль мезоскопічного рівня в розвитку і формуванні систем міжзеренних меж.

При стисненні міжмолекулярні і міжатомні відстані, а також орієнтації окремих частинок молекул можуть значно змінюватися, що індукує фазові переходи і дисоціацію молекул з подальшим формуванням одноатомної рідини, під час переходу речовини в іонний стан.

При описі нетеплового вибухового перетворення матеріалів основуються на можливості флюїдизації на молекулярному рівні в деяких частинах системи, що знаходиться під високим тиском і в умовах деформації зсуву.

При цьому найсприятливішими для можливої флюїдизації є частини зразків поблизу вільної бічної поверхні через те, що при деформаціях, зумовлених крученням, в цих областях спостерігається найбільший відносний зсув шарів, а також досягається найбільший градієнт тиску, який відіграє роль рушійних сил в механіці суцільного середовища.

Для ініціації нетеплового вибуху твердого тіла достатньо, щоб флюїдизація відбулася в малій частині об'єму зразка.

Ця теза підтверджується системою дослідів при утворенні вибуху біля вершини порожнистого конуса кумулятивної оболонки.

В умовах високого тиску в рідкій системі з вільною поверхнею можуть здійснитися стани з негативними значеннями роботи виходу атомів, молекул у навколишнє середовище.

Аналіз можливостей реалізації нетеплового вибуху можна пов'язати з рівнянням стану рідини

$$P = n \left(k_b T - \frac{1}{2} A_{l-v} \right), \quad (94)$$

де P – тиск у рідині; n – густина кількості атомів; k_b – стала Больцмана; T – температура; A_{l-v} – робота виходу атомів з рідини у вакуум, яка

відповідає різниці енергетичних рівнів окремого атома у вакуумі і рівня енергії атома у самоузгодженому полі.

З рівняння (94) можна отримати величину роботи виходу атомів з рідини

$$A_{\ell-v} = 2 \left(k_B T - \frac{P}{n} \right), \quad (95)$$

звідки стає ясною можливість реалізації станів рідини з негативною роботою виходу атомів з рідини при забезпеченні певних термодинамічних умов.

Якщо є двокомпонентна рідина, то розглядають такі рівняння:

$$P = n \left(k_B T - \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^2 C_{\alpha} A_{\alpha} \right), \quad (96)$$

де C_{α} — концентрація компонента α ; A_{α} — робота виходу атомів α -го компонента рідини:

$$A_{\alpha} = 2 \left(k_B T - \frac{P_{\alpha}}{nC_{\alpha}} \right) = \frac{4\pi n}{3} \sum_{\beta=1}^2 C_{\beta} \int_0^{\infty} dR R^3 \frac{d\Phi_{\alpha\beta}(R)}{dR} F_2^{(\alpha\beta)}(R). \quad (97)$$

Тут P_{α} — парціальний тиск компонентів рідини; $\Phi_{\alpha\beta}(R)$ — потенціальна енергія взаємодії атомів сортів α і β ; $F_2^{(\alpha\beta)}(R)$ — парціальні функції розподілу атомів.

Таким чином можна описати трикомпонентну рідину і т. д.

Розглянутий механізм початку нетеплового вибуху може привести до утворення високошвидкісних молекулярних потоків.

Наслідки таких потоків подамо у макроскопічному вигляді.

У першу чергу серед механічних проявів слід врахувати сили реакції, що виникають при високошвидкісному викиді частини системи.

Викид речовини зразка, що почався при твердофазному перетворенні, робить його, а також сам потік тілом змінної маси $m(t)$.

У зв'язку з цим застосовується рівняння Мещерського для динаміки системи змінної маси, тобто основної маси зразка m ; маси, що змінюється, викиду маси dm , яка відділяється зі швидкістю закінчення, а саме з відносною швидкістю v (відносно до основної маси).

Таким чином, рівняння Мещерського набуває такого вигляду:

$$m \frac{du}{dt} = F + G. \quad (98)$$

Тут G – реактивна сила, що утворюється при викиді маси; F – сила протидії; u – абсолютна швидкість основної маси m .

Оскільки зразок знаходиться у стані спокою, то $u = 0$ і в рівнянні (98) залишається

$$F + G = 0, \quad (99)$$

тобто виникає сила протидії F , яка зрівноважує реактивну силу G , що розвивається:

$$G = \frac{dm}{dt} v. \quad (100)$$

Реактивну силу легко розрахувати, скориставшись вісесиметричною схематизацією викиду маси в процесі фізичної реакції, що відбувається, звільнення частини поверхні зразка у вигляді флюїдизованого шару, припустивши, що цей нетепловий вибух однорідний.

Далі рівняння (100) в частинних похідних набуде вигляду

$$G = \left(\frac{\partial m}{\partial t} + v \frac{\partial m}{\partial x} \right) v. \quad (101)$$

Запропонувавши, що в процесі руху флюїдизованої кулі немає припливу або відтоку маси ($\partial m / \partial t = 0$), одержуємо реактивну силу

$$G = v^2 \nabla m. \quad (102)$$

Тоді рівняння Мещерського перетвориться і набуде такого вигляду:

$$\nabla m = -F / v^2. \quad (103)$$

Це рівняння дає змогу розглянути нестационарні силові поля.

Математична постановка задач масоперенесення базується на послідовному розгляді кожної задачі знаходження силових параметрів процесів.

Отримання розв'язків кожної із задач за єдиним алгоритмом, оснований на використанні одних і тих же конструктивних властивостей, становить значний інтерес.

Використаємо конструктивні засоби теорії R-функцій для побудови алгоритму розв'язання цих граничних задач.

Розглянемо аналітичні граничні задачі згідно з рівнянням (103).

Основні граничні задачі для рівняння (103) визначаються граничними умовами.

1. Умову першого роду (умова Діріхле) обумовлено тим, що на межі тіла ($\partial\Omega$) задається розподіл маси

$$m|_{\partial\Omega} = m_0. \quad (104)$$

Граничні задачі першого роду розглядаються тоді, коли потоки мас мало відрізняються між собою.

2. Умова другого роду (умова Неймана) використовується тоді, коли задається значення потоку мас для кожної поверхні тіла

$$\frac{\partial m}{\partial v}|_{\partial\Omega} = q = -F/v_0^2. \quad (105)$$

До граничних умов (105) належать задачі перенесення маси тіла зовнішніми джерелами заданої інтенсивності q .

В окремому випадку, коли немає перенесення маси через межу тіла $\partial\Omega$, граничні умови називаються умовами масоізоляції:

$$\frac{\partial m}{\partial n}|_{\partial\Omega} = 0. \quad (106)$$

3. Умова третього роду визначає закон масообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем в процесі реалізації явища.

При цьому задаються потоки мас від навколишнього середовища m_c і співвідношення мас між поверхнею тіла і навколишнім середовищем:

$$\frac{\partial m}{\partial n} = \alpha_0 (m_c - m_0), \quad (107)$$

де α_0 – коефіцієнт масовіддачі; $\alpha_0 = -F/v^2$.

Граничні умови третього роду можна записати у такому вигляді:

$$\left(\frac{\partial m}{\partial n} + \alpha_0 m_0 \right) \Big|_{\partial\Omega} = \beta_1, \quad (108)$$

де $\beta_1 = \alpha_0 m_0$.

4. Умови четвертого роду припускають масоперенесення між контактуючими тілами.

Найпростішим варіантом цих умов є однаковість мас і масопотоків по обидва боки від межі тіл.

Умова сполучення в цьому випадку має вигляд

$$\frac{\partial m_1}{\partial n} = \frac{\partial m_2}{\partial n}; \quad m_1 = m_2, \quad (109)$$

де m_1, m_2 – маси дотичних середовищ.

Із співвідношень (109) видно, що розв'язання задачі за умов четвертого роду пов'язано з визначенням масових полів по обидва боки від межі розділення матеріалів.

Граничні умови можуть бути змішаного типу.

У цьому випадку на частині поверхні тіла задається умова першого роду, а на решті частини – умови іншого роду.

Можливі різні комбінації викладених вище основних типів граничних умов.

Можна також відзначити можливі умови змішаних задач, а саме, на одній частині поверхні тіла задано масоперенесення, а на іншій – передбачено умову масоізоляції:

$$\frac{\partial m}{\partial n} = 0 \quad \text{на} \quad \partial\Omega_1, \quad m = m_0 \quad \text{на} \quad \partial\Omega_2 \quad (\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2). \quad (110)$$

Визначимо вид структур розв'язання вказаних задач масоперенесення.

Для граничних задач (103) і (104) можна скористатися формулою

$$m = m_0 + \omega\Phi, \quad (111)$$

де $\omega = 0$ – рівняння $\partial\Omega$ ($\omega > 0$ в Ω); Φ – невизначена функція.

Подана гранична задача з умовою другого роду (105) у припущенні, що побудована функція β_0 , є продовженням β всередину області Ω .

Тоді граничну умову (105) запишемо так:

$$\left(\frac{\partial m}{\partial n} - \beta_0 \right) = 0. \quad (112)$$

Позначивши через ω ліву частину нормалізованого до першого

порядку рівняння $\partial\Omega$ ($\omega > 0$ в Ω) і через D_1 оператор:

$$D_1 = \frac{\partial\omega}{\partial x_1} \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial\omega}{\partial x_2} \frac{\partial}{\partial x_2} + \frac{\partial\omega}{\partial x_3} \frac{\partial}{\partial x_3}, \quad (113)$$

який є продовженням в Ω оператора диференціювання у напрямку внутрішньої нормалі, знаходимо співвідношення (112) у вигляді $\Omega \cup \partial\Omega$, а саме

$$D_1 m - \beta_0 = \omega \psi, \quad (114)$$

де ψ — деяка обмежена функція. Тоді, подаючи розв'язання граничної задачі другого роду формулою

$$m = \Phi_0 + \omega \Phi_1 \quad (115)$$

і підставляючи її в (113), запишемо таку рівність:

$$D_1 \Phi_0 + \omega D_1 \Phi_1 + \Phi_1 D_1 \omega - \beta_0 = \omega \psi_1. \quad (116)$$

В останній рівності об'єднуємо доданки з ω , тоді отримаємо

$$\Phi_1 = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 + \omega \beta_0 + \omega \psi_2.$$

В останній двох рівностях ψ_1 і ψ_2 — довільні функції.

Структура розв'язання задачі Неймана остаточно набуває такого вигляду:

$$m = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 + \omega \beta_0 + \omega^2 \psi_0, \quad (117)$$

де Φ_0, ψ_0 — довільні функції, при будь-якому значенні яких гранична умова другого роду задовольняється точно.

Дослідження показали, що при деяких обмеженнях на функції ω і Φ_0 другу довільну функцію ψ_0 можна прирівняти до нуля. Тоді рівняння (115) матиме вигляд

$$m = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 + \omega \beta_0. \quad (118)$$

На межі області $\partial\Omega$ значення маси $m = \Phi_0$, тоді функція m може набувати довільних значень і на межі.

Таким чином, умову (105) також задовольняє

$$m = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0. \quad (119)$$

Подана таким чином структура розв'язання граничної задачі за умовою другого роду точно задовольняє умову (105).

Далі перейдемо до розгляду граничної задачі, визначеної за граничними умовами третього роду (107). Цю умову продовжимо в Ω за допомогою оператора D_1 , а для функцій α і β_1 в Ω позначимо через α_0 β_2 . Тоді на основі (107) запишемо співвідношення параметрів

$$D_1 m + \alpha_0 m = \beta_2 + \omega \psi, \quad (120)$$

яке визначене в області $\Omega \cup \partial\Omega$.

Використовуючи стандартну процедуру, розкладаємо функцію m за задовільними функціями Φ_0 і Φ_1 , тобто, задавши значення $m = \Phi_0 + \omega \Phi_1$ і підставивши в рівняння (107), отримаємо структуру розв'язання граничної задачі за умовою третього роду:

$$m = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 - \omega \alpha_0 \Phi_0 - \omega \beta_2. \quad (121)$$

При розв'язанні граничної задачі за умовами четвертого роду звернемося до такого прикладу.

Нехай область Ω складається з двох областей Ω_1 і Ω_2 , а межа їх розділу задана як $\partial\Omega_{12}$.

На зовнішній межі ($\partial\Omega$) області Ω зберігатимемо довільність як для шуканих функцій, так і для їх похідних.

Задання цієї довільності для кожного з розглянутих умов на зовнішньому контурі може бути здійснено за цією методикою.

Нехай $\omega_{12} = 0$ в $\partial\Omega_{12}$ і $\omega_{12} > 0$ в Ω_1 , тоді $\omega_{12} < 0$ в Ω_2 .

Далі через Φ_0 подано довільну функцію в $\Omega \cup \partial\Omega$, а через Φ_1 — довільну функцію в $\Omega_{1 \cup \partial\Omega}$.

Структуру розв'язання граничної задачі за умовою четвертого роду згідно з (109) знаходимо так:

$$m_1 = \Phi_0 + \omega_{12} \Phi_1; \quad m_2 = \Phi_0. \quad (122)$$

Очевидно, що через рівність $\omega_{12} = 0$ на $\partial\Omega_2$ друга умова (110) задовольняється точно.

Замінімо функцію Φ_1 на функцію Φ_0 . Для цього першу умову (110) подамо у вигляді

$$D_1 m_1 = D_1 m_2 + \omega_{12} \psi. \quad (123)$$

Тут оператор D_1 визначаємо за функцією ω_{12} .

Підставляючи вирази для m_1 і m_2 з (122) і (123), після деяких перетворень отримаємо значення функції Φ_1 :

$$\Phi_1 = -D_1 \Phi_0 + \omega_{12} \psi. \quad (124)$$

Остаточно функції за умовою (122) набувають такого вигляду:

$$m_1 = \Phi_0 - \omega_{12} D_1 \Phi_0 + \omega_{12}^2 \psi_1; \quad m_2 = \Phi_0. \quad (125)$$

Нарешті перейдемо до розгляду змішаних умов (123).

У цьому випадку одержуємо, що $\omega_1 = 0$ є рівнянням ділянки $\partial\Omega_1$ і $\omega_2 = 0$ — рівнянням ділянки $\partial\Omega_2$.

Структурна формула має вигляд

$$m = m_0 + \omega \Phi_0 - \omega D_1^{(2)} (m_0 + \omega_1 \Phi_0), \quad (126)$$

де Φ_0 — довільна функція;

$D_1^{(2)}$ — оператор, який береться від функції ω_2 .

Таким чином, є можливість виконати розрахунок нетеплового вибухового перетворення твердих тіл з урахуванням диспергуючих частинок викиду нанометрового розміру.

На прикладі кристалогідрату $\text{CuSO}_4 \cdot 5\text{H}_2\text{O}$ вибрано інтервал розмірів дисперсної фази вибухового викиду $4 \text{ нм} \leq \lambda \leq (10 \dots 100) \text{ нм}$.

Окрім диспергуючих частинок породжуються молекулярні компоненти викиду (рідка фаза і плазма).

Можливо, що енергій молекулярних складових викиду достатньо для породження ударної електронної емісії в актах зіткнення молекулярного і нанодисперсного компонентів.

Ця обставина дає змогу надалі виконувати дослідження з перетворення елементів таблиці Д. І. Менделєєва.

7. СТРУКТУРИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ КУМУЛЯТИВНИХ СТРУМЕНІВ В УМОВАХ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ

Аналітична постановка квазістатичних задач термодинаміки зводиться до послідовного розгляду теплопровідності при визначенні теплових напружень в середовищах.

Значний інтерес становить отримання розв'язку кожної із задач за

алгоритмом, оснований на застосуванні одних і тих же конструктивних засобів, як вже відзначено, з використанням теорії R-функцій.

Подано задачі про визначення температурного поля T в тілі Ω з коефіцієнтом теплопровідності κ при потоці тепла j_Q у момент часу t , використовуючи закон теплопровідності Фур'є

$$j_Q = -\kappa \nabla T. \quad (127)$$

Якщо джерела ентропії в тілі відсутні, тоді рівняння (125) запишемо в такому вигляді:

$$\kappa \nabla T = 0. \quad (128)$$

Основні граничні задачі для рівняння (128) задаються такими граничними умовами:

1. Умова першого роду (умова Діріхле) – на межі тіла $\partial\Omega$ задається розподіл температури

$$T_{\partial\Omega} = T_0. \quad (129)$$

Такі граничні задачі розглядаються тоді, коли в результаті інтенсивного теплообміну температури на поверхні $\partial\Omega$ тіла Ω і зовнішнього середовища мало відрізняються.

2. Умова другого роду (умова Неймана) – значення теплового потоку береться для всіх поверхонь тіла у вигляді

$$\left. \frac{\partial T}{\partial \nu} \right|_{\partial\Omega} = q, \quad (130)$$

де q – густина теплового потоку на поверхні тіла. До цих граничних умов належать задачі нагрівання тіла Ω зовнішніми джерелами заданої інтенсивності величини q .

Зокрема, у випадку, якщо тепловий потік дорівнює нулю, вважається наявність умов теплоізоляції

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{\partial\Omega} = 0. \quad (131)$$

3. Умова третього роду задається як існування закону теплообміну між поверхнею тіла і навколишнім середовищем, а саме

$$\frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\alpha_0}{\kappa} (T_c - T_0), \quad (132)$$

де α_0 – коефіцієнт тепловіддачі.

Граничні умови третього роду (132) можна записати так:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} + hT \right) \Big|_{\partial\Omega} = q_1, \quad (133)$$

де $h = \alpha_0/\lambda$; $q_1 = \alpha_0 T_0/\lambda$.

4. Умова четвертого роду відображає теплову взаємодію контактуючих тіл.

Найпростіший варіант цих умов припускає наявність однакових температур і теплових потоків по обидва боки від межі розподілу речовин.

Тоді умови узгодження цих параметрів мають вигляд

$$\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n}; \quad T_1 = T_2. \quad (134)$$

Тут T_1 , T_2 , λ_1 , λ_2 – температури і коефіцієнти теплопровідності взаємодіючих середовищ.

Розв'язання зв'язаної задачі пов'язано із знаходженням температурних полів по обидва боки від межі розподілу матеріалів.

Граничні умови можна задавати у змішаному вигляді.

У цьому випадку на частині поверхні тіла задається умова одного роду, а на решті частини поверхні тіла вважаються умови іншого роду.

Іноді можливі різні комбінації зазначених вище основних видів граничних умов.

Раніше було розглянуто варіанти змішаних умов на межі тіла, а саме на частині поверхні задана температура, а решта частина тіла знаходиться в стані теплової ізоляції:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0 \quad \text{на } \partial\Omega_2; \quad T = T_0 \quad \text{на } \partial\Omega_1 \quad (135)$$
$$(\partial\Omega = \partial\Omega_1 \cup \partial\Omega_2).$$

Подано вид структур розв'язання вказаних задач теплопровідності. Для задачі (128) з умовою Діріхле (129) структура розв'язання набуває такого вигляду:

$$T = T_0 + \omega\Phi, \quad (136)$$

де $\omega = 0$ – рівняння межі $\partial\Omega$ (при цьому $\omega > 0$ в Ω); Φ – невизначена фун-

кція.

При розгляді задачі за умовою Неймана (130) вважатимемо, що побудовано функцію q_0 як продовження густини теплового потоку q всередину тіла Ω .

Тоді рівняння (130) запишемо у такому вигляді:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial n} - q_0 \right) \Big|_{\partial\Omega} = 0. \quad (137)$$

Ліву частину нормалізованого до першого порядку рівняння межі $\partial\Omega$ позначимо як ω ($\omega > 0$ в Ω), а через D_1 – оператор, який описує продовження в тіло Ω з точністю до знака оператора диференціювання у напрямі зовнішньої нормалі.

Тоді рівняння (137) можна замінити рівністю, визначеною в $\Omega \cup \partial\Omega$:

$$D_1 T - q_0 = \omega \psi. \quad (138)$$

Тут ψ — деяка обмежена функція.

Вважаючи, що розв'язання структурної задачі має вигляд

$$T = \Phi_0 + \omega \Phi_1, \quad (139)$$

підставимо її в розв'язання (138) і отримаємо співвідношення

$$D_1 \Phi_0 + \omega D_1 \Phi_1 + \Phi_1 D_1 \omega - q_0 = \omega \psi_1. \quad (140)$$

Після об'єднання в цій рівності складових, які містять ω , отримаємо її у вигляді

$$\Phi_1 = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 + \omega q_0 + \omega \psi_2. \quad (141)$$

В останніх двох формулах ψ_1 і ψ_2 – довільні функції.

Структура розв'язання граничної задачі Неймана після підстановки в (139) формули (141) набуває такого вигляду:

$$T = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 + \omega q_0 + \omega^2 \psi_0, \quad (142)$$

де Φ_0 і ψ_0 – довільні функції, при будь-якому значенні яких умова другого роду виконується точно.

Як показали дослідження інших авторів, другу довільну функцію ψ_0 при деяких обмеженнях на функції ω і Φ_0 можна прирівняти нулю, тоді (142) набуває такого вигляду:

$$T = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 + \omega q_0, \quad (143)$$

Функція T на межі $\partial\Omega$ становитиме таку T , яка на межі $\partial\Omega$ набуває довільного значення.

Співвідношенню (140) задовольняє формула

$$T = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0. \quad (144)$$

Далі подамо розв'язання граничної задачі третього роду (132).

Цю умову за допомогою оператора D_1 використаємо в Ω , а продовження функцій q_1 і h в Ω замінимо відповідно на q_2 і h_0 .

Після цього на основі (132) знайдемо співвідношення $D_1 T + h_0 T = q_2 + \omega \psi$, яке визначається в області $\Omega \cup \partial\Omega$.

Після перетворень, аналогічних виконаним, одержуємо структуру розв'язання задачі третього роду

$$T = \Phi_0 - \omega D_1 \Phi_0 - \omega h_0 \Phi_0 - \omega q_2. \quad (145)$$

Для опису задачі з умовою четвертого роду розглянемо приклад, коли область Ω складається з двох підобластей Ω_1 і Ω_2 .

На зовнішній межі $\partial\Omega$ області Ω зберігаємо довільність як для шуканих функцій, так і для їх похідних. Реалізацію цієї довільності виконано за відомою методикою.

Нехай $\omega_{12} > 0$ на $\partial\Omega_{12}$ і $\omega_{12} > 0$ в Ω_1 ($\omega_{12} < 0$ в Ω_2).

Запишемо через Φ_0 довільну в $\Omega \cup \partial\Omega$ функцію, а через Φ_1 – довільну в $\Omega_1 \cup \partial\Omega$ функцію.

Тоді згідно з (134) можна знайти значення температури T_1 і T_2 :

$$T_1 = \Phi_0 + \omega_{12} \Phi_1; \quad T_2 = \Phi_0. \quad (146)$$

Враховуючи, що через рівність $\omega_{12} = 0$ на $\partial\Omega_2$ друга умова задовольняється точно, замінимо функцію Φ_1 функцією Φ_0 .

Для цього першу умову (134) подано у вигляді

$$\aleph_1 D_1 T_1 = \aleph_2 D_1 T_2 + \omega_{12} \psi. \quad (147)$$

Оператор D_1 береться за функцією ω_{12} .

Після підстановки значень T_1 і T_2 з (146) в (147) і їх перетворення отримаємо значення функції $\Phi_{1\pm}$:

$$\Phi_1 = - \frac{\aleph_1 - \aleph_2}{\aleph_1} D_1 \Phi_0 + \omega_{12} \Psi.$$

Тоді остаточно

$$\begin{aligned} T_1 &= \Phi_0 + \frac{\aleph_1 - \aleph_2}{\aleph_1} \omega_{12} D_1 \Phi_0 + \omega_{12}^2 \Psi; \\ T_2 &= \Phi_0. \end{aligned} \quad (148)$$

Нарешті перейдемо до розгляду умов змішаного вигляду (134).

У цьому разі одержуємо $\omega_1 = 0$ для рівняння $\partial\Omega_1$ і $\omega_2 = 0$ для рівняння $\partial\Omega_2$. Тоді структура матиме такий вигляд:

$$T = T_0 + \omega_1 \Phi_0 - \omega D_1^{(2)} (T_0 + \omega_1 \Phi_0), \quad (149)$$

де $D_1^{(2)}$ — оператор, який визначається з функції ω_2 .

Після знаходження функції розподілу температури T в газоподібній або рідкій речовині (стосовно кумулятивного струменя) записуємо повну систему рівнянь, що описує рухи теплопровідного в'язкого газоподібного або рідкого тіла:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \operatorname{div} \mathfrak{V}; \\ \rho \frac{dv_i}{dt} &= \rho f_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial \pi_{ij}}{\partial x_j}; \\ \rho C_p \frac{dT}{dt} &= -T \frac{\partial P}{\partial T} \operatorname{div} \mathfrak{V} - \operatorname{div} j_Q + \pi_{ij} \left(e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \operatorname{div} \mathfrak{V} \right), \end{aligned} \quad (150)$$

де ρ — густина маси тіла;

v — швидкість індивідуальних частинок;

f_i — вектор функції об'ємної сили;

P — напруження;

π_{ij} — тензор в'язких напружень;

C_p — коефіцієнт густини маси;

j_Q — вектор потоку тепла;

e_{ij} — одиничний тензор;

δ_{ij} — символ Кронекера.

З математичного погляду система рівнянь (150) являє собою систему з п'яти нелінійних диференціальних рівнянь у частинних похідних

для п'яти невідомих функцій від x_i і t , якими є величини ρ , T і v_i .

Ця система рівнянь виявляється замкнутою.

При врахуванні співвідношень

$$\pi = \pi_{ij} = 0 \quad (151)$$

немає об'ємної в'язкості, тому при заданні конкретного виду функції $u = u(\rho, S)$ вказані вище функції набувають вигляду: $P = P(\rho, T)$; $C_p = C_p(\rho, T)$; $\mu = \mu(\rho, T)$; $\xi = \xi(\rho, T)$; $\aleph = \aleph(\rho, T)$.

Якщо при цьому коефіцієнти μ і ξ дорівнюють нулю, тоді і в'язкі напруження відсутні, що забезпечує зміну системи рівнянь.

Звідси з урахуванням цих умов переходимо до системи рівнянь

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} &= -\rho \operatorname{div} \mathfrak{V}; \\ \rho \frac{dv_i}{dt} &= -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \rho f_i; \end{aligned} \quad (152)$$

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = -T \frac{\partial \rho}{\partial T} \operatorname{div} \mathfrak{V}.$$

Використовуючи отримані значення температури T , вирішуємо систему рівнянь (152).

8. ЕЛЕМЕНТИ МАГНІТНОЇ ГІДРОДИНАМІКИ КУМУЛЯТИВНИХ СТРУМЕНІВ

Згідно з ефектом Бріджмена, підтвердженого і для отримання кумулятивних струменів, які виникають від вибуху верхньої частини кумулятивних порожнин при вибуху БВР, самі кумулятивні струмені складаються в основному з густої плазми і рідкого металу.

У зв'язку з цим розглядатимемо їх як основну рідину.

Прийнято описувати магнітогідродинамічні явища сумісними системами рівнянь Максвелла, теплопередачі і гідродинаміки.

Через взаємний вплив цих систем рівнянь одна на одну виявляється у вживанні додаткових членів у них.

Особливість рівнянь Максвелла полягає в тому, що для магнітної гідродинаміки необхідно враховувати вплив руху провідного середовища відносно тіл, що його оточують, а також рух окремих частинок провідного середовища.

Для таких граничних задач використовують систему рівнянь

Максвелла для добре провідних середовищ з тією різницею в рівняннях, що замість напруженості електричного поля в диференціальному законі Ома використовується така величина:

$$E^* = E + [vB], \quad (153)$$

де v – вектор швидкості середовища;

B – вектор індукції магнітного поля.

Тоді електромагнітну частину рівнянь магнітної гідродинаміки для провідних рідин можна подати у векторному вигляді:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} H &= j; \\ \operatorname{rot} E &= -\mu_0 \frac{\partial H}{\partial t}; \\ j &= \sigma(E + \mu_0 [vH]); \\ \operatorname{div} H &= 0; \\ \operatorname{div} j &= 0, \end{aligned} \quad (154)$$

де H – вектор напруженості магнітного поля;

j – вектор об'ємної густини струму;

E – вектор напруженості електричного поля;

$\mu_{\text{про}}$ – магнітна проникність пустоти.

У цій системі не враховано сторонню електрорушійну силу (ЕРС), хоча вона й невелика на своїм значенням усередині рідких провідних металів. Завжди може з'явитися термо-ЕРС.

Складність магнітної гідродинаміки полягає в тому, що механічна частина систем рівнянь сама не має математичного обґрунтування.

Далі для того щоб рівняння магнітної гідродинаміки для провідних рідин описували реальні явища, необхідно скласти рівняння балансу енергії в одиничному об'ємі рідини.

У нестисливій рідині необхідно враховувати тільки теплову форму енергії і перетворення її на інші види енергії.

Тоді збільшення кількості тепла за одиницю часу в елементарному об'ємі $\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t}$ складатиметься з тепла, що надходить у цей об'єм потоком рідини $-\rho C_p v \nabla T$, яка протікає через нього, а також тепла, яке переноситься внаслідок теплопровідності $\operatorname{div}(\lambda \operatorname{grad} T)$, оскільки вектор густини потоку тепла дорівнює $\lambda \operatorname{grad} T$, де λ — коефіцієнт теплопровідності.

Звідси рівняння теплової енергії в системі рівнянь магнітної

гідродинаміки набуває вигляду

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = -\rho C_p v \nabla T + \operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} T) + \frac{1}{I} \frac{j^2}{\sigma} + \frac{W_{\text{тр}}}{I}, \quad (155)$$

де j^2/σ – потужність, затрачена на джоулеве тепло;

$W_{\text{тр}}$ – робота сил тертя;

I – механічний еквівалент теплоти.

У стаціонарному випадку рівняння теплової енергії можна записати у такому вигляді:

$$\nabla T = \frac{1}{\rho C_p v} \left[\operatorname{div}(\kappa \operatorname{grad} T) + \frac{1}{I} \frac{j^2}{\sigma} + \frac{W_{\text{тр}}}{I} \right], \quad (156)$$

або, відкидаючи другий порядок частин ($\kappa \nabla^2 T \approx 0$), одержуємо рівняння

$$\nabla T = \frac{1}{\rho C_p v I} \left(\frac{j^2}{\sigma} + W_{\text{тр}} \right). \quad (157)$$

Гідродинамічні рівняння магнітної гідродинаміки містять рівняння без електричних і магнітних величин.

У першу чергу це рівняння безперервності

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (158)$$

а також рівняння тану речовини, наприклад залежність між тиском, густиною і температурою:

$$P = P(\rho, T). \quad (159)$$

Гідродинаміку рідких металів розглядаємо як гідродинаміку рідин, що стискаються, тоді вважаємо, що

$$\frac{\partial \rho}{\partial P} \neq 0. \quad (160)$$

Тому рівняння стану (159) відображає залежність густини маси тіла ρ

від температури в точці тіла T , наприклад, у такому вигляді:

$$\rho = \rho_0 / (1 + \beta T), \quad (161)$$

де β – об'ємний коефіцієнт теплового розширення рідини.

Звідси похідна від величини густини маси тіла після перетворень становитиме

$$\nabla \rho = -2\rho^2 \beta \nabla T / (1 + \beta T). \quad (162)$$

Далі розглянемо деякий опис фізичного значення рівняння безперервності (159), який полягає в тому, що баланс маси $\partial \rho / \partial t$ у певному елементарному об'ємі, який дорівнює одиниці, обумовлюється притоком середовища $\text{div}(\rho \mathbf{v})$.

Баланс маси може відрізнятись від нуля внаслідок зміни температурного режиму в часі. Оскільки теплоємність рідин велика, а теплова інерція системи мала, то величину $\partial \rho / \partial t$ прирівнюємо до нуля.

Проте при тотожному перетворенні притоку рідини вважаємо, що в $\text{div}(\rho \mathbf{v}) = \rho \text{div} \mathbf{v} + \mathbf{v} \text{grad} \rho$ градієнт густини маси тіла, як видно з (162),

$$\text{grad} \rho = \frac{\partial \rho}{\partial T} \text{grad} T = -\rho_0 \beta \text{grad} T \quad (163)$$

є значною величиною.

Тоді рівняння безперервності набуває такого вигляду:

$$\rho \text{div} \mathbf{v} + \mathbf{v} \text{grad} \rho = 0. \quad (164)$$

Після підстановки (162) у залежність (164) остаточно отримуємо значення дивергенції швидкості $\mathbf{v}$:

$$\nabla \mathbf{v} = 2\rho \mathbf{v} \beta \nabla T / (1 + \beta T). \quad (165)$$

Використовуючи рівність (165), доходимо висновку, що досліджувана рідина має швидкість, порівнянну зі швидкістю звуку в середовищі.

Рух в'язкої рідини визначається рівнянням Нав'є-Стокса

$$\rho \left[\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \bullet \nabla) \mathbf{v} \right] = -\nabla P + \eta \Delta \bullet \mathbf{v} + \mathbf{f}, \quad (166)$$

де в лівій частині відображено сили інерції, які діють на одиничний елементарний об'єм рідини.

Другий член зліва в дужках для осі, наприклад ОУ, в декартовій системі координат можна записати так:

$$v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z}, \quad (167)$$

де u – компонента прискорення, яку одержують частинки рідини через наявність градієнта швидкостей при переході з однієї точки поля швидкостей в іншу.

Динамічну природу має в правій частині рівняння член ∇P . Член $\eta \Delta v$ фіксує наявність внутрішнього тертя між шарами рідини.

Компоненти цієї сили по осі ОУ мають вигляд

$$\eta \left(\frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_y}{\partial z^2} \right), \quad (168)$$

де η – коефіцієнт зсувної в'язкості.

Зокрема, для рідини, що стискається, присутнє додаткове тертя у вигляді члена

$$\left(\xi + \frac{\eta}{3} \right) \text{grad div } v, \quad (169)$$

де ξ – так звана «друга в'язкість».

Об'ємні сили негідродинамічної природи, які діють на рідину, враховуються об'ємною густиною сил f .

У цьому випадку це електромагнітні сили $\mu_{\text{про}}[jH]$.

Отже, у нашому випадку градієнт тиску запишемо у такому вигляді:

$$\nabla P = - \frac{2\rho^2 v^2 \beta}{1 + \beta T} \left[\nabla T - 2\eta \beta (\nabla T)^2 / (1 + \beta T) \right] + f. \quad (170)$$

Коротко розглянемо роботу сил тертя $W_{\text{тер}}$ (156).

Так, величина $W_{\text{тер}}$ при збільшенні всіх швидкостей в m разів має збільшуватися в m^2 разів через пропорційність швидкості сил в'язкого тертя.

Проте у випадку, якщо вся рідина робить обертальний рух як суцільне тверде тіло, тоді робота сил в'язкого тертя прирівнюється нулю.

Загальний вираз для потужності, яка затрачується на роботу сил тертя, набуває такого вигляду:

$$W_{\text{тер}} = \frac{\eta}{2} \sum_{i,k} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k} + \frac{\partial v_k}{\partial x_i} \right)^2. \quad (171)$$

Нарешті, зазначаємо, що рівняння, подані у розділі, є теоретичною основою опису магнітогідродинамічних явищ у провідній рідині.

Граничні умови для розв'язання граничних задач не містять особливостей магнітогідродинамічної специфіки і є граничними умовами електродинаміки, теорії теплопередачі і гідродинаміки.

9. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ОТРИМАННЯ НАНОМАТЕРІАЛІВ І СТРУКТУРНИХ МІКРОПЛІВОК У ГЕНЕРАТОРАХ КУМУЛЯТИВНИХ СТРУМЕНІВ

Утворення різних наноструктур, будь-яких аморфних металевих частинок, нанотрубок, фулеренів, проникнення наноматеріалів у мезопористі тіла, нанесення наноматеріалів на поверхні, перетворення протеїнів на сфероїди з проникненням у внутрішню їх частину медикаментів є можливими при використанні кавітаційних явищ у рідинах.

Виходячи зі сказаного у працях дослідників наноструктури утворюються в сильнонерівноважних процесах, тому визначення фізико-хімічних механізмів їх утворення потребує розв'язання просторовонеоднорідних на рівні нанометрового масштабу задач фізичної і хімічної кінетики.

Якщо звернутися до історії пізнання подібного роду явищ, то з 1935 року відомий ефект, у результаті використання якого утворюються потоки фотонів, електронів, атомів, молекул, субмікронних твердих частинок, породжуються незвичайні хімічні сполуки.

Це нетеплові вибухи різних твердих тіл в умовах високого тиску і зсувних деформацій за наявності вільних поверхонь у них, тобто це ефект Бріджмена.

Проте механізм фізичних і хімічних процесів при цих вибухах залишається до цього часу невідомим, незважаючи на наявність деяких робіт, що розкривають суть явищ на молекулярно-кінетичному рівні.

Конкретизуючи ефект Бріджмена, можна сказати, що одновісне стиснення твердих тіл до високого тиску (від 0,1 до 50 Мбар) з деформацією зсуву, а в деяких випадках і без неї, призводить до вибухового руйнування твердих тіл за $10^{-5} \dots 10^{-7}$ с зі швидкістю від 200 до 2000 м/с і викиду високодиспергованої до субмікронних розмірів речовини.

Важливо, що разом з диспергуванням речовини ефект супроводжується емісією звуку, розкладанням речовини, випромінюванням світла і жорстких фотонів (при γ -випромінюванні), емісією високоенергетичних електронів.

Доведено, що в умовах ефекту Бріджмена відбуваються такі явища:

1. Надвисока молекулярна рухливість у твердих тілах, яка відповідає коефіцієнтам дифузії на 10 – 15 порядків вище порівняно з твердим тілом без навантажень.

2. Швидкості твердофазних хімічних реакцій збільшуються на 3 – 8 порядків, а глибина реакції і вихід її продуктів може наближатися до 100 % для гетерогенних сумішей.

3. Усі процеси відбуваються без енергії активації в ізотермічних умовах.

4. Реалізуються ендотермічні реакції з надвеликими швидкостями.

5. Швидкості всіх хімічних реакцій не залежать від температури.

6. Час реакцій набагато менше 10^{-5} – 10^{-7} с.

7. Процеси масоперенесення і хімічні реакції відбуваються значно швидше, ніж у рідкій фазі.

8. Ефект супроводжується утворенням нових матеріалів різної структури.

Слід зазначити, що проблеми аналізу експериментів і розв'язання відповідних задач кінетики вибухових твердофазних перетворень обумовлені просторовою неоднорідністю систем, потребою урахування явищ на різних рівнях:

– мікроскопічному – емісія фотонів, екзоemisія електронів, механічні реакції;

– мезоскопічному – утворення кластерів і мікрочастинок, флюїдизація, пластична деформація матеріалу;

– макроскопічному – високий тиск, вибухові явища, високошвидкісний викид речовини, хвилі фазових перетворень, ударні хвилі.

Ефект Бріджмена – це отримання вибуху з вільної поверхні твердого тіла і утворення кумулятивного струменя, який надалі перетвориться на різні структури.

Ці структури виходять з умови вибухової трансмутації хімічних елементів, що є новим в технології виробництва нових матеріалів, хоча сьогодні відомі лазерна і електромагнітна трансмутації елементів.

Коротке висвітлення ефекту Бріджмена дало змогу розвинути його з різних позицій, що передбачають здійснення всіх явищ з урахуванням геометрії перетворюваного твердого тіла.

Виявилося, що всі явища відтворюються при вибуху бризантної вибухової речовини (БВВ) в умовах подальшого обтікання фронту ударної хвилі порожнистого конуса, вершина якого вибухає у бік підстави.

При цьому залежно від кута при вершині порожнистого конуса на густу плазму і рідкий метал перетворюється від 6 до 11 % твердої кумулятивної оболонки.

Відобразимо цей інтервал перетворення на рідкий метал за допомогою тригонометричної інтерполяції.

Тоді, якщо подати m значень функції $y(x_k) = y_k$ ($y_0 = 1$, $y_1 = 8,5$,

$y_2 = 7,6, y_3 = 7,3, y_4 = 6$) при $x_k = kT/m$ ($k = 0, 1, \dots, m-1$) на інтервалі $(0, T = 90^\circ)$ тригонометричним поліномом, одержуємо таку формулу:

$$y(x) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{j=1}^2 \left(A_j \cos j \frac{2\pi x}{T} + B_j \sin j \frac{2\pi x}{T} \right) \quad (172)$$

з умовою мінімізації відхилень у вигляді

$$\sum_{k=0}^{m-1} [y(x_k) - y_k]^2.$$

У формулі (172) коефіцієнти визначають із співвідношень

$$A_j = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \cos j \frac{2\pi k}{m}; \quad B_j = \frac{2}{m} \sum_{k=0}^{m-1} y_k \sin j \frac{2\pi k}{m}.$$

Як видно з дослідів, враховується тільки рідкий стан частини кумулятивної оболонки, оскільки фотони, електрони і густа плазма за масою складають невелику частину від ваги рідкої складової (за товщиною утворень 8 ... 30 м порівняно з 10 ... 15 нм).

Звідси згідно з проведеною електронною мікроскопією маси зразків і зразків Al і Si можна визначити за формулою

$$m = \pi \rho \mu y_k (r_0^3 - r_1^3) / \operatorname{tg} \alpha / 2, \quad (173)$$

де ρ – густина елемента;

μ – процентний вміст елемента в зразку-свідку або зразку;

y_k – процентний вміст елемента в рідкій фазі згідно з (170);

r_0 – зовнішній радіус підстави порожнистого конуса кумулятивної оболонки;

r_1 – внутрішній радіус підстави порожнистого конуса кумулятивної оболонки;

α – кут при вершині порожнистого конуса.

Слід зазначити, що на відміну від відкладення густої плазми у вигляді суцільної плівки наноматеріалів, структурна мікроплівка з елементів перетвориться на підкладці у вигляді розплющених крапель, що остигли.

Тому і є перевищення мас процесу (табл. 5) .

Як видно з табл. 5, явище синтезу є більш стійким, ніж явище розкладання, і одержувані нано- і мікроплівки наносяться рівномірно по площі, розподіляючись на підкладці.

Як синтез, так і розкладання елементів таблиці Д. І. Менделєєва супроводжуються значною мірою наявністю утворених різних наноструктур.

Таблиця 5

Результати електронних даних

Зразок-свідок при $\alpha=60^\circ$, г	Al	Si	Fe	Mg	Cu	Ca	Ti	Cl	B	ПРО	Сума, г	Зразок/свідок, %
	3,38	0,03	0,09	0,02							3,52	
		0,01			4,58						4,59	
Зразок	при	$\alpha=60^\circ$, г										
Al		1,28	0,18	1,08		0,45	0,37	0,21		0,12	3,69	4,83
Al		2,22	0,06	1,48		0,05	0,04	0,01		0,28	4,14	17,61
Cu		0,01	0,01	1,33		4,68	0,07	0,01	0,21	0,07	6,39	39,22

Це аморфні металеві наночастинки, нанотрубки, проникнення наноматеріалів у міжпористі тіла, нанесення наноматеріалів на керамічні поверхні та ін.

Все це є можливим при використанні кавітаційних явищ у рідинах (сонохімія).

У той же час опис ефекту Бріджмена на мікроскопічному рівні приводить до розгляду пластичної деформації твердого тіла з урахуванням явища дислокації.

Отже, пластична деформація відповідає еволюції системи дефектів кристалічної будови (включаючи генерацію дефектів) під дією зовнішніх полів. Процеси самоорганізації дефектів можуть приводити до їх кластеризації (краудіонам) і утворення петель дислокацій.

Що стосується мезоскопічного рівня, то в цьому випадку пластична деформація залежить від структури і умов деформації ансамблів дислокацій.

Еволюційно включається генерація дислокацій, ліній ковзання і розвитку в них кооперативних явищ (меж разорієнтирування, дисклинацій, смуг ковзання).

Мезоскопічний рівень характеризується колективними нелінійними ефектами, що відображають високу густину дефектів при їх взаємодії.

Таким чином, обидва рівні (мікроскопічний і мезоскопічний) можна відобразити на рівні дислокації.

Отже, пластична деформація середовища супроводжується рухом дислокацій, які підрозділяються на рухомі і нерухомі.

Рухомими дислокаціями є ті дислокації, які рухаються в середовищі без збільшення зовнішнього напруження, але, якщо збільшити навантаження на середовище, тоді почнуть рухатися і нерухомі дислокації.

Вважається, що динамічною характеристикою середовища є швидкість пластичних деформацій, яку обчислюють за формулою Орована

$$\dot{\varepsilon} = \rho_m b v, \quad (174)$$

де ρ_m – скалярна густина рухомих дислокацій;

b – локальний вектор Бюргерса;

v – середня швидкість переміщення дислокацій.

Швидкість пластичних деформацій у неявному вигляді залежить від загальної густини дислокацій, тобто від рухомих і нерухомих дислокацій, коефіцієнт $\phi(\rho_m)$ якої залежить від середньої дистанції між дислокаціями $1/\sqrt{\rho_T}$ при загальній густині дислокацій ρ_T :

$$v = v(\sigma, \rho_m) = v^0(\sigma) \phi(\rho_m). \quad (175)$$

Тут σ є найбільшим напруженням.

Таке ж співвідношення виходить за геометричною формулою Тейлора після деяких перетворень, а саме

$$\dot{\varepsilon} = b \frac{d}{d\tau}(\rho L) = b \rho_m \frac{dL}{d\tau} = b \rho_m v, \quad (176)$$

де L – середня довжина лінії дислокації.

Далі важливим є введення в лінійний континуум динамічної характеристики – ривка.

На основі цього, виходячи із зв'язку зі скалярною густиною рухомих дислокацій, за напруженнями і швидкостями, що спричиняються ними, одержуємо самоузгоджене поле за цими параметрами.

Таким чином, виключається невизначеність у знаходженні напружень через запис їх у законі збереження кількості руху в градієнтній формі

$$\rho \frac{di^k}{d\tau} = \rho_m \sigma^{ik} v_i = \rho_m g_{il} \sigma^{lk} v^i, \quad (177)$$

де i^k – вектор прискорення;

ρ – густина речовини ядра дислокації;

σ^{ik} – компоненти тензора напруження в середовищі;

g_{il} – фундаментальний метричний тензор.

У декартовій системі координат вираз (180) набуває вигляду

$$\rho \frac{di^k}{d\tau} = \rho_m \sigma^{ik} v_i. \quad (178)$$

Якщо співвіднести ривок до одиниці довжини дислокації, то можна записати рівняння руху дислокацій таким чином:

$$m \frac{di}{dt} = \rho_m b^2 \sigma^{ik} v_i. \quad (179)$$

Далі при розв'язанні граничних задач з використанням R-функцій знаходимо лапласіан швидкості

$$\Delta v = \rho_m b^2 \sigma / m. \quad (180)$$

Рівняння (180) дає змогу розглядати його як структуру розв'язань основних типів граничних задач для рівнянь другого порядку.

Експериментальне підтвердження запропонованої моделі, за якою можна рахувати результати досліджень відзначено в роботах, виконаних Мейєй, Мендосой, Мартінесом та іншими вченими.

Що стосується макроскопічної моделі, то теоретичні й експериментальні дослідження показали хорошу збіжність у багатьох роботах.

Це дослідження можна віднести і до опису генератора кумулятивних струменів.

Одержувані в генераторі кумулятивних струменів щільноупаковані структури дають змогу виготовляти матеріали для використання в промисловості, особливо в аерокосмічному виробництві, з новими властивостями, наприклад надпровідність, надтвердість та ін.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

Комп'ютерна програма «Інтерактивний програмний комплекс "База знань для проектувального розрахунку матриць при імпульсній обробці"» / В. В. Третяк, А. І. Долматов, Т. В. Лоза, А. В. Онопченко, І. В. Скорченко // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 55683 від 21.07.2014.

Комп'ютерна програма «Інтерактивний програмний комплекс для виконання розрахунку напружено-деформованого стану листових деталей під тиском імпульсного навантаження з урахуванням кавітаційних явищ» / В. В. Третяк, А. І. Долматов, А. В. Онопченко, А. С. Федорова // Свідоцтво про реєстрацію авторських прав на твір № 60108 від 10.06. 2015.

Комп'ютерна програма «Інтерактивний програмний комплекс для розрахунку напружено-деформованого стану циліндричної заготовки» / В. В. Третяк, М. І. Семішов, В. В. Остапчук // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 55682 від 21.07.2014.

Комп'ютерна програма «Інтерактивний програмний комплекс для проектування технологічних процесів імпульсної металообробки при виготовленні складних листових деталей методом адресації і синтезу» / В. В. Третяк, А. І. Долматов, О. У. Соломаний, А. В. Онопченко, А. С. Федорова // Свідоцтво про реєстрацію авторського права на твір № 59454 від 28.04 2015.

Пат. України на винахід UA 104041. Генератор кумулятивних струменів / В. В. Борисевич, В. К. Борисевич, А. І. Долматов, І. В. Скорченко, В. В. Третяк, О. І. Сабакар. Власник Національний аерокосмічний університет ім. М.Є Жуковського «Харківський авіаційний інститут». Від 25.12.2013.

Пат. України на корисну модель UA 89871 U. Спосіб обробки матеріалів надвисоким тиском / В. О. Богуслаєв, В. В. Борисевич, В. К. Борисевич, А. І. Долматов, П. Д. Жеманюк, О. Ф. Оніпко, О. І. Сабакар, В. В. Третяк. Від 12.05.2014. Власник Українська академія наук.

Пат. України на корисну модель UA 104206. Безшаботний імпульсний молот / В. В. Борисевич, В. К. Борисевич, М. С. Матусевич, А. В. Онопченко, В. В. Третяк, М. Чехресаз. Від 10.01.2014. Власник Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут».

Пат. на корисну модель 124031 Україна, МПК (2018.01) B21D 26/00 B21D 26/06 (2006.01). Пристрій для штампування циліндричних листових заготовок з односторонньою деформованою зоною / В. В. Третяк, А. А. Федорова, О. С. Дулов, В. Д. Кубрак ; заявник і власник пат. Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац.

ін-т». – № у 2017 11479 ; заявл. 23.11.2017; опубл. 12.03.2018, Бюл. № 5.

Пат. на корисну модель 126330 Україна, МПК В21D В21D 26/06 (2006.01) В21D 28/14 (2006.01). Пристрій для штампування листових деталей складної рельєфної форми імпульсними джерелами енергії / В. В. Третяк, А. С. Федорова, А. І. Сімакова, В. Д. Сотников; заявник і власник пат. Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т». – № у 2018 01391 ; заявл. 12.02.2018 ; опубл. 27.08.2018, Бюл. № 16.

Пат. України на корисну модель 144163 «Пристрій для штампування об'ємних і листових заготовок імпульсними джерелами енергії» / В. В. Третяк, І. В. Скорченко, В. Ф. Сорокін, В. Д. Сотников, С. В. Худяков // Міністерство економічного розвитку і торгівлі України, 2020 р., № 144163 від 10.09.2020.

Пат. України на корисну модель 150486. «Пристрій для штампування листових деталей імпульсними джерелами» / В. В. Третяк, В. Д. Сотников, Н. Л. Тавріна, І. О. Давидова, О. Д. Некрасов, В. Ф. Сорокін // Міністерство економічного розвитку і торгівлі України, 2021 р., № 150486 23.02.2023.

Рвачов, В. Л. Про одну фінитну функцію / В. Л. Рвачов, В. О. Рвачов // Доповіді АН УРСР. Сер. А. – 1971. – № 8. – С. 705–707.

Рвачов, В. О. Деякі атомарні функції та їх застосування / В. О. Рвачов, Г. О. Старець // Доповіді АН УРСР. Сер. А. – 1983. – № 11. – С. 22– 24.

Третяк, В. В. Формоутворення просторових оболонок за допомогою вибухового штампування / В. В. Третяк // Науч. техн. журнал «Авіаційно-космічна техніка і технології». – 2020. – № 8(168). – С. 146 152.

Третяк, В. В. Конструкція пристрою для штампування товстолистових деталей імпульсними джерелами енергії // В. В. Третяк, В. Ф. Сорокін, О. Д. Некрасов // Матеріали тридцять третьої Всеукраїнської конференції «Нові технології в машинобудуванні» – Харків. Україна. Вересень 4–7 2023 : зб. наук. пр. – С. 55.

Rvachev, V. A. On approximation by means of the function $up(x)$ / V. A. Rvachev // Sov. Math. Dokl. – 1977. – No. 18. – P. 340–342.

ЕКРАННІ ФОРМИ ПРОГРАМИ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ КАВІТАЦІЙНИХ ЯВИЩ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ

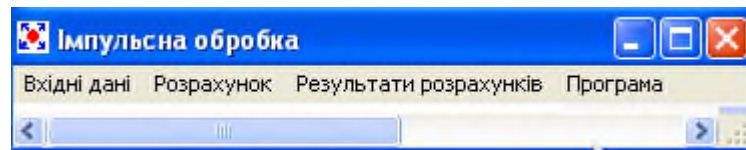


Рис. Д.1. Головна форма програми

Рис. Д.2. Екранна форма для введення характеристики матеріалу заготовки

Рис. Д.3. Екранна форма для введення характеристики заготовки

ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ МАТРИЦІ

Координати точок матриці Тип участка між ними

N°	По оси R	По оси Z	Код
1	0.166999999999916	0	4
2	0.166999999999916	0.00500000000000256	3
3	0.1700000000000073	0.02000000000000102	1
4	0.2029999999999975	0.1000000000000022	2
5	0.2129999999999965	0.1900000000000055	1
6	0.2029999999999975	0.2899999999999964	4
7	0.2029999999999975	0.3299999999999927	0

Типи кривих

- 1 - Конус
- 2 - Вогнутість
- 3 - Випуклість
- 4 - Циліндр

Нова кількість строк таблиці: 7

Змінити таблицю

Склад файла даних

Загрузка з образа: MATR.dat

Загрузка з еталона: MATRY.dat

ГЕОМЕТРИЯ МАТРИЦІ І ЗАГОТОВКИ

Вкрити як Зберегти як Знищити образець

TChart

Геометрия заготовки

TChart

Рис. Д.4. Екранна форма для введення характеристики матриці

Розрахунок кавітаційних явищ

Розрахунок тиску гідропотока за переходами

Po	Rn	Rn'	Un	Un'	Pnw
0.01928	0.18218	0.07124	43.37412	5.21462	4696740.91234
0.01684	0.19963	0.06361	30.87576	3.02853	4327190.99423
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000
0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

Ітогові параметри розрахунку тиску гідропотока за переходами

К. цикл поч. гидр.	К. циклів гидр.	Кінець циклів гидр.	Час дії	Тиск
440	82	522	0.00002	78219249.2869
401	87	488	0.00002	45427982.9517
0	0	0	0.00000	0.00000
0	0	0	0.00000	0.00000
0	0	0	0.00000	0.00000

Розрахунок кавітаційних явищ за переходами

Max швидкість	Max інт.деф. %	Поч. 1 к.	Кінець 1 к.	Товщ. 1 слоя	N точки	Поч. 2 к.	Кін. 2 к.	Всього цикл.	итог
259.7	11.2	6	7	0.00105	2	8	9	57	57
66.3	10.6	6	7	0.00105	1	408	409	53	2
0.0	0.0		0	0.00000	0	0	0	0	0
0.0	0.0		0	0.00000	0	0	0	0	0
0.0	0.0		0	0.00000	0	0	0	0	0

Кількість циклів за переходами

1-ий	2-ий	3-ий	4-ий	5-ий
744	10	0	0	0

beta_k: 84.59826, 77.41315, 0.00000, 0.00000, 0.00000

teta_k: 0.00003, 0.00003, 0.00003, 0.00003, 0.00003

pmax_k: 520818191.88, 445728036.08, 0.00, 0.00, 0.00

lk_k: 359.55264, 237.82405, 0.00000, 0.00000, 0.00000

notr_k: 0.00454, 0.00496, 0.00000, 0.00000, 0.00000

h1: 0.00105, 0.00105, 0.00000, 0.00000, 0.00000

Кавітація: ☒ Розрахунок

Вихід

Рис. Д.5. Екранна форма для розрахунків кавітаційних явищ

ФРАГМЕНТИ ВИХІДНОГО ТЕКСТУ ПРОГРАМИ

unit Unit1; interface uses

Windows, Messages, SysUtils, Classes, Graphics, Controls, Forms,
Dialogs,

Menus,graphic,unit12,unit15,unit31,unit41,unit51,graphic2,

unit6,ffile,ExtCtrls;

Type TForm1 = class(TForm)

MainMenu1: TMainMenu;

...

procedure N2Click(Sender: TObject);

procedure N6Click(Sender: TObject);

procedure N3Click(Sender: TObject);

procedure N4Click(Sender: TObject);

procedure N5Click(Sender: TObject);

procedure N12Click(Sender: TObject);

procedure N13Click(Sender: TObject);

procedure N14Click(Sender: TObject);

procedure N15Click(Sender: TObject);

procedure N9Click(Sender: TObject);

procedure N16Click(Sender: TObject);

procedure N17Click(Sender: TObject);

procedure N18Click(Sender: TObject);

private

{ Private declarations }

```

public
{ Public declarations }
end; var  Form1: TForm1;  implementation
uses unit400 , Unit7, Unit8;
{$R *.DFM}
procedure TForm1.N2Click(Sender: TObject);
begin form3.show; end;
procedure TForm1.N6Click(Sender: TObject);
begin form4.show; end;
procedure TForm1.N3Click(Sender: TObject);
begin form31.show; end;
procedure TForm1.N4Click(Sender: TObject);
begin form41.show; end;
procedure TForm1.N5Click(Sender: TObject);
begin matr.show; end;
procedure TForm1.N12Click(Sender: TObject);
begin  form1.close; end;
procedure TForm1.N13Click(Sender: TObject);
begin form2.show; end;
procedure TForm1.N14Click(Sender: TObject);
begin  form2g.show; end;
procedure TForm1.N15Click(Sender: TObject);
begin ffileas.show; end;
procedure TForm1.N9Click(Sender: TObject);
begin form8.Show; end;

```

```

procedure TForm1.N16Click(Sender: TObject);
begin form6.show; end;

procedure TForm1.N17Click(Sender: TObject);
begin form4.Show; end;

procedure TForm1.N18Click(Sender: TObject);
begin FORM7.Show; end; end.

```

...

```

unit Unit8; interface uses

```

```

  Windows, Messages, SysUtils, Variants, Classes, Graphics, Controls,
  Forms,

```

```

  Dialogs, ExtCtrls, StdCtrls, Buttons;

```

```

type

```

```

  TForm8 = class(TForm)   Panel1: TPanel;

```

```

    Label1: TLabel;   Label2: TLabel;

```

```

    Label3: TLabel;   Label4: TLabel;

```

```

    Label5: TLabel;   Edit1: TEdit;

```

```

    Edit2: TEdit;   Edit3: TEdit;

```

```

    Edit4: TEdit;   Edit5: TEdit;

```

```

    Image1: TImage;   BitBtn1: TBitBtn;

```

```

    BitBtn2: TBitBtn;   Label7: TLabel;

```

```

    BitBtn3: TBitBtn;   BitBtn4: TBitBtn;

```

```

    Label6: TLabel;   Label8: TLabel;

```

```

    Edit6: TEdit;   Edit7: TEdit;

```

```

    OpenDialog1: TOpenDialog;

```

```

    Label9: TLabel;   Label10: TLabel;

```

```

    BitBtn5: TBitBtn; Label11: TLabel;

```

```

CheckBox1: TCheckBox;   Button1: TButton;
Button2: TButton;   procedure BitBtn1Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn2Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn3Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn4Click(Sender: TObject);
procedure BitBtn5Click(Sender: TObject);
procedure Button1Click(Sender: TObject);
procedure Button2Click(Sender: TObject);
private   { Private declarations }   public
        { Public declarations }   end;
//-----
Const     Cf7=3;Ct4=1;Ctf=4;
Type
ikavm=array[1..5] of integer;
adavgi=array[1..5]of real;
kavm=array[1..5,1..50]of integer;
aa1=array[1..60] of real;
nagruzka=array[1..5,1..4,1..3]of real;
term=array[1..5] of string;
ar8 = array[1..10] of integer;
od = array[1..11] of real;
dd = array[1..41] of real;
point =record
        x,y :integer;
end;

```

Var

```
Cutct,Dkp,E,Gm,Zgi,Rgi,Gi,Dkk,  
Dkn,Hkn,Zkk,Znk,tol,kkk           :real;  
n,nm,i,Selelt,Nomlt,sel,ni,nt,npereh :integer;  
rm,zm                               :od;  
rp,zp,rmti,zmti                     :dd;  
ju                                   :ar8;  
FV,fq,fqd,fqu,fm,fr,fz,fzr,fgx,fqs :Text;  
Ch                                   :Char;  
editfile,filepereh,cicls,pers:string;  
nagruzka1:nagruzka;  
term1:term;  
davg1:adavg1;
```

var

Form8: TForm8; implementation

...

uses Unit15, Unit7, unit4001, unit6,unit51;

Procedure ReadFileMe(Var Cutct,Dkp,E,Gm:real);

Begin assign(Fm,'Metal.dat'); Reset(Fm);

readln(Fm,Cutct,Dkp,E,Gm); Close(Fm); end;

///-----

Procedure ReadFileKavit;//(ikav:ikavm;kavmin:kavm;kavmax:kavm);

var iikav,nomer:integer;

ikav:ikavm;kavmin:kavm;kavmax:kavm;

begin for nomer:=1 to 5 do begin

```

    if nomerk=1 then assignfile(Fz,'kavit1.dat');
if nomerk=2 then assignfile(Fz,'kavit2.dat');
if nomerk=3 then assignfile(Fz,'kavit3.dat');
if nomerk=4 then assignfile(Fz,'kavit4.dat');
if nomerk=5 then assignfile(Fz,'kavit5.dat');

    Reset(Fz);

    readln(Fz,ikav[nomerk]);
for iikav:=1 to ikav[nomerk] do
begin
readln(Fz,kavmin[nomerk,iikav],kavmax[nomerk,iikav]);
end;

    Closefile(Fz); end;
end;

```

...

```

Procedure ReadFileGeomZ(var Dkk,Dkn,Hkn,Zkk,Znk,tol:real;var
N:integer;kkk:real);

```

```

    Begin      assignfile(Fz,'Zagot.dat');    Reset(Fz);

    readln(Fz,Dkk,Dkn,Hkn,Zkk,Znk,tol,N,kkk);    Closefile(Fz);    end;

```

...

```

Procedure ReadFileMZariad ( var nagruzka1:nagruzka;var term1:term);

```

```

var i1i,j1j,k1k:integer;    begin      assignfile(fz,'outmassiv.dat');

```

```

    Reset(fz);

```

```

for i1i:=1 to 5 do begin      for j1j:=1 to 4 do begin

```

```

    for k1k:=1 to 3 do begin      readln(fz,nagruzka1[i1i,j1j,k1k]);

```

```

    end; end; end;      for i:=1 to 5 do      begin

```

```

    readln(fz,term1[i]);

```

```
end;      closefile (fz);  end;
```

```
...
```

```
Procedure ReadFileZarad(Var Zgi,Rgi,Gi:real);
```

```
begin
```

```
    assignfile(Fz,'Zarad.dat');  Reset(Fz);
```

```
    readln(Fz,Zgi,Rgi,Gi);      Closefile(Fz);  end;
```

```
Procedure ReadFile(Var nm:integer;var rm,zm:od;var ju:ar8);
```

```
Begin      assignfile(Fv,'MATR.dat');
```

```
    Reset(Fv);  readln(Fv,nm);
```

```
for i := 1 to nm do      begin      readln(Fv,rm[i],zm[i],ju[i]);  
    end;
```

```
    Closefile(Fv);
```

```
end;
```

```
Procedure Remarc;
```

```
label 1000,1001,1002,2000,2001,3000,7000;
```

```
Const gr=5;k=4;fr=20;fd=8;fe=41;nf=3;ff=23;
```

```
    anu=0.333;
```

```
Type  kav=array [1..50] of integer;
```

```
    kavmin=array[1..5,1..50]of integer;
```

```
    kavmax=array[1..5,1..50]of integer;
```

```
    adavgi=array[1..5] of real;
```

```
arr = array[1..gr]      of real;
```

```
    ar1 = array[1..k,1..gr]  of real;    ar2 = array[1..k,1..fr]  of real;
```

```
    ar3 = array[1..fr]      of real;    ar4 = array[1..fd]      of real;
```

```
    ar5 = array[1..fe,1..fd] of real ;    ar6 = array[1..fr,1..nf] of real;
```

```

ar7 = array[1..fe] of real;   rlr = array[1..ff] of real;
rlr_k = array[1..ff,1..3] of real;   dv = array[1..10,1..3] of real;
ar9 = array[1..fe] of integer;   tip_=array[1..5,1..3] of real;
gi_=array[1..5,1..3] of real;   rgi_=array[1..5,1..3] of real;
zgi_=array[1..5,1..3] of real;   term_=array[1..5] of string;
nagruz_=array[1..3] of real

```

...

```

gidro=array[1..5]of integer;
Var Pgp :gidro; ikongidropotok:gidro;
inachgidropotok:gidro; davgi:adavgi;
bbby:adavgi; ikav:kav; ikavmin:kavmin; ikavmax:kavmax;
nagruzka1:nagruzka;term1:term;
aq_:nagruz_;rql_:nagruz_;zql_:nagruz_;slr_:nagruz_;bq_:nagruz_;

```

...

```

tip_m:tip_; gi_m:gi_; rg_m:rgi_; zg_m:zgi_; term_m:term_;
thi,tki,qi,roi,nin,rog :arr;   bbi :ar1;
atm :ar2;   ch,cb,ak,af,b1f,bef :ar3;
jlx,jua :ar8;   dtr :ar4;
cutpr1,cutpr2,epfucp,eptecp,sd,en,sct,e3,es,cuo,fpl :ar5;
ab :ar6;   zma,arm,azm
:od;
akx :dv;

```

```

ds,steta,tkon,str,ssm,scorr,scorz,e3i,r,z,doteta,ant,rmt,anf,

```

```

amf,amt,rprec,zprec,dso,ro,cteta,qteta,rbp,zbp,ams,vr,pr,pz,rc :ar7;

jx,jz                                :ar9;

am71,am72,am73,dlr,cnk,dav,pmax,teta,sila          :rlr;

dlr_k,cnk_k,dav_k,pmax_k,teta_k          :rlr_k;

a1,a2,a3,a7,a23,ar,br,d77,e,cutct,dkp,ept,um,ud,un,gm,tol,am,
dkn,rnk,hkn,dkk,rkk,zkk,znk,tng,dt,dxy,cnu,ai,ak1,ai2,tt,slr,
rnext,znext,zt,dteta,epfuc,eptetc,ez,eint,deptec,etl,dsr,
dsf,dsz,dts,cutte1,cutte2,funt,cutt1s,cutt2s,cuttn1,cuttn2,
al,bl,bp,anl,bt,depfuc,aln,etl,aa1,bb1,c1,aq,rql,bq,zql,gi_it,gi_itog
:real;

nmu,key,n76,m5,n78,m7,m8,nu,nnm,nkm,npt,ipt,jp,ns,i2,N,ko,
i9,nz1,j,hic,iw,jw,kw,ii9,i00,nomitd,hic100,per,cicl,ikavi,iikavi,ika :integer;

aqq,kavitas:string;

```

...

```

Procedure OutputTime(filepereh:string);

```

```

Begin      for i:=1 to n do      begin
writeln(fqs,i2:3,i:3,r[i]:10:4,z[i]:10:4{,pmax[i]:15:2,vr[i]:10:4,tol:10:4,'
',rbp[i]:10:4,' ',zbp[i]:10:4});      end; end;

```

...

```

Procedure Output(var npereh:integer);

```

```

Begin  if npereh=1 then Assignfile(fqu,'outcicl1.dat');

      if npereh=2 then Assignfile(fqu,'outcicl2.dat');  if npereh=3 then
Assignfile(fqu,'outcicl3.dat');

      if npereh=4 then Assignfile(fqu,'outcicl4.dat');  if npereh=5 then
Assignfile(fqu,'outcicl5.dat');

```

...

ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
1. ОПИС СУЧАСНОГО СТАНУ НАНОСТЕМ, НАНОМАТЕРІАЛІВ І НАНОТЕХНОЛОГІЙ.....	5
2. ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ ВАРІАЦІЙНИХ МЕТОДІВ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ ШВИДКІСНОЇ ДЕФОРМАЦІЇ ТІЛ.....	7
3. ФУНКЦІЇ ТРИЗНАЧНОЇ ЛОГІКИ.....	13
4. ДЕЯКІ ПРЕДИКАТИВНІ РІВНЯННЯ ТРИЗНАЧНОЇ ЛОГІКИ.....	19
5. ОБЕРНЕНА ПРОСТОРОВА ЗАДАЧА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ.....	24
6 АНАЛІТИЧНІ ГРАНИЧНІ ЗАДАЧІ НА ОСНОВІ МОЛЕКУЛЯРНО-КІНЕТИЧНОЇ ТЕОРІЇ САМОАСЕМБЛЮВАННЯ ЕФЕКТУ БРІДЖМЕНА.....	33
7. СТРУКТУРИ РОЗВ'ЯЗАННЯ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ КУМУЛЯТИВНИХ СТРУМЕНІВ В УМОВАХ ПРОЦЕСУ ТЕПЛОПРОВІДНОСТІ.....	42
8. ЕЛЕМЕНТИ МАГНІТНОЇ ГІДРОДИНАМІКИ КУМУЛЯТИВНИХ СТРУМЕНІВ.....	47
9. ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ОТРИМАННЯ НАНОМАТЕРІАЛІВ І СТРУКТУРНИХ МІКРОПЛІВОК У ГЕНЕРАТОРАХ КУМУЛЯТИВНИХ СТРУМЕНІВ.....	52
БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК.....	58
Додаток 1. ЕКРАННІ ФОРМИ ПРОГРАМИ ДЛЯ РОЗРАХУНКІВ КАВІТАЦІЙНИХ ЯВИЩ ПРИ ІМПУЛЬСНОМУ НАВАНТАЖЕННІ	60
Додаток 2. ФРАГМЕНТИ ВИХІДНОГО ТЕКСТУ ПРОГРАМИ.....	62

Наукове видання

**Долматов Анатолій Іванович
Борисевич Володимир Володимирович
Третяк Володимир Васильович**

**РОЗВ'ЯЗАННЯ АНАЛІТИЧНИХ ГРАНИЧНИХ ЗАДАЧ
МІКРО- і НАНОСИСТЕМ**

Редактор Н. М. Сікульська

Зв. план, 2024

Підписано до видання 28.11.2024

Ум. друк. арк. 4. Обл.-вид. арк. 4,5. Електронний ресурс

Видавець і виготовлювач
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
<http://www.khai.edu>
Видавничий центр «ХАІ»
61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17
izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001