

СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Навчальний посібник

Харків «ХАІ» 2024

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Навчальний посібник

Харків «ХАІ» 2024

УДК 519.816(075.8)
С40

Колектив авторів:

О. С. Пічугіна, Ю. О. Скоб, В. О. Халтурін, К. П. Коробчинський

Рецензенти: канд. техн. наук, доц. В. Є. Стрілець,
канд. техн. наук, доц. Є. С. Меньяйлов

Системи та методи прийняття рішень [Електронний ресурс] : навч. посіб.
С40 / О. С. Пічугіна, Ю. О. Скоб, В. О. Халтурін, К. П. Коробчинський. –
Харків : Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т»,
2024. – 50 с.

Наведено матеріали практичних і лабораторних робіт, варіанти розрахункової роботи, що стосуються оволодіння методом аналізу ієрархій як підходом до розв’язання слабоструктурованих задач прийняття. Велику увагу приділено покроковій реалізації завдань у середовищі Excel та інтерпретації отриманих результатів у термінах теорії прийняття рішень.

Для студентів інженерних спеціальностей, які вивчають курси «Системи та методи прийняття рішень», «Інтелектуальні системи підтримки прийняття рішень».

Іл. 3. Табл. 29. Бібліогр.: 9 назв

УДК 519.816(075.8)

© Колектив авторів, 2024

© Національний аерокосмічний
університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут», 2024

ВСТУП

Ми щодня приймаємо рішення – значні й незначні, пов’язані з бізнесом, особистими й суспільними справами. У давнину люди приймали рішення, керуючись інтуїцією, висновками астрологів і віщунів.

Розвиток науки, ускладнення економічних і соціальних зв’язків і відносин зумовили розроблення спеціальної області наукового знання – теорії прийняття рішень (теорії ПР, ТПР), що базується насамперед на теорії ймовірностей і математичній статистиці (ТМС). Формування основ ТМС припадає на кінець XVII ст. – початок XVIII ст., хоча задовго до цього часу люди почали замислюватися над характером імовірнісних процесів і намагалися вивчати їх. Могутній поштовх практичному використанню підрахунку шансів дало відкриття Колумбом Америки. Пожвавилися зовнішньоторговельні морські перевезення, а отже, й страхова справа, розширилися банківські операції, почала розвиватися кредитна система. Усе це потребувало оцінювання ризику, і підрахунок шансів зі світу азартних ігор перейшов у світ економіки.

Школяр, який вступає до університету, або брокер, котрий скуповує і продає акції, – усі вони вирішують завдання вибору кращого варіанта дій. У цих завданнях є багато спільного, зокрема схеми аналізу варіантів дій, які прийнято називати методами ПР (МПР).

ПР завжди містить певну послідовність різноманітних і взаємозв’язаних дій, які, з одного боку, можна систематизувати з допомогою «дерева рішень», з іншого – зменшити кількість зайвих дій, використовуючи статистичні тести.

Отже, на запитання «Як прийняти рішення?» є відповідь, яку нам дає ТПР. Її методи використовують насамперед для прийняття складних і важливих рішень. Спеціально з цією метою створюються програмні комплекси, що допомагають приймати рішення, але вони дають лише поради.

На жаль, керівники (особи, що приймають рішення, ОПР) не завжди дослухаються до порад, які дають їм спеціалізовані системи, хоча від того, наскільки грамотно й кваліфіковано виконується процес ПР, залежить успіх розвитку підприємства.

Існує безліч МПР та їх класифікацій, одна з яких – за ступенем невизначеності вхідних даних:

- ✓ задачі ПР (ЗПР) в умовах визначеності (для розв’язання використовуються методи багатокритеріальної оптимізації та цільове програмування);
- ✓ ЗПР в умовах ризику (для розв’язання використовуються стохастичне програмування, теорія корисності, аналіз даних, ТМС);
- ✓ ЗПР в умовах невизначеності (основний метод розв’язання – це метод аналізу ієрархій (MAI), який і використано в цій роботі).

Розглянемо МАІ більш детально. Під час ПР і прогнозування результатів ОПР зазвичай стикається зі складною системою взаємозалежних компонентів (ресурси, бажані результати або цілі, особи й групи осіб), яку необхідно проаналізувати. За МАІ дослідження навіть дуже складних проблем зводяться до послідовності попарних порівнянь їх окремих складових. Цей метод, який ще називають методом Сааті, – відносно нова теорія, становлення якої відбувалося в 70-ті роки в США. МАІ широко застосовують у різних галузях економіки, промисловості, при плануванні розвитку в умовах невизначеності. Метод застосовують і в багатьох інших сферах життя: купівля автомобіля, квартири, вибір роботи, розподіл енергії, капіталу тощо.

Приймаючи рішення, експерт або експертна група проводить декомпозицію складної проблеми на складові компоненти, досліджує відношення між ними і встановлює взаємозв'язки. Потім окремі елементи ієрархії порівнюються між собою. Результатом етапу декомпозиції є модель реальної ситуації, побудована у вигляді ієрархії, вершиною якої є загальна мета досліджуваної проблеми.

Другим етапом МАІ є синтез суджень. Результатом буде числовий вектор, за яким можна робити висновки щодо пріоритетності того чи іншого елемента при виборі загальної мети ієрархії.

Основні кроки ПР з допомогою МАІ:

- ✓ будування ієрархії проблеми;
- ✓ попарне порівняння елементів ієрархії;
- ✓ математичне оброблення отриманих даних.

1 ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Теорія прийняття рішень (ТПР) – сукупність математичних і числових методів, орієнтованих на вибір найкращої альтернативи, якщо при цьому виключається перебирання всіх варіантів вибору.

Прийняття рішення (ПР) – це особливий процес людської діяльності, спрямований на вибір найкращого варіанта дії.

Особа, що приймає рішення (ОПР), – це людина, котра здійснює вибір найкращого варіанта дій.

Власник проблеми (ВП) – людина, яка, на думку оточення, повинна розв'язувати проблему і бути відповідальною за прийняте рішення.

Активна група (АГ) – група людей зі спільними інтересами, що намагається вплинути на процес ПР.

Експерт (Е) – професіонал у певній галузі, до якого звертаються всі особи, залучені до процесу ПР.

Консультант (аналітик із ПР) – незалежна особа, котра допомагає ОПР і ВП правильно поставити задачу, виявити позиції АГ і організувати роботу з експертом.

Альтернатива $A_i, i=\overline{1,m}$ – варіант дії. Для постановки задачі ПР має бути хоча б дві альтернативи.

Критерій оцінювання альтернатив $K_j, j=\overline{1,n}$ – показник привабливості альтернатив для ОПР.

Задачі ПР в умовах невизначеності – це задачі, кількісна інформація про параметри яких повністю або частково є невідомою, а нестача інформації доповнюється суб'єктивним оцінюванням експертами, які оперують наданими числовими даними. МАІ є основним методом розв'язання цих задач.

Ієрархія – це вид системи, який базується на припущенні, що всі її елементи можуть групуватися в окремі множини, при цьому елементи окремих множин є незалежними. Усі вони перебувають під впливом елементів іншої групи вищого рівня, а самі впливають на елементи груп нижчого рівня.

Виокремлюють такі основні **види ієрархій**:

- ✓ *домінантні* – такі, що мають основу у вершині;
- ✓ *холархії* – ієрархії зі зворотними зв'язками;
- ✓ *модулярні* – такі, у яких кількість елементів на кожному наступному рівні збільшується (тобто ієрархія розширюється);
- ✓ *повні* – такі, де кожен елемент певного рівня є критерієм для всіх елементів наступного рівня.

Елементи й рівні ієрархії:

Рівень 0. Фокус ієрархії – загальна мета досліджуваної проблеми. Фокусів може бути кілька, якщо розв'язується задача в кількох періодах або областях.

Рівень 1. Сили ієрархії – такі, з допомогою яких досягається основна

мета ієрархії і які визначають поведінку її учасників.

Рівень 2. *Актори* – діючі учасники ієрархії.

Рівень 3. *Цілі акторів* – цілі учасників ієрархії.

Рівень 4. *Політики* – санкціоновані засоби досягнення цілей акторами.

Рівень 5. *Альтернативи* – стани системи, які можна одержати після застосування політик.

Рівень 6. *Узагальнені альтернативи* – у яких інтегрується кілька окремих альтернатив для оцінювання післядії прийнятих рішень.

В ієрархії може не бути деяких рівнів, але обов'язковими є фокус, рівень альтернатив і хоча б один рівень критеріїв.

2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ ПРО ВИБІР КОМП'ЮТЕРА, БУДУВАННЯ ВІДПОВІДНОЇ ІЄРАРХІЇ

Перед кожним із нас щоденно постає вибір якогось товару народного споживання. Якщо це вибір повсякденної та не дуже коштовної речі, до вибору можна ставитися більш або менш відповідально, адже цей процес потребує і часу, і сил. Якщо ж ідеться про вибір речі, яка купується раз на кілька років, то має велике значення, наскільки вона задовольнятиме наші потреби, зважений вибір і всі витрати, пов'язані з цим, є цілком виправданими. Наприклад, нехай треба вибрати комп'ютер (див. Додаток А). ОПР проаналізувала свої фінансові можливості, а також технічні властивості кількох базових моделей і вибрала чотири комп'ютери (далі «Комп'ютери А–Г»), які є альтернативами. Фокусом (головною метою) ієрархії буде задоволення вибраною моделлю (далі «Задоволення комп'ютером», ЗК). Вихідні дані для варіантів завдань надано в Додатку Б.

З усієї різноманітності показників і факторів вибору ОПР зупинилася на тих, які, на її погляд, є найбільш суттєвими (далі «Рівень основних критеріїв», ОК):

- ✓ вартість комп'ютера (ВК, K_1);
- ✓ виплата з розстроченням (ВР, K_2);
- ✓ місткість пам'яті (МП, K_3);
- ✓ частота процесора (ЧП, K_4);
- ✓ наявність CD-ROM (CD, K_5);
- ✓ наявність аксесуарів (Ак, K_6);
- ✓ розміри монітора (РМ, K_7);
- ✓ випромінювання монітора (ВМ, K_8).

Для якісного порівняння альтернатив за наведеними критеріями ОПР також вирішила об'єднати критерії в групи (далі «Рівень груп критеріїв», ГК):

- ✓ економічні ($ГК_1 - K_1 - K_2$);
- ✓ технічні ($ГК_2 - K_3 - K_7$);
- ✓ екологічні ($ГК_3 - K_8$).

Побудуємо домінантні ієрархії цієї задачі: вертикальну зверху вниз (рисунки 2.1), горизонтальну зліва направо (рисунки 2.2).

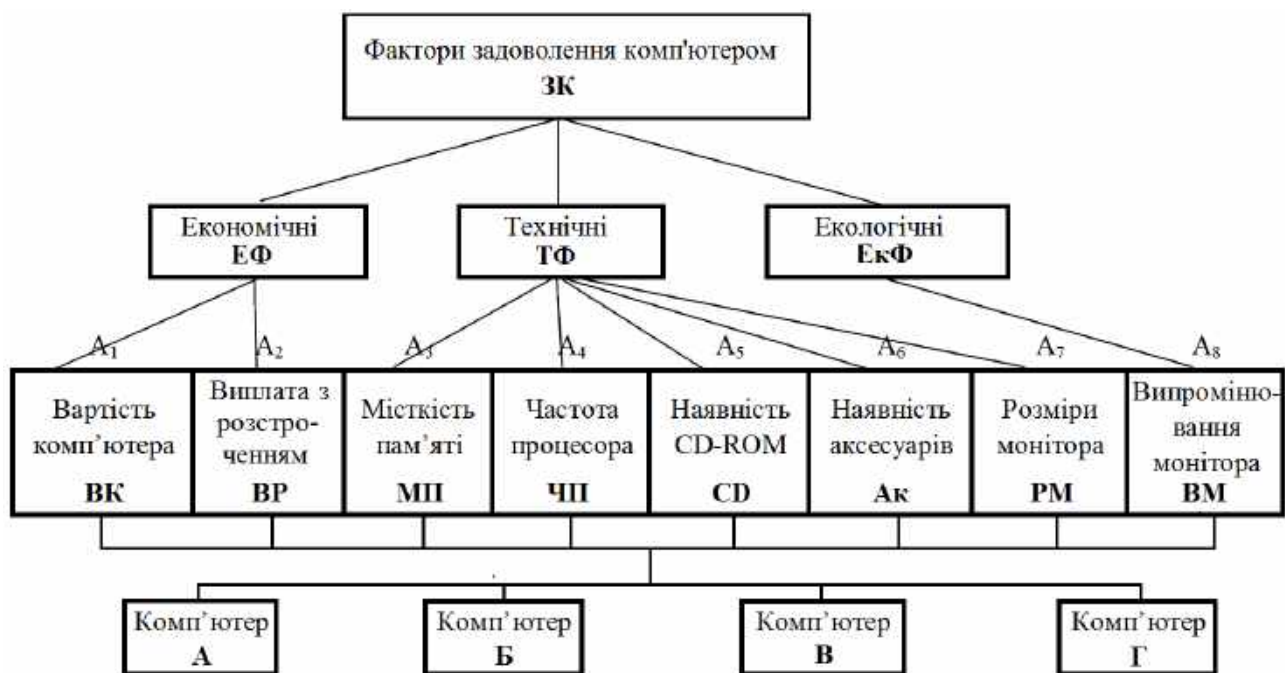


Рисунок 2.1 – Вертикальна ієрархія «Задоволення комп'ютером»

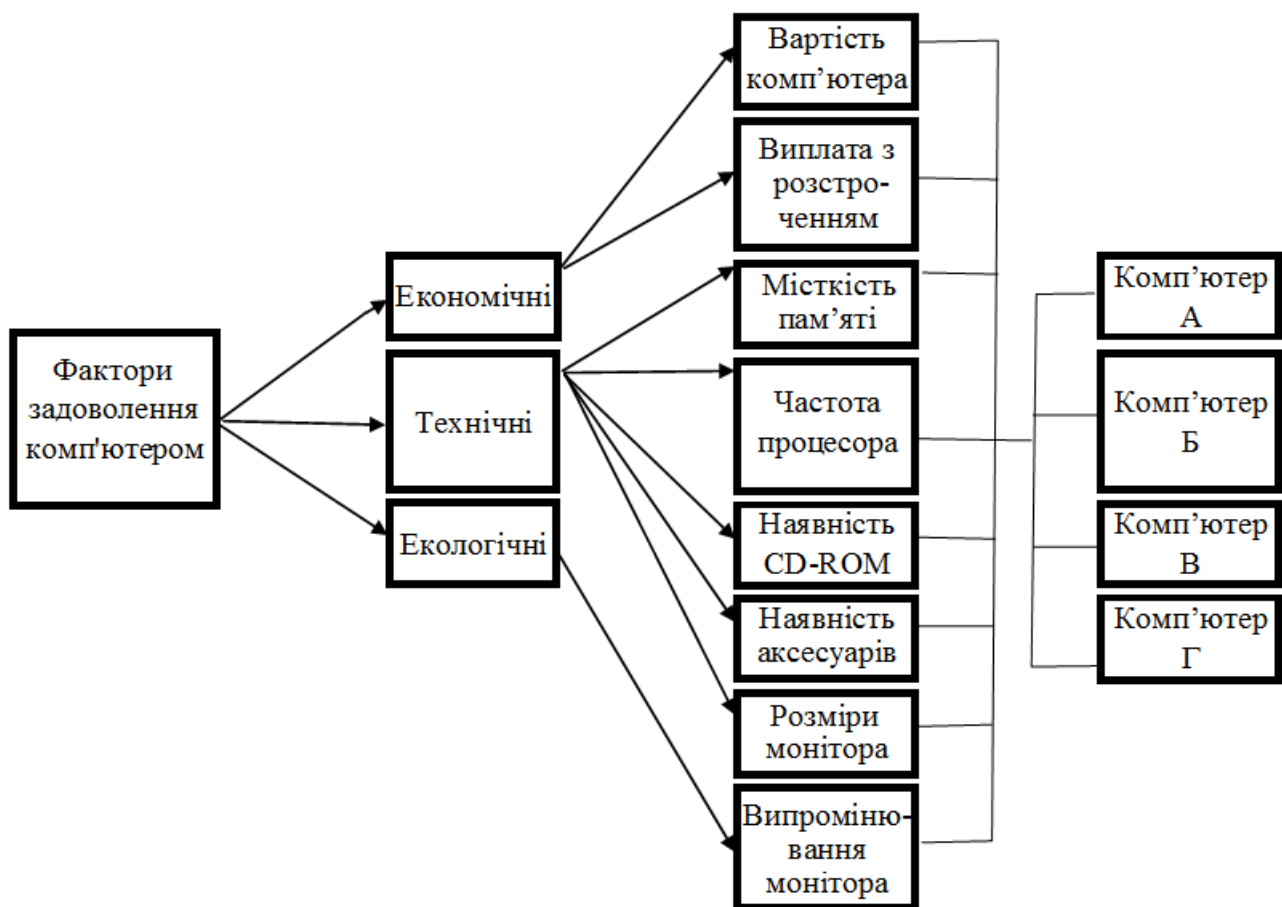


Рисунок 2.2 – Горизонтальна ієрархія «Задоволення комп'ютером»

3 СКЛАДАННЯ МАТРИЦЬ ПОПАРНИХ ПОРІВНЯНЬ

Елементи кожного рівня попарно порівнюються за певним критерієм, при цьому оцінки зазвичай даються якісні. Для того щоб якісні оцінки перевести у кількісні, використовують шкалу Сааті (таблиця 3.1).

Таблиця 3.1 – Шкала Сааті

Ступінь значущості	Означення	Коментар
1	Однакова значущість	Елементи порівняння дають однакову змогу досягти мети
3	Слабка (незначна) значущість Деяка перевага першого елемента вибору над другим	Є деякі факти на користь першого, але їх недостатньо
5	Суттєва (сильна) значущість	Є надійні дані, щоб довести перевагу першого над другим
7	Очевидна (дуже сильна) значущість	Обґрунтована перевага першого над другим
9	Абсолютна значущість	Факти про перевагу першого над другим є абсолютно очевидними
2, 4, 6, 8	Вибираються для відображення проміжних значень між сусідніми точками зору	

Результатом таких дій є заповнені матриці попарних порівнянь (матриця ПП, МПП). Нехай $A_1, \dots, A_n$ – елементи порівняння за критерієм K . МПП – це матриця $A = (a_{ij})_{i,j=\overline{1,n}}$, де a_{ij} – коефіцієнт ПП (КПП) елемента A_i над A_j за шкалою Сааті, відповідно

$$a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}} \quad (3.1)$$

є КПП елемента A_j над A_i ($i, j = \overline{1, n}$). Усі $a_{ij} \in \left[\frac{1}{9}, 9 \right]$. МПП є обернено-симетричною й додатною, тому для її заповнення достатньо визначити C_n^2 елементів вище від головної діагоналі.

Для ієрархії «Вибір комп'ютера» з варіантом задано послідовність МПП кожного рівня:

✓ на нульовому рівні одна МПП, у якій три критерії порівнюються відносно фокуса ієрархії – ЗК (рисунки 3.1 і таблиця В.1), тобто це – матриця вимірності 3;

✓ на першому рівні три МПП, у яких порівнюються критерії всередині групи, а кількість зв'язків визначає вимірність цих МПП, тобто задано три МПП вимірністю 2, 5 і 1 відповідно (таблиці В.2–В.4);

✓ на другому рівні вісім МПП, у яких порівнюються альтернативи відносно восьми основних критеріїв (таблиці В.5–В.12). Вимірності цих МПП (4) визначаються кількістю альтернатив.

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Економічні (ЕФ)	Технічні (ТФ)	Екологічні (ЕкФ)
Економічні (ЕФ)	1	1/6	1/3
Технічні (ТФ)	6	1	3
Екологічні (ЕкФ)	3	1/3	1

Рисунок 3.1 – МПП 0-го рівня

Проаналізуємо МПП 0-го рівня поелементно: на цьому рівні є три елементи порівняння: A_1 – економічні фактори (ЕФ), A_2 – технічні фактори (ТФ), A_3 – екологічні фактори (ЕкФ). Критерій порівняння K – задоволення комп'ютером (ЗК).

Коефіцієнти попарних порівнянь для діагональних елементів:

✓ $a_{11} = a_{22} = a_{33} = 1$;

✓ $a_{12} = \frac{1}{6}$ – означає, що технічні фактори є важливішими за економічні, точніше, цифра 6 означає, що ОПР не може визначитися, якою є значущість технічних факторів порівняно з економічними – суттєвою чи абсолютною;

✓ $a_{13} = \frac{1}{3}$ – означає, що екологічні фактори є дещо (несуттєво) важливішими за економічні;

✓ $a_{23} = 3$ – означає, що технічні фактори також є дещо (несуттєво) важливішими за екологічні.

Елементи нижче від діагоналі заповнюємо за формулою (3.1):

$$a_{21} = \frac{1}{a_{12}} = \frac{1}{1/6} = 6; a_{31} = \frac{1}{a_{13}} = 3; a_{32} = \frac{1}{a_{23}} = \frac{1}{3}.$$

4 ПОШУК ЛОКАЛЬНИХ ПРІОРИТЕТІВ

Нехай у МПП порівнюються елементи $A_1, \dots, A_n$. Вектор локальних пріоритетів (вектор ЛП, ВЛП) – це вектор $p = (p_i)_{i=1, \overline{n}}$, елементи якого свідчать про відносну вагу (важливість) кожного елемента порівняння в досягненні відповідного критерію. У загальному випадку ВЛП можна знайти з допомогою головного власного вектора (головного ВВ, ГВВ) матриці $A - x_{\max}$, тобто ВВ матриці, що відповідає максимальному її власному значенню (ВЗ) $\lambda_{\max}$. Виявляється, що оскільки МПП A – обернено-симетрична й додатна, то $\lambda_{\max} > 0$, $x_{\max} \geq 0$, а ВЛП можна одержати нормуванням $x_{\max}$:

$$p = \frac{x_{\max}}{\sum_{i=1}^n x_{\max i}}. \quad (4.1)$$

Для пошуку $x_{\max}$, $\lambda_{\max}$ використаємо такий метод: координати

$$x_{\max} = v = (v_i)_{i=1, \overline{n}} \quad (4.2)$$

шукаються як середнє геометричне рядків матриці:

$$v_i = \sqrt[n]{\prod_{j=1}^n a_{ij}}, i = \overline{1, n}, \quad (4.3)$$

тоді в цих позначеннях ВЛП

$$p = (p_i)_{i=1, \overline{n}} = \left(\frac{v_i}{\sum_{j=1}^n v_j} \right)_{i=1, \overline{n}}. \quad (4.4)$$

Для пошуку $\lambda_{\max}$ знайдемо допоміжний вектор λ :

$$\lambda = (\lambda_i)_{i=1, \overline{n}}, \quad (4.5)$$

де

$$\lambda_i = \frac{\sum_{j=1}^n a_{ij} v_j}{v_i}, i = \overline{1, n}, \quad (4.6)$$

тоді

$$\lambda_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i}{n}. \quad (4.7)$$

Знаходимо ВЛП, наприклад, для МПП 0-го рівня (таблиця 4.1).

Таблиця 4.1 – Пошук ВЛП та $\lambda_{\max}$ для МПП 0-го рівня

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Економічні (ЕФ)	Технічні (ТФ)	Екологічні (ЕКФ)	ГВВ $v=(v_i)_i$	ВЛП $p=(p_i)_i$	$\Sigma a_{ij}v_j$	λ_i
Економічні (ЕФ)	1	1/6	1/3	0,382	0,095	1,152	3,018
Технічні (ТФ)	6	1	3	2,621	0,655	7,910	3,018
Екологічні (ЕКФ)	3	1/3	1	1,000	0,250	3,018	3,018
Сума				4,002			9,055
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=				
3,018	0,009	0,580	0,016				

За формулою (4.3) (в «Excel» можна використати формулу =СРГЕОМ())

$$v_1 = \sqrt[3]{a_{11}a_{12}a_{13}} = \sqrt[3]{1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3}} = 0,382;$$

$$v_2 = \sqrt[3]{a_{21}a_{22}a_{23}} = \sqrt[3]{6 \cdot 1 \cdot 3} = 2,621;$$

$$v_3 = \sqrt[3]{a_{31}a_{32}a_{33}} = \sqrt[3]{3 \cdot 1/3 \cdot 1} = 1.$$

Отже, за виразом (4.2) $v = (v_i)_{i=1,3} = \begin{pmatrix} 0,382 \\ 2,621 \\ 1 \end{pmatrix},$

$$\sum_{i=1}^3 v_i = 0,382 + 2,621 + 1 = 4,002.$$

Відповідно за формулою (4.4) ВЛП матиме вигляд

$$p = (p_i)_{i=1,3} = \left(\frac{v_i}{\sum_{j=1}^n v_j} \right)_{i=1,3} = \frac{1}{4,002} \begin{pmatrix} 0,382 \\ 2,621 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix}.$$

Для подальшого аналізу знайдемо також $\lambda_{\max}$, а саме:

а) за рівнянням (4.6)

$$\lambda_1 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{1j}v_j}{v_1} = \frac{a_{11}v_1 + a_{12}v_2 + a_{13}v_3}{v_1} = \frac{1 \cdot 0,382 + 1/6 \cdot 2,621 + 1/3 \cdot 1}{0,382} = \frac{1,152}{0,382} = 3,018;$$

$$\lambda_2 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{2j}v_j}{v_2} = \frac{a_{21}v_1 + a_{22}v_2 + a_{23}v_3}{v_2} = \frac{6 \cdot 0,382 + 1 \cdot 2,621 + 3 \cdot 1}{2,621} = \frac{7,910}{2,621} = 3,018;$$

$$\lambda_3 = \frac{\sum_{j=1}^4 a_{3j} v_j}{v_3} = \frac{a_{31} v_1 + a_{32} v_2 + a_{33} v_3}{v_3} = \frac{3 \cdot 0,382 + 1/3 \cdot 2,621 + 1 \cdot 1}{1} = \frac{3,018}{1} = 3,018;$$

б) за виразом (4.5) вектор $\lambda = (\lambda_i)_{i=\overline{1,3}} = \begin{pmatrix} 3,018 \\ 3,018 \\ 3,018 \end{pmatrix};$

в) за формулою (4.7) $\sum_{i=1}^3 \lambda_i = 3,018 + 3,018 + 3,018 \approx 9,055,$

$$\lambda_{\max} = \frac{\sum_{i=1}^3 \lambda_i}{3} = \frac{9,055}{3} = 3,018.$$

Усі результати заносимо до розрахункової таблиці 4.1 і таблиці Г.1.

Результати розрахунків для наступних рівнів наведено в Додатках Д і Е, а саме: а) рівень 1 – у таблицях Д.1–Д.3, б) рівень 2 – у таблицях Е.1–Е.8.

Вектори ЛП усіх МПП кожного рівня (див. Додатки Г, Д, Е) об'єднують у матриці, які називають матрицями ЛП (МЛП) відповідних рівнів: нехай $i = \overline{0, m}$ – номер рівня, $n_i, i = \overline{0, m}$, – кількість елементів i -го рівня. Тоді МЛП i -го рівня

$$A_i = A^i = (p_i^j)_{j=\overline{1, n_i}} \quad (4.8)$$

є матрицею вимірності $n_{i+1} \times n_i$, де p_j^i – ВЛП j -ї МПП i -го рівня. Неважко побачити, що якщо $n_0 = 1$, то

$$A_0 = A^0 = (p_0^1) = p_0^1, \quad (4.9)$$

тобто МЛП 0-го рівня – це вектор-стовпець пріоритетів.

Оскільки ця ієрархія є тривірневою, буде сформовано три МЛП – $A_0 = A^0, A_1 = A^1 = A^I, A_2 = A^2 = A^{II}$, наведені в додатку Ж.

5 ПЕРЕВІРКА УЗГОДЖЕНОСТІ МПП

Для того щоб на результати аналізу ВЛП можна було покладатися, дані МПП не мають бути суперечливими, інакше кажучи, МПП має бути узгодженою. Слід зазначити, що повна узгодженість обернено-симетричної матриці є еквівалентною рівності її максимального ВЗ $\lambda_{\max}$ вимірності n матриці попарних порівнянь, що в реальних задачах досягається лише для МПП малої вимірності. Таким чином, на практиці перевіряють не повну узгодженість МПП, а її достатню узгодженість, попередньою ознакою якої є близькість її $\lambda_{\max}$ до вимірності МПП ($\lambda_{\max} \approx n$).

Для перевірки міри узгодженості використовуються такі позначення:

$$IY = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} \text{ – індекс узгодженості (ІУ);} \quad (5.1)$$

$$BI = \frac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} IY_i - \text{випадковий } IY (BI), \quad (5.2)$$

що є усередненим IY за 100 обернено-симетричними додатними МПП, згенерованими випадковим чином за рівномірним розподілом. Для $n \leq 15$ складено спеціальні таблиці для визначення BI .

$$BY = \frac{IY}{BI} - \text{відношення узгодженості (BY)}. \quad (5.3)$$

За значеннями BY роблять такі висновки щодо міри узгодженості:

а) якщо $BY = 0$, то матриця A є повністю узгодженою; (5.4)

б) якщо $BY \in (0; 0,1]$, то матриця A є достатньо узгодженою; (5.5)

в) якщо $BY \in (0,1; 0,2]$, то матриця A є слабо узгодженою; (5.6)

г) якщо $BY > 0,2$, то матриця A є неузгодженою. (5.7)

Перевіримо узгодженість МПП 0-го рівня (див. таблицю 4.1).

За попереднім аналізом $\lambda_{\max} = 3,018 \approx 3 = n$, отже, A не є повністю узгодженою, але, імовірно, є достатньо узгодженою.

Проведемо основний аналіз:

✓ за формулою (5.1) $IY = \frac{\lambda_{\max} - n}{n - 1} = \frac{3,018 - 3}{3 - 1} = \frac{0,018}{2} = 0,009$;

✓ за таблицею 5.1 $BI = BI_n = BI_3 = 0,58$;

✓ за виразом (5.2) $BY = \frac{IY}{BI} = \frac{0,009}{0,58} = 0,016$.

Таблиця 5.1 – Випадкові індекси узгодженості BI , $n \leq 15$

n	BI
1	0
2	0
3	0,58
4	0,9
5	1,12
6	1,24
7	1,32
8	1,41
9	1,45
10	1,49
11	1,51
12	1,48
13	1,56
14	1,56
15	1,59

Оскільки $BY = 0,046 < 0,1$, за ознакою (5.5) матриця A є достатньо узгодженою.

Аналіз і висновки щодо міри узгодженості МПП усіх рівнів наведено в Додатках Г, Д, Е, а саме рівень 0 – у таблиці Г.1, рівень 1 – у таблицях Д.1–Д.3 (як видно, одна з трьох МПП є недостатньо узгодженою), рівень 2 – у таблицях Е.1–Е.8 (як видно, усі МПП, окрім однієї, є недостатньо узгодженими). Це свідчить насамперед про те, що ієрархія в цілому не буде узгодженою, тобто на результати МАІ гарантовано покладатися не можна.

6 ГЛОБАЛЬНІ ПРІОРИТЕТИ. ПОВНИЙ АНАЛІЗ ІЄРАРХІЇ

Основна мета МАІ – це визначення пріоритетів альтернатив щодо основної мети (фокуса) ієрархії, оскільки це дає змогу впорядкувати альтернативи насамперед за ступенем переваги для ОПР, більше того, кількісно оцінити переваги, що також допомагає зробити правильний остаточний вибір. Пріоритети альтернатив відносно фокуса ієрархії утворюють вектор глобальних пріоритетів $\bar{p}$ (ВГП), який є результатом синтезу всіх рівнів ієрархії. Синтез відбувається з нижнього рівня до верхнього. Так, матриця A_m МЛП m -го рівня (див. формулу (4.8)) виражає пріоритети елементів m -го рівня відносно елементів рівня $(m-1)$. Якщо провести синтез двох останніх рівнів $(m, m-1)$, а саме знайти матрицю

$$A_{m-1, m} = A^{m-1, m} = A_m A_{m-1}, \quad (6.1)$$

то виявиться, що вона виражає пріоритети m -го рівня відносно елементів рівня $(m-2)$. Синтез проводиться далі аналогічно:

$$A_{m-2, m-1, m} = A^{m-2, m-1, m} = A^{m-2} A^{m-1, m}, \dots; \quad (6.2)$$

$$A_{0,1,\dots,m} = A^0 A^{1,2,\dots,m-1,m}. \quad (6.3)$$

Оскільки МЛП 0-го рівня містить один стовпець (див. вираз (4.9)), результатом синтезу всіх рівнів $A_{0,1,\dots,m}$ буде також вектор, який виражатиме пріоритети останнього рівня, тобто рівня альтернатив, відносно загальної мети ієрархії, тобто це й буде шуканий ВГП:

$$\bar{p} = (\bar{p}_i)_{i=1, n_m} = A_{0,1,\dots,m}. \quad (6.4)$$

ВГП можна обчислити по-різному. У цій роботі буде розглянуто два способи – повний (ПАІ) і частковий (ЧАІ) аналіз ієрархії.

Своєю чергою, є два способи ПАІ:

- 1) синтез пріоритетів по всій ієрархії;
- 2) синтез пріоритетів по окремих гілках ієрархії.

Для ієрархії «Вибір комп'ютера» можна застосувати обидва способи й порівняти результат.

Спочатку з Додатка Ж випишемо МЛП (4.8), (4.9):

✓ МЛП 0-го рівня

$$A^0 = p_0^I = \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix}; \quad (6.5)$$

✓ МЛП 1-го рівня

$$A^I = A^1 = (p_1^j)_{j=\overline{1,3}} = \begin{pmatrix} 0,8 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,161 & 0 \\ 0 & 0,176 & 0 \\ 0 & 0,411 & 0 \\ 0 & 0,166 & 0 \\ 0 & 0,087 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (6.6)$$

Оскільки різні МПП 1-го рівня мають різну вимірність, попарно порівнюються не всі елементи рівня, тому решту елементів стовпців МЛП 1-го рівня доповнено нулями;

✓ МЛП 2-го рівня

$$A^{II} = A^2 = (p_2^j)_{j=\overline{1,8}} = \begin{pmatrix} 0,221 & 0,289 & 0,163 & 0,099 & 0,061 & 0,134 & 0,409 & 0,664 \\ 0,386 & 0,159 & 0,489 & 0,179 & 0,235 & 0,499 & 0,133 & 0,083 \\ 0,157 & 0,171 & 0,044 & 0,353 & 0,297 & 0,117 & 0,308 & 0,138 \\ 0,237 & 0,381 & 0,304 & 0,369 & 0,407 & 0,250 & 0,150 & 0,115 \end{pmatrix}. \quad (6.7)$$

Спосіб 1 ПАІ. Починаємо синтез із рівня $m = 2$. За формулою (6.1)

$$A^{I,II} = A^{1,2} = A^{II} A^I = \begin{pmatrix} 0,234 & 0,126 & 0,664 \\ 0,340 & 0,301 & 0,083 \\ 0,160 & 0,237 & 0,138 \\ 0,266 & 0,335 & 0,115 \end{pmatrix}. \quad (6.8)$$

За виразами (6.2)–(6.4)

$$\overline{p} = p_{012} = A^{0,I,II} = A^{0,1,2} = A^{I,II} A^0 = \begin{pmatrix} 0,271 \\ 0,250 \\ 0,205 \\ 0,274 \end{pmatrix}. \quad (6.9)$$

Усі результати наведено також у Додатку Ж (спосіб 1), зокрема

$\bar{p} =$	Задоволення комп'ютером	Альтернативи
	0,271	Комп'ютер А
	0,250	Комп'ютер Б
	0,205	Комп'ютер В
	0,274	Комп'ютер Г

означає, що найпривабливішим для ОПР є комп'ютер Г (його відносна вага становить 27,4 %). Якщо з якихось причин такий вибір зробити не вдасться, то слід вибрати наступний за пріоритетністю – комп'ютер А (із відносною вагою 27,1 %), потім комп'ютер Б (27,4 %), і лише за ним – комп'ютер В (20,5 %).

Спосіб 2 ПАІ. У МЛП 2-го рівня (6.7) виокремимо три підматриці (див. Додаток Ж (спосіб 2)), що відповідають кожній ГК:

$$A^{\Pi} = A^2 = (A^{\Pi(1)}, A^{\Pi(2)}, A^{\Pi(3)}), \quad (6.10)$$

де

$$A^{\Pi(1)} = \begin{pmatrix} 0,221 & 0,289 \\ 0,386 & 0,159 \\ 0,157 & 0,171 \\ 0,237 & 0,381 \end{pmatrix}; \quad A^{\Pi(2)} = \begin{pmatrix} 0,163 & 0,099 & 0,061 & 0,134 & 0,409 \\ 0,489 & 0,179 & 0,235 & 0,499 & 0,133 \\ 0,044 & 0,353 & 0,297 & 0,117 & 0,308 \\ 0,304 & 0,369 & 0,407 & 0,250 & 0,150 \end{pmatrix};$$

$$A^{\Pi(3)} = \begin{pmatrix} 0,664 \\ 0,083 \\ 0,138 \\ 0,115 \end{pmatrix}.$$

Проводимо синтез по трьох гілках окремо, причому на відміну від виразу (6.6) ВЛП 1-го рівня не доповнюємо нулями, а беремо дані безпосередньо з таблиць Д.1–Д.3:

$$\checkmark \quad p_{12}^1 = p_{I,\Pi}^1 = A^{\Pi(1)} \cdot p_1^1 = \begin{pmatrix} 0,221 & 0,289 \\ 0,386 & 0,159 \\ 0,157 & 0,171 \\ 0,237 & 0,381 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0,8 \\ 0,2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,234 \\ 0,340 \\ 0,160 \\ 0,266 \end{pmatrix};$$

$$\checkmark \quad p_{12}^2 = p_{I,II}^2 = A^{II(2)} p_1^2 = \begin{pmatrix} 0,163 & 0,099 & 0,061 & 0,134 & 0,409 \\ 0,489 & 0,179 & 0,235 & 0,499 & 0,133 \\ 0,044 & 0,353 & 0,297 & 0,117 & 0,308 \\ 0,304 & 0,369 & 0,407 & 0,250 & 0,150 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,161 \\ 0,176 \\ 0,411 \\ 0,166 \\ 0,087 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,126 \\ 0,301 \\ 0,237 \\ 0,335 \end{pmatrix};$$

$$\checkmark \quad p_{12}^3 = p_{I,II}^3 = A^{II(3)} p_1^3 = \begin{pmatrix} 0,664 \\ 0,083 \\ 0,138 \\ 0,115 \end{pmatrix} (1) = \begin{pmatrix} 0,664 \\ 0,083 \\ 0,138 \\ 0,115 \end{pmatrix}.$$

Неважко побачити, що три одержані стовпці в сукупності точно утворюють МЛП $A^{I,II}$ (див. формулу (6.8)), тобто по гілках здійснено синтез двох останніх рівнів ієрархії:

$$A^{I,II} = \begin{pmatrix} p_{12}^1 & p_{12}^2 & p_{12}^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^{II(1)} p_1^1 & A^{II(2)} p_1^2 & A^{II(3)} p_1^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,234 & 0,26 & 0,664 \\ 0,340 & 0,301 & 0,083 \\ 0,160 & 0,237 & 0,138 \\ 0,266 & 0,335 & 0,115 \end{pmatrix}.$$

Наступною є дія за формулою (6.9). Очевидно, що результат і висновки у способах 1 і 2 є аналогічними. Отже,

$$\bar{p} = \begin{pmatrix} 0,271 \\ 0,250 \\ 0,205 \\ 0,274 \end{pmatrix}$$

є результатом перегляду ієрархії як у цілому, так і по окремих гілках.

Висновки. Дві альтернативи (комп'ютери А і Г) мають майже однакову вагу (27,1 і 27,4 %), отже, при остаточному виборі слід звернути увагу на фактори, що не враховувалися досі, наприклад дизайн або сервіс. Узагалі кажучи, розбіжність між найкращою (комп'ютер Г) і найгіршою (комп'ютер Б) альтернативами є не дуже суттєвою. Це свідчить про те, що можна вибрати всі представлені комп'ютери. Однак ці висновки будуть обґрунтованими лише тоді, коли ієрархія в цілому буде достатню узгодженою (див. розділ 8).

7 ЧАСТКОВИЙ АНАЛІЗ ІЄРАРХІЇ

Якщо ієрархія є великою, а впорядкувати альтернативи необхідно якомога швидше, то здійснюють частковий аналіз ієрархії (ЧАІ). Його можна проводити за одним або кількома головними критеріями будь-якого рівня. Можна також здійснити суттєво скорочений аналіз ієрархії,

вибираючи на кожному рівні лише головні критерії. На відміну від ПАІ при ЧАІ синтез відбувається зверху вниз.

Результатом синтезу перших двох рівнів буде вектор

$$A_{0,1} = A^1 A^0 = A^1 A^0 = p_{0,1}, \quad (7.1)$$

що відображає пріоритети основних критеріїв (ОК) для досягнення основної мети ієрархії.

Якщо вибрати із цих критеріїв головні, то подальший аналіз буде проводитися лише за ними, що суттєво зменшить кількість аналізованих вхідних даних і обсяг розрахунків.

Аналогічно далі при синтезуванні l перших рівнів одержимо

$$A_{0,1,\dots,l} = A^0 A^{1,2,\dots,l-1} = p_{0,1,\dots,l}, \quad (7.2)$$

що є вектором пріоритетів критеріїв рівня $l+1$ відносно мети ієрархії. Вибираючи найбільші його елементи, можна провести подальший аналіз за головними цілями рівня $l+1$.

Проведемо для ієрархії «Вибір комп'ютера» ЧАІ за головними критеріями (головними вважатимемо критерії, найбільші за значеннями вектора (7.2), чия сумарна вага є не меншою за 50 %). Усі результати ЧАІ наведено в Додатку И.

За виразом (7.1)

$$p_{0,1} = A^{0,1} = A^1 A^0 = A^1 A^0 = \begin{pmatrix} 0,8 & 0 & 0 \\ 0,2 & 0 & 0 \\ 0 & 0,161 & 0 \\ 0 & 0,176 & 0 \\ 0 & 0,411 & 0 \\ 0 & 0,166 & 0 \\ 0 & 0,087 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,076 \\ 0,019 \\ 0,105 \\ 0,115 \\ 0,269 \\ 0,109 \\ 0,057 \\ 0,250 \end{pmatrix}. \quad (7.3)$$

Для наочності результати занесемо до таблиці 7.1.

Аналізуємо $p_{0,1} = (w_i)_{i=1,8}$ поелементно. Найбільшими його координатами є w_5, w_8 , сумарна вага яких $w_5 + w_8 = 0,269 + 0,250 = 0,519 = 51,9\% > 50\%$, отже, при виборі комп'ютера ОПР звертає увагу насамперед на критерії CD і BM, тобто на наявність пристрою для компактного диска і низьке випромінювання монітора.

Далі серед восьми векторів МЛП A^2 (6.7) розглядатимемо лише відповідні два:

$$(p_2^5, p_2^8) = \left(\begin{pmatrix} 0,061 \\ 0,235 \\ 0,297 \\ 0,407 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,664 \\ 0,083 \\ 0,138 \\ 0,115 \end{pmatrix} \right).$$

Таблиця 7.1 – Визначення головних цілей (критеріїв) 1-го рівня

Критерій	Задоволення комп'ютером
ВК = A ₁	0,076
ВР = A ₂	0,019
П = A ₃	0,105
ЧП = A ₄	0,115
CD = A ₅	0,269
Ак = A ₆	0,109
РМ=A ₇	0,057
ВМ=A ₈	0,250

Будуємо допоміжний вектор:

$$p' = w_5 p_2^5 + w_8 p_2^8 = 0,269 \begin{pmatrix} 0,061 \\ 0,235 \\ 0,297 \\ 0,407 \end{pmatrix} + 0,250 \begin{pmatrix} 0,664 \\ 0,083 \\ 0,38 \\ 0,115 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,016 \\ 0,063 \\ 0,080 \\ 0,110 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,166 \\ 0,021 \\ 0,034 \\ 0,029 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,182 \\ 0,084 \\ 0,114 \\ 0,138 \end{pmatrix}.$$

Оскільки $\sum_{i=1}^4 p'_i = w_5 + w_8 = 0,269 + 0,250 = 0,519 \neq 1$, то проводимо нормування p' :

$$\overline{p'} = \frac{p'}{\sum_{i=1}^4 p'_i} = \frac{1}{0,519} \begin{pmatrix} 0,351 \\ 0,162 \\ 0,220 \\ 0,267 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,351 \\ 0,162 \\ 0,220 \\ 0,267 \end{pmatrix} - \text{це й буде ВГП, отриманий з}$$

допомогою ЧАІ.

Проаналізуємо його поелементно (див. Додаток И).

Висновок: з таблиці 7.2 видно, що найпривабливішим є комп'ютер А (його відносна вага становить 35,1 %). Якщо такий вибір зробити не вдасться, то слід вибрати наступний за пріоритетністю комп'ютер Г (26,7 %), потім комп'ютер В (22 %), а вже за ним – комп'ютер Б (16,2 %).

Таблиця 7.2 – Аналіз результатів ЧАІ

Альтернатива	$\overline{p'}$
Комп'ютер А	0,351
Комп'ютер Б	0,162
Комп'ютер В	0,220
Комп'ютер Г	0,267

Порівняємо результати ПАІ та ЧАІ: числові значення пріоритетів альтернатив, одержані обома способами, є досить різними, найбільш відрізняються пріоритети комп'ютерів А (27,1 % при ПАІ й 35,1 % при ЧАІ) і Б (25 % при ПАІ й 16,2 % при ЧАІ). Результати підсумкового впорядкування альтернатив за цими двома способами відрізняються, але спільним є те, що найкращими елементами вибору є комп'ютери А і Г, найгіршими – Б і В.

8 ПЕРЕВІРКА УЗГОДЖЕНОСТІ ВСІЄЇ ІЄРАРХІЇ

Результати синтезу локальних пріоритетів буде обґрунтовано лише тоді, коли буде узгоджено ієрархію в цілому. Для перевірки узгодженості ієрархії вводяться такі позначення:

- ✓ $i = \overline{0, m}$ – номер рівня;
- ✓ $P_i, i = \overline{0, m}$ – рівень ієрархії;
- ✓ n_i – кількість елементів на $P_i, i = \overline{0, m}$;
- ✓ $IY^{(i)}$ – числовий індекс узгодженості (числовий ІУ) рівня $P_i, i = \overline{0, m}$;
- ✓ $\overline{IY}^{(i)} = \left(IY_j^{(i)} \right)_{j=\overline{1, n_i}}$ – векторний індекс узгодженості (векторний ІУ) P_i , де $IY_j^{(i)}$ – ІУ j -ї МПП рівня $P_i, i = \overline{0, m}$;
- ✓ $BI^{(i)}$ – числовий ВУ рівня $P_i, i = \overline{0, m}$;
- ✓ $\overline{BI}^{(i)} = \left(BI_j^{(i)} \right)_{j=\overline{1, n_i}}$ – векторний ВУ рівня P_i , де $BI_j^{(i)}$ – ВУ j -ї МПП на рівні $P_i, i = \overline{0, m}$.

1. Для кожного рівня $P_i (i = \overline{0, m})$ числові індекси узгодженості й числові випадкові індекси узгодженості шукаємо з використанням відповідних векторних індексів за формулами

$$IY^{(0)} = \overline{IY}^{(0)}; BI^{(0)} = \overline{BI}^{(0)}; \quad (8.1)$$

$$IY^{(i)} = \overline{IY}^{(i)T} \cdot p_{0,\dots,i-1}^1; BI^{(i)} = \overline{BI}^{(i)T} \cdot p_{0,\dots,i-1}^1, i=\overline{1,m}, \quad (8.2)$$

де $p_{0,\dots,i}^1, i=\overline{1,m-1}$ знайдено за виразом (7.2).

2. Визначаємо індекс узгодженості ієрархії

$$IY^{(ip)} = \sum_{i=0}^m IY^{(i)}. \quad (8.3)$$

3. Визначаємо випадковий індекс узгодженості ієрархії:

$$BI^{(ip)} = \sum_{i=0}^m BI^{(i)}. \quad (8.4)$$

4. Визначаємо відношення узгодженості ієрархії:

$$BY^{(ip)} = \frac{IY^{(ip)}}{BI^{(ip)}}. \quad (8.5)$$

За аналогією з відношенням узгодженості МПП (5.4)–(5.7) робимо висновок про ступінь узгодженості ієрархії в цілому.

Складемо векторні індекси узгодженості й випадкові індекси узгодженості всіх рівнів.

✓ Рівень 0 (із таблиць 6.1 і Г.1):

$$\overline{IY}^{(0)} = (IY_1^{(0)}) = (0,009); \quad \overline{BI}^{(0)} = (BI_1^{(0)}) = (0,58).$$

✓ Рівень 1 (із таблиць Д.1–Д.3):

$$\overline{IY}^{(1)} = \begin{pmatrix} IY_1^{(1)} \\ IY_2^{(1)} \\ IY_3^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,238 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \overline{BI}^{(1)} = \begin{pmatrix} BI_1^{(1)} \\ BI_2^{(1)} \\ BI_3^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,12 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

✓ Рівень 2 (із таблиць Е.1–Е.8):

$$\overline{IY}^{(2)} = \begin{pmatrix} IY_1^{(2)} \\ IY_2^{(2)} \\ IY_3^{(2)} \\ IY_4^{(2)} \\ IY_5^{(2)} \\ IY_6^{(2)} \\ IY_7^{(2)} \\ IY_8^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,639 \\ 1,305 \\ 0,010 \\ 0,969 \\ 1,201 \\ 1,949 \\ 2,261 \\ 0,808 \end{pmatrix}; \quad \overline{BI}^{(2)} = \begin{pmatrix} BI_1^{(2)} \\ BI_2^{(2)} \\ BI_3^{(2)} \\ BI_4^{(2)} \\ BI_5^{(2)} \\ BI_6^{(2)} \\ BI_7^{(2)} \\ BI_8^{(2)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \end{pmatrix}.$$

5. Знайдемо числові IY і BI всіх рівнів.

✓ Рівень 0 – за формулою (8.1):

$$IY^{(0)} = \overline{IY}^{(0)} = 0,009; \quad BI^{(0)} = \overline{BI}^{(0)} = 0,9.$$

✓ Рівень 1 – за виразом (8.2), (6.5) при $i = 1$:

$$IY^{(1)} = \overline{IY}^{(1)T} p_0^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2,238 \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix} = (0 \quad 2,238 \quad 0) \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix} = 1,465;$$

$$BI^{(1)} = \overline{BI}^{(1)T} p_0^1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1,12 \\ 0 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix} = (0 \quad 1,12 \quad 0) \begin{pmatrix} 0,095 \\ 0,655 \\ 0,250 \end{pmatrix} = 0,733.$$

✓ Рівень 2 – за формулами (7.3), (8.2) при $i = 2$:

$$IY^{(2)} = \overline{IY}^{(2)T} p_{0,1}^1 = \begin{pmatrix} 1,639 \\ 1,305 \\ 0,010 \\ 0,969 \\ 1,201 \\ 1,949 \\ 2,261 \\ 0,808 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0,076 \\ 0,019 \\ 0,105 \\ 0,115 \\ 0,269 \\ 0,109 \\ 0,057 \\ 0,250 \end{pmatrix} =$$

$$= (1,639 \quad 1,305 \quad 0,010 \quad 0,969 \quad 1,201 \quad 1,949 \quad 2,261 \quad 0,808) \begin{pmatrix} 0,076 \\ 0,019 \\ 0,105 \\ 0,115 \\ 0,269 \\ 0,109 \\ 0,057 \\ 0,250 \end{pmatrix} = 1,128;$$

$$BI^{(2)} = \overline{BI}^{(2)T} p_{0,1}^1 = \begin{pmatrix} 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \\ 0,9 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 0,076 \\ 0,019 \\ 0,105 \\ 0,115 \\ 0,269 \\ 0,109 \\ 0,057 \\ 0,250 \end{pmatrix} =$$

$$= (0,9 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9) \begin{pmatrix} 0,076 \\ 0,019 \\ 0,105 \\ 0,115 \\ 0,269 \\ 0,109 \\ 0,057 \\ 0,250 \end{pmatrix} = 0,9.$$

За виразами (8.3), (8.4) знаходимо індекс узгодженості IY й випадковий індекс узгодженості BI :

$$IY^{(i^o p)} = IY^{(0)} + IY^{(1)} + IY^{(2)} = 0,009 + 1,465 + 1,128 = 2,602;$$

$$BI^{(i^o p)} = BI^{(0)} + BI^{(1)} + BI^{(2)} = 0,58 + 0,733 + 0,9 = 2,213.$$

За формулою (8.5) знаходимо відношення узгодженості:

$$BY^{(i^o p)} = \frac{IY^{(i^o p)}}{BI^{(i^o p)}} = \frac{2,602}{2,213} = 1,176.$$

Оскільки $BY^{(i^o p)} = 2,213 > 0,2$, то (див. формулу (5.7)) ієрархія є недостатньо узгодженою (ці результати наведено також у Додатку К).

ВИСНОВКИ

За результатами застосування МАІ найпривабливішими варіантами при виборі комп'ютера є моделі Г і А. Однак оскільки ієрархія в цілому виявилася неузгодженою, на отримані результати аналізу ієрархії не можна повністю покладатися і перш ніж робити остаточний вибір, необхідно узгодити деякі дані (це стосується насамперед однієї МПП 1-го рівня). Якщо після її уточнення узгодженість ієрархії загалом не буде досягнуто, то уточнення потребують майже всі МПП 2-го рівня).

Ситуація з неузгодженістю ієрархії загалом є абсолютно природною для даних, які згенеровано випадковим чином, що має місце в цьому випадку. При розв'язанні практичних задач прийняття рішень з допомогою МАІ ОПР або група експертів заповнюють матриці попарних порівнянь, виходячи з реальних даних, отже сформовані МПП зазвичай є достатньо узгодженими, відповідно результати МАІ є обґрунтованими.

Коли розв'язується складна задача прийняття рішень і залучається експертна група, потребується застосування методів агрегування експертних оцінок і перевірка їх узгодженості. При цьому існують два контрастних підходи, один з яких полягає в тому, що ідентичні за структурою МПП заповнює кожен експерт. Потім ці матриці спеціальним чином агрегуються і отримується множина агрегованих МПП, після чого метод аналізу ієрархій застосовується один раз стандартним чином. Другий підхід полягає в тому, що кожен експерт заповнює множину МПП для власної ієрархії, аналізує її, отримуючи вектор глобальних пріоритетів, а потім ці вектори агрегуються за всіма експертами. Інструментом перевірки узгодженості думок експертів є дисперсійний коефіцієнт конкордації, що дає також змогу виявити, які саме думки експертів є найбільш неузгодженими, і саме за цими оцінками й необхідно проводити додаткове опитування експертів з метою узгодження їх думок стосовно спірних питань.

Таким чином, метод аналізу ієрархії є потужним інструментом розв'язання складних задач прийняття рішень, що дають змогу подати процес прийняття рішень у формі ієрархії. Для гарантії отримання обґрунтованих висновків щодо порівняння альтернатив декомпозицію проблеми на складові частини, які належать до ієрархії, проводять доти, доки ОПР зможе якісно порівняти елементи отриманих матриць попарних порівнянь і заповнити їх за шкалою Сааті.

Подальший процес розв'язання задачі прийняття рішень з допомогою МАІ є стандартизованим і відповідає викладеному вище матеріалу в цьому посібнику.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

- Вітлінський, В. В. Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний. – Київ : Борисфен, 1996. – 326 с.
- Волошин, О. Ф. Моделі та методи прийняття рішень / О. Ф. Волошин, С. О. Мащенко. : навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. – 2-ге вид., переробл. і доп. – Київ : Вид.-поліграф. центр «Київський університет», 2010. – 336 с.
- Ситник, В. Ф. Системи підтримки прийняття рішень : навч. посіб. / В. Ф. Ситник. – Київ : КНЕУ, 2009. – 614 с.
- Теорія прийняття рішень : підручник / М. П. Бутко, І. М. Бутко, В. П. Мащенко та ін. ; за заг. ред. М. П. Бутка. – Київ : Центр учбової літератури, 2015. – 360 с.
- Ус, С. А. Моделі й методи прийняття рішень : навч. посіб. / С. А. Ус, Л. С. Коряшкіна. – Дніпропетровськ : Нац. гірн. ун-т, 2014. – 300 с.
- Eddowes, M. Decision Making Techniques / M. Eddowes, R. Stansfield. – 2nd edition. – Longman, 1991. – 675 p.
- Saaty, T. L. Fundamentals of Decision Making and Priority Theory With the Analytic Hierarchy Process / T. L. Saaty. – 1st edition. – RWS Publications, 2001. – 248 p.
- Saaty, T. L. Conflict Resolution: The Analytic Hierachy Approach / T. L. Saaty, J. M. Alexander. – New York : Praeger Pub, 1989. – 272 p.
- Taha, H. A. Operations Research: an Introduction / H. A. Taha. – 10th edition. – Harlow, London, New York, Boston, Amsterdam, Munich : Pearson, 2017. – 843 p.

ДОДАТОК А

Завдання для самостійної роботи

Проаналізувати трирівневу ієрархію з вибору комп'ютера (див. рисунок 2.1), що найбільше задовольнить споживача (вихідні дані вибираються згідно з варіантом)

Виконати такі завдання:

1. Для всіх матриць попарних порівнянь (МПП) на всіх рівнях:

а) знайти наближені вектори локальних пріоритетів (ВЛП) з допомогою середньо-геометричного рядків МПП;

б) знайти наближене максимальне власне значення, індекс узгодженості й випадковий індекс узгодженості;

в) знайти відношення узгодженості та з його допомогою перевірити МПП на узгодженість, виокремивши класи «повністю узгоджена МПП», «достатньо узгоджена МПП», «слабо узгоджена МПП» та «неузгоджена МПП».

2. Провести повний аналіз ієрархії (ПАІ):

а) здійснити синтез локальних пріоритетів усіх рівнів знизу вверх і знайти вектор глобальних пріоритетів:

– по ієрархії в цілому;

– по окремих гілках;

б) перевірити ідентичність результатів ПАІ, одержаних обома способами;

в) проінтерпретувати результати стосовно впорядкування альтернатив за пріоритетністю в досягненні мети ієрархії. Проаналізувати числові значення міри пріоритетності альтернатив і критеріїв. Зробити висновок про вибір найкращої альтернативи й до якої міри вона є кращою за інші альтернативи.

3. Провести частковий аналіз ієрархії (ЧАІ):

а) здійснити синтез локальних пріоритетів усіх рівнів зверху вниз і знайти вектор глобальних пріоритетів:

– по головних цілях першого рівня;

– по головних цілях кожного з рівнів критеріїв;

б) проінтерпретувати результати обох способів стосовно впорядкування альтернатив за пріоритетністю у досягненні мети ієрархії. Проаналізувати числові значення міри пріоритетності альтернатив і критеріїв. Зробити висновки про вибір найкращої альтернативи і до якої міри вона є кращою за інші альтернативи;

в) порівняти результати ПАІ, одержані обома способами.

4. Порівняти результати ПАІ і ЧАІ. Перевірити узгодженість. Зробити висновки стосовно обґрунтованості результатів МАІ.

ДОДАТОК Б

Вихідні дані

Варіант 1

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	8	9	
1/8	1	9	
1/9	1/9	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/3
A ₂	3	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/8	1/5	6	4
A ₄	8	1	5	5	9
A ₅	5	1/5	1	8	1/9
A ₆	1/6	1/5	1/8	1	1/4
A ₇	1/4	1/9	9	4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/7	1/5	1/9	A	1	1/6	1/9	1/5	A	1	1/3	1/3	1/3	A	1	1/2	1/2	1/3
Б	7	1	1/2	1/4	Б	6	1	1/8	1/6	Б	3	1	1	1/3	Б	2	1	1/6	1/3
В	5	2	1	3	В	9	8	1	2	В	3	1	1	6	В	2	6	1	6
Г	9	4	1/3	1	Г	5	6	1/2	1	Г	3	3	1/6	1	Г	3	3	1/6	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/5	1/5	6	A	1	5	9	3	A	1	1/3	7	2	A	1	1/2	1/6	2
Б	5	1	1/3	9	Б	1/5	1	2	5	Б	3	1	1/3	1/8	Б	2	1	4	1/8
В	5	3	1	9	В	1/9	1/2	1	1/5	В	1/7	3	1	8	В	6	1/4	1	8
Г	1/6	1/9	1/9	1	Г	1/3	1/5	5	1	Г	1/2	8	1/8	1	Г	1/2	8	1/8	1

Варіант 2

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	8	1/7	
1/8	1	8	
7	1/8	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	8
A ₂	1/8	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	8	1/8	7	9
A ₄	1/8	1	5	4	6
A ₅	8	1/5	1	1	1/9
A ₆	1/7	1/4	1	1	1/6
A ₇	1/9	1/6	9	6	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/8	9	1	A	1	9	1	1/7	A	1	6	4	1/8	A	1	1/2	1/5	1/8
Б	8	1	1/8	1/9	Б	1/9	1	1/9	7	Б	1/6	1	1/2	2	Б	2	1	1/6	2
В	1/9	8	1	1	В	1	9	1	7	В	1/4	2	1	4	В	5	6	1	4
Г	1	9	1	1	Г	7	1/7	1/7	1	Г	8	1/2	1/4	1	Г	8	1/2	1/4	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/2	6	8	A	1	5	1/2	1/6	A	1	8	2	1/4	A	1	1/7	2	1/4
Б	2	1	3	1/4	Б	1/5	1	1/7	1/6	Б	1/8	1	1/6	7	Б	7	1	9	7
В	1/6	1/3	1	2	В	2	7	1	1	В	1/2	6	1	8	В	1/2	1/9	1	8
Г	1/8	4	1/2	1	Г	6	6	1	1	Г	4	1/7	1/8	1	Г	4	1/7	1/8	1

Варіант 3

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	6	1/4	
1/6	1	6	
4	1/6	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/7
A ₂	7	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/7	1/9	1/8	5
A ₄	7	1	9	4	1
A ₅	9	1/9	1	1/6	1/9
A ₆	8	1/4	6	1	5
A ₇	1/5	1	9	1/5	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	4	1/9	8	A	1	8	5	6	A	1	1/4	8	1/9	A	1	9	1/4	1/9
Б	1/4	1	4	2	Б	1/8	1	9	9	Б	4	1	7	2	Б	1/9	1	1/2	2
В	9	1/4	1	1/4	В	1/5	1/9	1	3	В	1/8	1/7	1	1/2	В	4	2	1	1/2
Г	1/8	1/2	4	1	Г	1/6	1/9	1/3	1	Г	9	1/2	2	1	Г	9	1/2	2	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1	7	7	A	1	6	3	1/2	A	1	1/2	9	1	A	1	1/6	9	1
Б	1	1	1/9	1/8	Б	1/6	1	7	6	Б	2	1	8	7	Б	6	1	1/7	7
В	1/7	9	1	3	В	1/3	1/7	1	4	В	1/9	1/8	1	1/7	В	1/9	7	1	1/7
Г	1/7	8	1/3	1	Г	2	1/6	1/4	1	Г	1	1/7	7	1	Г	1	1/7	7	1

Варіант 4

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	4	8	
1/4	1	1/4	
1/8	4	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	5
A ₂	1/5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/4	1/3	1/7	9
A ₄	4	1	3	1/9	1/2
A ₅	3	1/3	1	1	1/5
A ₆	7	9	1	1	1/7
A ₇	1/9	2	5	7	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/2	9	1/3	A	1	1/5	1/8	8	A	1	9	1/9	9	A	1	1/7	1/5	9
Б	2	1	9	9	Б	5	1	1	1/9	Б	1/9	1	1/5	1/7	Б	7	1	1/9	1/7
В	1/9	1/9	1	7	В	8	1	1	1/6	В	9	5	1	7	В	5	9	1	7
Г	3	1/9	1/7	1	Г	1/8	9	6	1	Г	1/9	7	1/7	1	Г	1/9	7	1/7	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	2	8	1/4	A	1	2	8	1/6	A	1	7	4	1/5	A	1	8	1/5	1/5
Б	1/2	1	1/4	8	Б	1/2	1	3	1/6	Б	1/7	1	1/8	1	Б	1/8	1	9	1
В	1/8	4	1	1/5	В	1/8	1/3	1	1/9	В	1/4	8	1	1/3	В	5	1/9	1	1/3
Г	4	1/8	5	1	Г	6	6	9	1	Г	5	1	3	1	Г	5	1	3	1

Варіант 5

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	1	1/3	
1	1	1/7	
3	7	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/5
A ₂	5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	7	1/7	1/7	7
A ₄	1/7	1	1/7	1/9	1
A ₅	7	7	1	2	3
A ₆	7	9	1/2	1	1/3
A ₇	1/7	1	1/3	3	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/9	6	1	A	1	1/9	1/2	4	A	1	3	1/4	9	A	1	1/6	1/7	9
Б	9	1	2	1/9	Б	9	1	9	1/7	Б	1/3	1	1/3	5	Б	6	1	5	5
В	1/6	1/2	1	1/8	В	2	1/9	1	8	В	4	3	1	1/6	В	7	1/5	1	1/6
Г	1	9	8	1	Г	1/4	7	1/8	1	Г	1/9	1/5	6	1	Г	1/9	1/5	6	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/9	1/2	3	A	1	1/6	2	4	A	1	5	8	5	A	1	1/8	1/6	5
Б	9	1	1/5	1/6	Б	6	1	3	1	Б	1/5	1	1/2	8	Б	8	1	8	8
В	2	5	1	1/4	В	1/2	1/3	1	1/2	В	1/8	2	1	6	В	6	1/8	1	6
Г	1/3	6	4	1	Г	1/4	1	2	1	Г	1/5	1/8	1/6	1	Г	1/5	1/8	1/6	1

Варіант 6

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	7	1/9	
1/7	1	5	
9	1/5	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/5
A ₂	5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/3	1/6	1/9	4
A ₄	3	1	3	3	1/7
A ₅	6	1/3	1	1/2	2
A ₆	9	1/3	2	1	1/2
A ₇	1/4	7	1/2	2	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	3	4	5	A	1	1/4	9	3	A	1	1/3	1/5	1/9	A	1	3	4	1/9
Б	1/3	1	6	9	Б	4	1	5	1/3	Б	3	1	1/6	5	Б	1/3	1	2	5
В	1/4	1/6	1	1/2	В	1/9	1/5	1	6	В	5	6	1	1/3	В	1/4	1/2	1	1/3
Г	1/5	1/9	2	1	Г	1/3	3	1/6	1	Г	9	1/5	3	1	Г	9	1/5	3	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	2	1/5	1/7	A	1	7	7	1/5	A	1	1/6	2	8	A	1	1/5	6	8
Б	1/2	1	1/3	6	Б	1/7	1	1/7	1/6	Б	6	1	9	5	Б	5	1	1/3	5
В	5	3	1	1/7	В	1/7	7	1	1/7	В	1/2	1/9	1	1/4	В	1/6	3	1	1/4
Г	7	1/6	7	1	Г	5	6	7	1	Г	1/8	1/5	4	1	Г	1/8	1/5	4	1

Варіант 7

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	1/3	1/7
Технічні	3	1	1/6
Екологічні	7	6	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	6
A ₂	1/6	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/9	1/2	1/2	1
A ₄	9	1	1/6	4	1/8
A ₅	2	6	1	8	1/5
A ₆	2	1/4	1/8	1	3
A ₇	1	8	5	1/3	1

Екологічні	A ₈
Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	7	1/9	1/9	A	1	1/3	7	1/4	A	1	1/3	9	7	A	1	4	1/8	7
Б	1/7	1	2	6	Б	3	1	8	8	Б	3	1	1	1/3	Б	1/4	1	1/4	1/3
В	9	1/2	1	5	В	1/7	1/8	1	9	В	1/9	1	1	6	В	8	4	1	6
Г	9	1/6	1/5	1	Г	4	1/8	1/9	1	Г	1/7	3	1/6	1	Г	1/7	3	1/6	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/5	6	8	A	1	9	1/6	1/6	A	1	1/6	1/9	5	A	1	1/4	1/2	5
Б	5	1	1/5	1/5	Б	1/9	1	1/7	1/2	Б	6	1	2	1/6	Б	4	1	1/4	1/6
В	1/6	5	1	2	В	6	7	1	7	В	9	1/2	1	1/9	В	2	4	1	1/9
Г	1/8	5	1/2	1	Г	6	2	1/7	1	Г	1/5	6	9	1	Г	1/5	6	9	1

Варіант 8

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	9	1/2
Технічні	1/9	1	5
Екологічні	2	1/5	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	4
A ₂	1/4	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	8	1/7	9	1/3
A ₄	1/8	1	4	1/4	1/6
A ₅	7	1/4	1	5	8
A ₆	1/9	4	1/5	1	1/3
A ₇	3	6	1/8	3	1

Екологічні	A ₈
Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	5	1/8	1/2	A	1	1/9	7	7	A	1	2	1/2	8	A	1	1/8	6	8
Б	1/5	1	4	1/2	Б	9	1	1/4	2	Б	1/2	1	1	5	Б	8	1	1/2	5
В	8	1/4	1	1/4	В	1/7	4	1	9	В	2	1	1	9	В	1/6	2	1	9
Г	2	2	4	1	Г	1/7	1/2	1/9	1	Г	1/8	1/5	1/9	1	Г	1/8	1/5	1/9	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	2	7	7	A	1	1/4	7	4	A	1	5	6	1	A	1	1/6	1/3	1
Б	1/2	1	4	3	Б	4	1	6	4	Б	1/5	1	1/5	3	Б	6	1	1/2	3
В	1/7	1/4	1	1/2	В	1/7	1/6	1	1	В	1/6	5	1	6	В	3	2	1	6
Г	1/7	1/3	2	1	Г	1/4	1/4	1	1	Г	1	1/3	1/6	1	Г	1	1/3	1/6	1

Варіант 9

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	1/9	8
Технічні	9	1	1/4
Екологічні	1/8	4	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	8
A ₂	1/8	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/6	9	1/9	1/6
A ₄	6	1	1/9	1/9	1/5
A ₅	1/9	9	1	9	5
A ₆	9	9	1/9	1	5
A ₇	6	5	1/5	1/5	1

Екологічні	A ₈
Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	6	9	9	A	1	1/8	4	8	A	1	1/5	1/2	1/4	A	1	1/3	2	1/4
Б	1/6	1	1	1/5	Б	8	1	1/9	1/7	Б	5	1	1/4	6	Б	3	1	1/4	6
В	1/9	1	1	6	В	1/4	9	1	3	В	2	4	1	8	В	1/2	4	1	8
Г	1/9	5	1/6	1	Г	1/8	7	1/3	1	Г	4	1/6	1/8	1	Г	4	1/6	1/8	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	7	1	1	A	1	1/3	6	1/9	A	1	1/6	1/5	1/9	A	1	9	2	1/9
Б	1/7	1	1/8	6	Б	3	1	1/5	1/4	Б	6	1	1/6	6	Б	1/9	1	7	6
В	1	8	1	3	В	1/6	5	1	1/3	В	5	6	1	9	В	1/2	1/7	1	9
Г	1	1/6	1/3	1	Г	9	4	3	1	Г	9	1/6	1/9	1	Г	9	1/6	1/9	1

Варіант 10

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	5	2	
1/5	1	1/5	
1/2	5	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/4
A ₂	4	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/4	1/6	1/5	9
A ₄	4	1	9	7	9
A ₅	6	1/9	1	1/4	3
A ₆	5	1/7	4	1	1/7
A ₇	1/9	1/9	1/3	7	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	4	6	1/3	A	1	1/7	1	1/7	A	1	1/6	7	9	A	1	3	1/8	9
Б	1/4	1	2	9	Б	7	1	4	2	Б	6	1	1/8	4	Б	1/3	1	1/8	4
В	1/6	1/2	1	9	В	1	1/4	1	9	В	1/7	8	1	1/9	В	8	8	1	1/9
Г	3	1/9	1/9	1	Г	7	1/2	1/9	1	Г	1/9	1/4	9	1	Г	1/9	1/4	9	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	5	2	7	A	1	1/7	4	1/9	A	1	6	3	1/2	A	1	5	1/8	1/2
Б	1/5	1	1/4	6	Б	7	1	1/3	9	Б	1/6	1	1/5	1/2	Б	1/5	1	6	1/2
В	1/2	4	1	1/9	В	1/4	3	1	1/7	В	1/3	5	1	1/5	В	8	1/6	1	1/5
Г	1/7	1/6	9	1	Г	9	1/9	7	1	Г	2	2	5	1	Г	2	2	5	1

Варіант 11

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	9	1/8	
1/9	1	8	
8	1/8	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/7
A ₂	7	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/9	1	2	6
A ₄	9	1	3	5	1/8
A ₅	1	1/3	1	1/3	4
A ₆	1/2	1/5	3	1	3
A ₇	1/6	8	1/4	1/3	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/7	6	1/8	A	1	6	1/8	3	A	1	1/7	5	9	A	1	1/9	1/5	9
Б	7	1	5	7	Б	1/6	1	6	1/9	Б	7	1	4	1/4	Б	9	1	4	1/4
В	1/6	1/5	1	6	В	8	1/6	1	9	В	1/5	1/4	1	8	В	5	1/4	1	8
Г	8	1/7	1/6	1	Г	1/3	9	1/9	1	Г	1/9	4	1/8	1	Г	1/9	4	1/8	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	3	2	1/7	A	1	2	1/3	1/7	A	1	2	5	1/6	A	1	1/7	6	1/6
Б	1/3	1	6	1	Б	1/2	1	1/9	5	Б	1/2	1	8	1/9	Б	7	1	1/7	1/9
В	1/2	1/6	1	5	В	3	9	1	1/6	В	1/5	1/8	1	9	В	1/6	7	1	9
Г	7	1	1/5	1	Г	7	1/5	6	1	Г	6	9	1/9	1	Г	6	9	1/9	1

Варіант 12

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	8	7	
1/8	1	1	
1/7	1	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/8
A ₂	8	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/2	6	1/6	7
A ₄	2	1	1/4	1	1/5
A ₅	1/6	4	1	1/6	9
A ₆	6	1	6	1	2
A ₇	1/7	5	1/9	1/2	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1	2	7	A	1	1/9	3	5	A	1	9	1/7	1/3	A	1	9	3	1/3
Б	1	1	8	1/2	Б	9	1	9	1/5	Б	1/9	1	1/3	1/7	Б	1/9	1	1/4	1/7
В	1/2	1/8	1	4	В	1/3	1/9	1	9	В	7	3	1	1/8	В	1/3	4	1	1/8
Г	1/7	2	1/4	1	Г	1/5	5	1/9	1	Г	3	7	8	1	Г	3	7	8	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	7	1/3	1/8	A	1	1/9	1/8	5	A	1	1/2	1/5	1/6	A	1	1/6	6	1/6
Б	1/7	1	7	1/6	Б	9	1	1/8	4	Б	2	1	1/2	9	Б	6	1	1/3	9
В	3	1/7	1	1/2	В	8	8	1	6	В	5	2	1	3	В	1/6	3	1	3
Г	8	6	2	1	Г	1/5	1/4	1/6	1	Г	6	1/9	1/3	1	Г	6	1/9	1/3	1

Варіант 13

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	1	1/2	
1	1	1/6	
2	6	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	6
A ₂	1/6	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	7	9	1/2	5
A ₄	1/7	1	2	4	2
A ₅	1/9	1/2	1	6	8
A ₆	2	1/4	1/6	1	4
A ₇	1/5	1/2	1/8	1/4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	5	6	9	A	1	6	4	1/3	A	1	1/3	1/7	5	A	1	2	2	5
Б	1/5	1	3	1/9	Б	1/6	1	1/5	2	Б	3	1	1/8	1/3	Б	1/2	1	1/7	1/3
В	1/6	1/3	1	5	В	1/4	5	1	6	В	7	8	1	5	В	1/2	7	1	5
Г	1/9	9	1/5	1	Г	3	1/2	1/6	1	Г	1/5	3	1/5	1	Г	1/5	3	1/5	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/2	1/7	1/7	A	1	6	1/8	3	A	1	1/7	1/4	3	A	1	1/4	6	3
Б	2	1	5	9	Б	1/6	1	1/8	1/3	Б	7	1	2	8	Б	4	1	1/2	8
В	7	1/5	1	1/3	В	8	8	1	1/5	В	4	1/2	1	1/2	В	1/6	2	1	1/2
Г	7	1/9	3	1	Г	1/3	3	5	1	Г	1/3	1/8	2	1	Г	1/3	1/8	2	1

Варіант 14

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	6	2	
1/6	1	1/3	
1/2	3	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/7
A ₂	7	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/6	5	1/9	7
A ₄	6	1	9	8	3
A ₅	1/5	1/9	1	2	4
A ₆	9	1/8	1/2	1	1
A ₇	1/7	1/3	1/4	1	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	5	6	4	A	1	9	2	4	A	1	6	1/2	3	A	1	1/7	1/2	3
Б	1/5	1	1/7	1/5	Б	1/9	1	4	5	Б	1/6	1	2	1/3	Б	7	1	1/3	1/3
В	1/6	7	1	1/3	В	1/2	1/4	1	1	В	2	1/2	1	4	В	2	3	1	4
Г	1/4	5	3	1	Г	1/4	1/5	1	1	Г	1/3	3	1/4	1	Г	1/3	3	1/4	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/2	1/5	1	A	1	1/6	1/8	1/6	A	1	1/8	1/9	8	A	1	1/9	3	8
Б	2	1	1/3	7	Б	6	1	7	1/4	Б	8	1	3	1/7	Б	9	1	1/9	1/7
В	5	3	1	1/8	В	8	1/7	1	5	В	9	1/3	1	1/4	В	1/3	9	1	1/4
Г	1	1/7	8	1	Г	6	4	1/5	1	Г	1/8	7	4	1	Г	1/8	7	4	1

Варіант 15

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	1/4	5	
4	1	1/9	
1/5	9	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	7
A ₂	1/7	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/4	1/6	2	1/4
A ₄	4	1	4	1/3	9
A ₅	6	1/4	1	7	5
A ₆	1/2	3	1/7	1	2
A ₇	4	1/9	1/5	1/2	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	5	1/3	7	A	1	4	1	6	A	1	1/2	1/3	5	A	1	4	5	5
Б	1/5	1	5	1/7	Б	1/4	1	1/9	5	Б	2	1	1/8	9	Б	1/4	1	6	9
В	3	1/5	1	1/2	В	1	9	1	1/8	В	3	8	1	6	В	1/5	1/6	1	6
Г	1/7	7	2	1	Г	1/6	1/5	8	1	Г	1/5	1/9	1/6	1	Г	1/5	1/9	1/6	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/5	1/3	1/6	A	1	1/2	4	1/3	A	1	4	2	6	A	1	1/5	1	6
Б	5	1	1/6	1/6	Б	2	1	7	9	Б	1/4	1	6	1/4	Б	5	1	3	1/4
В	3	6	1	1/3	В	1/4	1/7	1	3	В	1/2	1/6	1	6	В	1	1/3	1	6
Г	6	6	3	1	Г	3	1/9	1/3	1	Г	1/6	4	1/6	1	Г	1/6	4	1/6	1

Варіант 16

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	1/4	1/8	
4	1	9	
8	1/9	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/5
A ₂	5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	7	4	3	5
A ₄	1/7	1	6	9	2
A ₅	1/4	1/6	1	6	3
A ₆	1/3	1/9	1/6	1	1/8
A ₇	1/5	1/2	1/3	8	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	2	7	8	A	1	2	6	5	A	1	1/2	8	1/6	A	1	1/3	3	1/6
Б	1/2	1	6	1/9	Б	1/2	1	8	7	Б	2	1	1/6	3	Б	3	1	6	3
В	1/7	1/6	1	8	В	1/6	1/8	1	3	В	1/8	6	1	5	В	1/3	1/6	1	5
Г	1/8	9	1/8	1	Г	1/5	1/7	1/3	1	Г	6	1/3	1/5	1	Г	6	1/3	1/5	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	9	7	1/2	A	1	1/5	2	1/9	A	1	4	8	1/7	A	1	1/7	1/4	1/7
Б	1/9	1	9	1	Б	5	1	1/2	1/3	Б	1/4	1	1/6	7	Б	7	1	1/9	7
В	1/7	1/9	1	1/3	В	1/2	2	1	1/4	В	1/8	6	1	1/2	В	4	9	1	1/2
Г	2	1	3	1	Г	9	3	4	1	Г	7	1/7	2	1	Г	7	1/7	2	1

Варіант 17

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	7	1/8	
1/7	1	7	
8	1/7	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/5
A ₂	5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	3	8	3	6
A ₄	1/3	1	1/2	1/9	1/8
A ₅	1/8	2	1	1/5	8
A ₆	1/3	9	5	1	8
A ₇	1/6	8	1/8	1/8	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/2	1	1/6	A	1	1/6	5	6	A	1	1/4	9	1/6	A	1	1	3	1/6
Б	2	1	1/3	1/7	Б	6	1	3	1/6	Б	4	1	1/8	4	Б	1	1	3	4
В	1	3	1	1/4	В	1/5	1/3	1	3	В	1/9	8	1	1/3	В	1/3	1/3	1	1/3
Г	6	7	4	1	Г	1/6	6	1/3	1	Г	6	1/4	3	1	Г	6	1/4	3	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	2	1	1/8	A	1	5	9	5	A	1	4	1/8	8	A	1	4	8	8
Б	1/2	1	1/3	1/5	Б	1/5	1	4	1	Б	1/4	1	1/2	2	Б	1/4	1	1/2	2
В	1	3	1	8	В	1/9	1/4	1	3	В	8	2	1	1/3	В	1/8	2	1	1/3
Г	8	5	1/8	1	Г	1/5	1	1/3	1	Г	1/8	1/2	3	1	Г	1/8	1/2	3	1

Варіант 18

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	9	1/2	
1/9	1	9	
2	1/9	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	9
A ₂	1/9	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/3	6	1/8	1/5
A ₄	3	1	1/3	6	3
A ₅	1/6	3	1	1/8	1/7
A ₆	8	1/6	8	1	4
A ₇	5	1/3	7	1/4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	4	5	1/7	A	1	1/7	5	1/9	A	1	1/6	1/4	1/2	A	1	8	3	1/2
Б	1/4	1	8	9	Б	7	1	1	4	Б	6	1	2	2	Б	1/8	1	1/4	2
В	1/5	1/8	1	1/6	В	1/5	1	1	1	В	4	1/2	1	1/9	В	1/3	4	1	1/9
Г	7	1/9	6	1	Г	9	1/4	1	1	Г	2	1/2	9	1	Г	2	1/2	9	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/8	6	8	A	1	1/8	4	1/5	A	1	8	1/7	1/3	A	1	1	9	1/3
Б	8	1	2	1/2	Б	8	1	1/8	1/7	Б	1/8	1	9	1/9	Б	1	1	1/6	1/9
В	1/6	1/2	1	4	В	1/4	8	1	1/8	В	7	1/9	1	4	В	1/9	6	1	4
Г	1/8	2	1/4	1	Г	5	7	8	1	Г	3	9	1/4	1	Г	3	9	1/4	1

Варіант 19

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	1/4	9	
4	1	7	
1/9	1/7	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	9
A ₂	1/9	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/3	9	1/6	7
A ₄	3	1	1	3	6
A ₅	1/9	1	1	1	8
A ₆	6	1/3	1	1	1/4
A ₇	1/7	1/6	1/8	4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/2	3	1/4	A	1	8	1/2	9	A	1	1/5	3	1/5	A	1	1/5	3	1/5
Б	2	1	1/9	1/6	Б	1/8	1	5	1/4	Б	5	1	1	1/5	Б	5	1	1/4	1/5
В	1/3	9	1	1/2	В	2	1/5	1	4	В	1/3	1	1	1/8	В	1/3	4	1	1/8
Г	4	6	2	1	Г	1/9	4	1/4	1	Г	5	5	8	1	Г	5	5	8	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	3	1	4	A	1	4	1/8	1	A	1	9	1/9	2	A	1	6	1/6	2
Б	1/3	1	1/7	3	Б	1/4	1	1/2	1/5	Б	1/9	1	1/2	1/3	Б	1/6	1	1/4	1/3
В	1	7	1	4	В	8	2	1	8	В	9	2	1	9	В	6	4	1	9
Г	1/4	1/3	1/4	1	Г	1	5	1/8	1	Г	1/2	3	1/9	1	Г	1/2	3	1/9	1

Варіант 20

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	5	1/7	
1/5	1	1/4	
7	4	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	5
A ₂	1/5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	8	3	8	8
A ₄	1/8	1	1/8	3	1/3
A ₅	1/3	8	1	1/7	1/9
A ₆	1/8	1/3	7	1	1/6
A ₇	1/8	3	9	6	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	8	1/8	3	A	1	5	8	1/5	A	1	1/3	1/8	1/9	A	1	1/5	1/4	1/9
Б	1/8	1	2	1/9	Б	1/5	1	1/8	1/9	Б	3	1	1/5	1/4	Б	5	1	1/4	1/4
В	8	1/2	1	1/6	В	1/8	8	1	9	В	8	5	1	2	В	4	4	1	2
Г	1/3	9	6	1	Г	5	9	1/9	1	Г	9	4	1/2	1	Г	9	4	1/2	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	3	4	9	A	1	8	4	8	A	1	6	8	8	A	1	8	3	8
Б	1/3	1	1/3	1	Б	1/8	1	1/6	7	Б	1/6	1	1	1/4	Б	1/8	1	5	1/4
В	1/4	3	1	1/4	В	1/4	6	1	7	В	1/8	1	1	3	В	1/3	1/5	1	3
Г	1/9	1	4	1	Г	1/8	1/7	1/7	1	Г	1/8	4	1/3	1	Г	1/8	4	1/3	1

Варіант 21

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	1	5	
1	1	4	
1/5	1/4	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	5
A ₂	1/5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	9	6	1	1
A ₄	1/9	1	1/8	4	7
A ₅	1/6	8	1	1/5	5
A ₆	1	1/4	5	1	4
A ₇	1	1/7	1/5	1/4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	5	1/9	7	A	1	8	1/7	1/3	A	1	4	1/4	1/4	A	1	3	1	1/4
Б	1/5	1	1	5	Б	1/8	1	1/8	5	Б	1/4	1	1/4	1/9	Б	1/3	1	1/3	1/9
В	9	1	1	5	В	7	8	1	2	В	4	4	1	8	В	1	3	1	8
Г	1/7	1/5	1/5	1	Г	3	1/5	1/2	1	Г	4	9	1/8	1	Г	4	9	1/8	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/3	2	5	A	1	9	1/7	1/2	A	1	1/9	1/6	4	A	1	2	2	4
Б	3	1	6	4	Б	1/9	1	4	1/5	Б	9	1	9	2	Б	1/2	1	1/4	2
В	1/2	1/6	1	1/2	В	7	1/4	1	2	В	6	1/9	1	3	В	1/2	4	1	3
Г	1/5	1/4	2	1	Г	2	5	1/2	1	Г	1/4	1/2	1/3	1	Г	1/4	1/2	1/3	1

Варіант 22

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	1/5	4
Технічні	5	1	9
Екологічні	1/4	1/9	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/9
A ₂	9	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1	1/8	1/3	1/5
A ₄	1	1	1/8	5	2
A ₅	8	8	1	5	9
A ₆	3	1/5	1/5	1	1/2
A ₇	5	1/2	1/9	2	1

Екологічні	A ₈
Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/2	8	4	A	1	1/5	1/9	1/3	A	1	1/9	7	1/6	A	1	7	4	1/6
Б	2	1	9	4	Б	5	1	6	3	Б	9	1	3	4	Б	1/7	1	1/4	4
В	1/8	1/9	1	6	В	9	1/6	1	1/4	В	1/7	1/3	1	4	В	1/4	4	1	4
Г	1/4	1/4	1/6	1	Г	3	1/3	4	1	Г	6	1/4	1/4	1	Г	6	1/4	1/4	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	4	3	1	A	1	1/8	1/5	7	A	1	1/2	1/2	1/7	A	1	7	1/7	1/7
Б	1/4	1	1	6	Б	8	1	1/5	1/8	Б	2	1	1/8	9	Б	1/7	1	3	9
В	1/3	1	1	1/8	В	5	5	1	6	В	2	8	1	9	В	7	1/3	1	9
Г	1	1/6	8	1	Г	1/7	8	1/6	1	Г	7	1/9	1/9	1	Г	7	1/9	1/9	1

Варіант 23

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	1/3	3
Технічні	3	1	7
Екологічні	1/3	1/7	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/4
A ₂	4	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	2	1/3	1/4	1/4
A ₄	1/2	1	1/8	1/8	1/2
A ₅	3	8	1	4	9
A ₆	4	8	1/4	1	1/8
A ₇	4	2	1/9	8	1

Екологічні	A ₈
Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/2	4	1/6	A	1	1/7	1/3	5	A	1	7	4	6	A	1	5	7	6
Б	2	1	2	1/8	Б	7	1	1/5	1/9	Б	1/7	1	1/4	1/7	Б	1/5	1	2	1/7
В	1/4	1/2	1	5	В	3	5	1	1/2	В	1/4	4	1	9	В	1/7	1/2	1	9
Г	6	8	1/5	1	Г	1/5	9	2	1	Г	1/6	7	1/9	1	Г	1/6	7	1/9	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	5	1/4	5	A	1	9	9	5	A	1	2	7	8	A	1	1/4	1/7	8
Б	1/5	1	1/4	7	Б	1/9	1	6	1/9	Б	1/2	1	1/7	6	Б	4	1	3	6
В	4	4	1	3	В	1/9	1/6	1	1/6	В	1/7	7	1	1/4	В	7	1/3	1	1/4
Г	1/5	1/7	1/3	1	Г	1/5	9	6	1	Г	1/8	1/6	4	1	Г	1/8	1/6	4	1

Варіант 24

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	3	8
Технічні	1/3	1	5
Екологічні	1/8	1/5	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/5
A ₂	5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/6	4	1/5	1
A ₄	6	1	1/3	1	1/7
A ₅	1/4	3	1	8	1/9
A ₆	5	1	1/8	1	1/4
A ₇	1	7	9	4	1

Екологічні	A ₈
Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/8	8	1/4	A	1	1/8	1/5	1/7	A	1	6	1/7	1/3	A	1	1/7	1/2	1/3
Б	8	1	1/3	1/8	Б	8	1	8	1/6	Б	1/6	1	9	1/9	Б	7	1	2	1/9
В	1/8	3	1	1/4	В	5	1/8	1	1/5	В	7	1/9	1	3	В	2	1/2	1	3
Г	4	8	4	1	Г	7	6	5	1	Г	3	9	1/3	1	Г	3	9	1/3	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/5	9	1/4	A	1	1/7	1/5	5	A	1	2	2	7	A	1	2	1/3	7
Б	5	1	1/2	1/5	Б	7	1	7	6	Б	1/2	1	1	1/2	Б	1/2	1	7	1/2
В	1/9	2	1	9	В	5	1/7	1	4	В	1/2	1	1	1	В	3	1/7	1	1
Г	4	5	1/9	1	Г	1/5	1/6	1/4	1	Г	1/7	2	1	1	Г	1/7	2	1	1

Варіант 25

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	6	9
Технічні	1/6	1	6
Екологічні	1/9	1/6	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	2
A ₂	1/2	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	5	1/5	1/2	2
A ₄	1/5	1	2	1/6	4
A ₅	5	1/2	1	1/3	5
A ₆	2	6	3	1	4
A ₇	1/2	1/4	1/5	1/4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/7	2	4	A	1	1/6	3	1/9	A	1	6	4	4	A	1	1/5	4	4
Б	7	1	1	7	Б	6	1	4	7	Б	1/6	1	2	1	Б	5	1	1/6	1
В	1/2	1	1	9	В	1/3	1/4	1	2	В	1/4	1/2	1	7	В	1/4	6	1	7
Г	1/4	1/7	1/9	1	Г	9	1/7	1/2	1	Г	1/4	1	1/7	1	Г	1/4	1	1/7	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/4	4	6	A	1	1/4	1/9	3	A	1	8	9	6	A	1	1/6	1/7	6
Б	4	1	8	1/7	Б	4	1	1/4	5	Б	1/8	1	6	3	Б	6	1	6	3
В	1/4	1/8	1	1/3	В	9	4	1	1	В	1/9	1/6	1	1/7	В	7	1/6	1	1/7
Г	1/6	7	3	1	Г	1/3	1/5	1	1	Г	1/6	1/3	7	1	Г	1/6	1/3	7	1

Варіант 26

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	6	1
Технічні	1/6	1	8
Екологічні	1	1/8	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/9
A ₂	9	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	3	8	5	2
A ₄	1/3	1	1/4	5	1/4
A ₅	1/8	4	1	1/5	7
A ₆	1/5	1/5	5	1	4
A ₇	1/2	4	1/7	1/4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	6	2	1/3	A	1	9	1/2	8	A	1	6	1	9	A	1	1/8	1/7	9
Б	1/6	1	9	1	Б	1/9	1	1/7	8	Б	1/6	1	5	8	Б	8	1	9	8
В	1/2	1/9	1	1/6	В	2	7	1	1/9	В	1	1/5	1	6	В	7	1/9	1	6
Г	3	1	6	1	Г	1/8	1/8	9	1	Г	1/9	1/8	1/6	1	Г	1/9	1/8	1/6	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	2	1/8	9	A	1	1/6	1/4	3	A	1	2	1/6	5	A	1	1/6	6	5
Б	1/2	1	1/6	1/2	Б	6	1	1	5	Б	1/2	1	1/6	3	Б	6	1	8	3
В	8	6	1	1/5	В	4	1	1	1/5	В	6	6	1	4	В	1/6	1/8	1	4
Г	1/9	2	5	1	Г	1/3	1/5	5	1	Г	1/5	1/3	1/4	1	Г	1/5	1/3	1/4	1

Варіант 27

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
Економічні	1	1/6	1/3
Технічні	6	1	1
Екологічні	3	1	1

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	4
A ₂	1/4	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/7	4	9	1/8
A ₄	7	1	1/7	1/6	6
A ₅	1/4	7	1	8	5
A ₆	1/9	6	1/8	1	9
A ₇	8	1/6	1/5	1/9	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/4	6	1/2	A	1	1/6	7	2	A	1	1/3	4	1/2	A	1	1/2	1/6	1/2
Б	4	1	7	1/4	Б	6	1	1/4	1/7	Б	3	1	9	2	Б	2	1	1/9	2
В	1/6	1/7	1	8	В	1/7	4	1	1/2	В	1/4	1/9	1	1/8	В	6	9	1	1/8
Г	2	4	1/8	1	Г	1/2	7	2	1	Г	2	1/2	8	1	Г	2	1/2	8	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/4	1/4	1/8	A	1	1/7	8	1/7	A	1	7	1/5	8	A	1	7	4	8
Б	4	1	1/9	4	Б	7	1	9	1/2	Б	1/7	1	7	1/8	Б	1/7	1	3	1/8
В	4	9	1	1/8	В	1/8	1/9	1	7	В	5	1/7	1	5	В	1/4	1/3	1	5
Г	8	1/4	8	1	Г	7	2	1/7	1	Г	1/8	8	1/5	1	Г	1/8	8	1/5	1

Варіант 28

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	9	9	
1/9	1	1/8	
1/9	8	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	5
A ₂	1/5	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	1/8	1/2	4	1/5
A ₄	8	1	4	4	1
A ₅	2	1/4	1	3	1/2
A ₆	1/4	1/4	1/3	1	9
A ₇	5	1	2	1/9	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	5	4	4	A	1	1/3	9	7	A	1	1/9	1/9	1/2	A	1	1/4	4	1/3
Б	1/5	1	1/8	1/3	Б	3	1	1/8	1	Б	9	1	9	1/9	Б	4	1	1/5	1/3
В	1/4	8	1	1/4	В	1/9	8	1	9	В	9	1/9	1	7	В	1/4	5	1	6
Г	1/4	3	4	1	Г	1/7	1	1/9	1	Г	2	9	1/7	1	Г	3	3	1/6	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/9	3	9	A	1	6	1/8	2	A	1	3	1/6	1/8	A	1	6	1	2
Б	9	1	5	3	Б	1/6	1	2	1/6	Б	1/3	1	3	1/6	Б	1/6	1	7	1/8
В	1/3	1/5	1	1/3	В	8	1/2	1	1/7	В	6	1/3	1	4	В	1	1/7	1	8
Г	1/9	1/3	3	1	Г	1/2	6	7	1	Г	8	6	1/4	1	Г	1/2	8	1/8	1

Варіант 29

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	6	1/7	
1/6	1	7	
7	1/7	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	1/4
A ₂	4	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	5	9	1/5	7
A ₄	1/5	1	8	1/5	3
A ₅	1/9	1/8	1	2	1/9
A ₆	5	5	1/2	1	1/4
A ₇	1/7	1/3	9	4	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/3	1/7	1/5	A	1	2	1/5	4	A	1	6	1/2	1	A	1	2	1	1/8
Б	3	1	6	1/8	Б	1/2	1	1/9	7	Б	1/6	1	9	1/3	Б	1/2	1	5	2
В	7	1/6	1	1/9	В	5	9	1	1	В	2	1/9	1	6	В	1	1/5	1	4
Г	5	8	9	1	Г	1/4	1/7	1	1	Г	1	3	1/6	1	Г	8	1/2	1/4	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	6	9	1/4	A	1	8	1/2	3	A	1	5	1/5	2	A	1	7	3	1/4
Б	1/6	1	1/4	3	Б	1/8	1	1/9	4	Б	1/5	1	1/7	2	Б	1/7	1	9	7
В	1/9	4	1	1/3	В	2	9	1	1/8	В	5	7	1	4	В	1/3	1/9	1	8
Г	4	1/3	3	1	Г	1/3	1/4	8	1	Г	1/2	1/2	1/4	1	Г	4	1/7	1/8	1

Варіант 30

Рівень 0

Задоволення комп'ютером	Економічні	Технічні	Екологічні
1	8	1/4	
1/8	1	2	
4	1/2	1	

Рівень 1

Економічні	A ₁	A ₂
A ₁	1	8
A ₂	1/8	1

Рівень 1

Технічні	A ₃	A ₄	A ₅	A ₆	A ₇
A ₃	1	9	9	4	1
A ₄	1/9	1	1/8	1/2	1/2
A ₅	1/9	8	1	1/4	7
A ₆	1/4	2	4	1	1/8
A ₇	1	2	1/7	8	1

Екологічні	A ₈
A ₈	1

Рівень 2

A ₁	A	Б	В	Г	A ₂	A	Б	В	Г	A ₃	A	Б	В	Г	A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/5	6	1	A	1	4	2	8	A	1	1/3	1/5	7	A	1	9	1/3	1/9
Б	5	1	1/4	9	Б	1/4	1	1/4	1/4	Б	3	1	8	1/5	Б	1/9	1	4	2
В	1/6	4	1	1/9	В	1/2	4	1	6	В	5	1/8	1	2	В	3	1/4	1	1/2
Г	1	1/9	9	1	Г	1/8	4	1/6	1	Г	1/7	5	1/2	1	Г	9	1/2	2	1
A ₅	A	Б	В	Г	A ₆	A	Б	В	Г	A ₇	A	Б	В	Г	A ₈	A	Б	В	Г
A	1	1/5	1/7	1/4	A	1	1/9	1/4	7	A	1	9	1/4	9	A	1	8	8	1
Б	5	1	1/8	1	Б	9	1	1/3	1/5	Б	1/9	1	1	1/7	Б	1/8	1	6	7
В	7	8	1	1/5	В	4	3	1	1/3	В	4	1	1	1/8	В	1/8	1/6	1	1/7
Г	4	1	5	1	Г	1/7	5	3	1	Г	1/9	7	8	1	Г	1	1/7	7	1

ДОДАТОК В

Матриці попарних порівнянь 0–2-го рівнів

Таблиця В.1 – Рівень 0. МПП

«Задоволення комп'ютером»

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Економічні (ЕФ)	Технічні (ТФ)	Екологічні (ЕкФ)
Економічні (ЕФ)	1	1/6	1/3
Технічні (ТФ)	6	1	3
Екологічні (ЕкФ)	3	1/3	1

Таблиця В.2 – Рівень 1. МПП1 «Технічні фактори»

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Місткість пам'яті (МП)	Частота процесора (ЧП)	Наявність CD-ROM (CD)	Наявність аксесуарів (Ак)	Розміри монітора (РМ)
Місткість пам'яті (МП)	1	1/7	4	9	1/8
Частота процесора (ЧП)	7	1	1/7	1/6	6
Наявність CD-ROM (CD)	1/4	7	1	8	5
Наявність аксесуарів (Ак)	1/9	6	1/8	1	9
Розміри монітора (РМ)	8	1/6	1/5	1/9	1

Таблиця В.3 – Рівень 1. МПП2

«Економічні фактори»

Економічні (ЕФ)	Вартість комп'ютера (ВК)	Виплата з розстроченням
Вартість комп'ютера (ВК)	1	4
Виплата з розстроченням (ВР)	1/4	1

Таблиця В.4 – Рівень 1. МПП3

«Екологічні фактори»

Екологічні (ЕкФ)	Випромінювання монітора
Випромінювання монітора	1

Матриці попарних порівнянь 2-го рівня

Таблиця В.5 – МПП
«Вартість комп'ютера»

A ₁	A	Б	В	Г
A	1	1/4	6	1/2
Б	4	1	7	1/4
В	1/6	1/7	1	8
Г	2	4	1/8	1

Таблиця В.6 – МПП
«Виплата з розстроченням»

A ₂	A	Б	В	Г
A	1	1/6	7	2
Б	6	1	1/4	1/7
В	1/7	4	1	1/2
Г	1/2	7	2	1

Таблиця В.7 – МПП
«Місткість пам'яті»

A ₃	A	Б	В	Г
A	1	1/3	4	1/2
Б	3	1	9	2
В	1/4	1/9	1	1/8
Г	2	1/2	8	1

Таблиця В.8 – МПП
«Частота процесора»

A ₄	A	Б	В	Г
A	1	1/2	1/6	1/2
Б	2	1	1/9	2
В	6	9	1	1/8
Г	2	1/2	8	1

Таблиця В.9 – МПП
«Наявність CD-ROM»

A ₅	A	Б	В	Г
A	1	1/4	1/4	1/8
Б	4	1	1/9	4
В	4	9	1	1/8
Г	8	1/4	8	1

Таблиця В.10 – МПП
«Наявність аксесуарів»

A ₆	A	Б	В	Г
A	1	1/7	8	1/7
Б	7	1	9	1/2
В	1/8	1/9	1	7
Г	7	2	1/7	1

Таблиця В.11 – МПП
«Розміри монітора»

A ₇	A	Б	В	Г
A	1	7	1/5	8
Б	1/7	1	7	1/8
В	5	1/7	1	5
Г	1/8	8	1/5	1

Таблиця В.12 – МПП
«Випромінювання монітора»

A ₈	A	Б	В	Г
A	1	7	4	8
Б	1/7	1	3	1/8
В	1/4	1/3	1	5
Г	1/8	8	1/5	1

ДОДАТОК Г
Локальні пріоритети 0-го рівня

Таблиця Г.1 – Пошук ВЛП та $\lambda_{\max}$ для МПП 0-го рівня

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Економічні (ЕФ)	Технічні (ТФ)	Екологічні (ЕкФ)	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	ВЛП $p = (p_i)_i$	Σa_{ij}	λ_i
Економічні (ЕФ)	1	1/6	1/3	0.382	0.095	1.152	3.018
Технічні (ТФ)	6	1	3	2.621	0.655	7.910	3.018
Екологічні (ЕкФ)	3	1/3	1	1.000	0.250	3.018	3.018
Сума				4.002	–	–	9.055
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=				
3.018	0.009	0.580	0.016				

Висновок: дані є узгодженими.

ДОДАТОК Д
Локальні пріоритети 1-го рівня

Таблиця Д.1 – Пріоритетність альтернатив за ЕФ

Економічні (ЕФ)	Вартість комп'ютера (ВК)	Виплата з розстроченням (ВР)	ГВВ $v = (v_i)_i$	ВЛП $p = (p_i)_i$	$\sum a_{ij}v_j$	λ_i
Вартість комп'ютера (ВК)	1	4	2.000	0.800	1.60	0.800
Виплата з розстроченням (ВР)	1/4	1	0.500	0.200	0.40	0.800
Сума			2.500	–	–	1.600
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=			
0.800	0.000	0.000	0.000			

Висновок: дані є узгодженими.

Таблиця Д.2 – Пріоритетність альтернатив за ЗК

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Місткість пам'яті (МП)	Частота процесора (ЧП)	Наявність CD-ROM (CD)	Наявність аксесуарів (Ак)	Розміри монітора (РМ)	ГВВ $v=(v)_i$	ВЛП $p=(p)_i$	Σa_{ij}	λ_i
Місткість пам'яті (МП)	1	1/7	4	9	1/8	0.915	0.161	18.97	20.726
Частота процесора (ЧП)	7	1	1/7	1/6	6	1.000	0.176	10.87	10.868
Наявність CD-ROM (CD)	1/4	7	1	8	5	2.339	0.411	19.59	8.377
Наявність аксесуарів (Ак)	1/9	6	1/8	1	9	0.944	0.166	11.79	12.489
Розміри монітора (РМ)	8	1/6	1/5	1/9	1	0.495	0.087	8.56	17.298
Сума						5.693	–	–	69.76
$\lambda_{\max}=$	IY=	BI=	BY=						
13.951	2.238	1.120	1.998						

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Д.3 – Пріоритетність альтернатив за ЕкФ

Екологічні (ЕкФ)	Випромінювання монітора	ГВВ $v=(v)_i$	ВЛП $p=(p)_i$	Σa_{ij}	λ_i
Випромінювання монітора	1	1.000	1.000	1.00	1.000
Сума	–	–	–	–	1.000
$\lambda_{\max}=$	IY=	BI=	BY=		
1.000	0.000	0.000	0.000		

Висновок: дані є узгодженими.

ДОДАТОК Е

Локальні пріоритети 2-го рівня

Таблиця Е.1 – Пріоритетність альтернатив за ВК

Вартість комп'ютера (ВК)	А	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_j v_j$	λ_i
А	1	1/4	6	1/2	0.931	0.221	5.801	6.234
Б	4	1	7	1/4	1.627	0.386	10.223	6.285
В	1/6	1/7	1	8	0.661	0.157	9.048	13.696
Г	2	4	1/8	1	1.000	0.237	9.450	9.450
Сума					–	–	–	35.665
$\lambda_{\text{max}} =$	IY=	BI=	BY=					
8.916	1.639	0.900	1.821					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Е.2 – Пріоритетність альтернатив за ВР

Виплата з розстроченням (ВР)	А	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_j v_j$	λ_i
А	1	1/6	7	2	1.236	0.289	9.720	7.865
Б	6	1	1/4	1/7	0.680	0.159	8.511	12.509
В	1/7	4	1	1/2	0.731	0.171	4.442	6.076
Г	1/2	7	2	1	1.627	0.381	8.469	5.207
Сума					–	–	–	31.657
$\lambda_{\text{max}} =$	IY=	BI=	BY=					
7.914	1.305	0.900	1.450					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Е.3 – Пріоритетність альтернатив за МП

Місткість пам'яті (МП)	А	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_j v_j$	λ_i
А	1	1/3	4	1/2	0.904	0.163	3.619	4.005
Б	3	1	9	2	2.711	0.489	10.970	4.047
В	1/4	1/9	1	1/8	0.243	0.044	0.980	4.037
Г	2	1/2	8	1	1.682	0.304	6.786	4.035
Сума					–	–	–	16.125
$\lambda_{\text{max}} =$	IY=	BI=	BY=					
4.031	0.010	0.900	0.012					

Висновок: дані є узгодженими.

Таблиця Е.4 – Пріоритетність альтернатив за ЧП

Частота процесора (ЧП)	А	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_j v_j$	λ_i
А	1	1/2	1/6	1/2	0.452	0.099	1.970	4.359
Б	2	1	1/9	2	0.816	0.179	5.263	6.446
В	6	9	1	1/8	1.612	0.353	11.881	7.371
Г	2	1/2	8	1	1.682	0.369	15.888	9.447
Сума					–	–	–	27.624
$\lambda_{\text{max}} =$	IY=	BI=	BY=					
6.906	0.969	0.900	1.076					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Е.5 – Пріоритетність альтернатив за CD

Наявність CD-ROM (CD)	A	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_{ij} v_j$	λ_i
A	1	1/4	1/4	1/8	0.297	0.061	1.200	4.037
Б	4	1	1/9	4	1.155	0.235	10.506	9.098
В	4	9	1	1/8	1.456	0.297	13.288	9.123
Г	8	1/4	8	1	2.000	0.407	16.319	8.159
Сума					–	–	–	30.418
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=					
7.604	1.201	0.900	1.335					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Е.7 – Пріоритетність альтернатив за РМ

Розміри монітора (РМ)	A	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_{ij} v_j$	λ_i
A	1	7	1/5	8	1.829	0.409	11.616	6.350
Б	1/7	1	7	1/8	0.595	0.133	10.562	17.764
В	5	1/7	1	5	1.375	0.308	13.950	10.148
Г	1/8	8	1/5	1	0.669	0.150	5.929	8.866
Сума					–	–	–	43.128
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=					
10.782	2.261	0.900	2.512					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Е.6 – Пріоритетність альтернатив за Ак

Наявність аксесуарів (Ак)	A	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_{ij} v_j$	λ_i
A	1	1/7	8	1/7	0.636	0.134	5.611	8.827
Б	7	1	9	1/2	2.369	0.499	12.439	5.251
В	1/8	1/9	1	7	0.558	0.117	9.226	16.522
Г	7	2	1/7	1	1.189	0.250	10.457	8.793
Сума					–	–	–	39.392
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=					
9.848	1.949	0.900	2.166					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

Таблиця Е.8 – Пріоритетність альтернатив за ВМ

Випроміню- вання монітора (ВМ)	A	Б	В	Г	$\Gamma_{\text{ВВ}} v = (v_i)_i$	$\text{ВЛП } p = (p_i)_i$	$\Sigma a_{ij} v_j$	λ_i
A	1	7	4	8	3.869	0.664	15.800	4.084
Б	1/7	1	3	1/8	0.481	0.083	3.528	7.332
В	1/4	1/3	1	5	0.803	0.138	5.275	6.565
Г	1/8	8	1/5	1	0.669	0.115	5.162	7.719
Сума					–	–	–	25.700
$\lambda_{\max} =$	IY=	BI=	BY=					
6.425	0.808	0.900	0.898					

Висновок: дані є недостатньо узгодженими.

ДОДАТОК Ж

Повний аналіз ієрархій. Пошук глобальних пріоритетів

Спосіб 1. Перегляд ієрархії в цілому

МЛП 2-го рівня A^{II}

$$A^{\text{II}} = [A^{\text{II}(1)}, A^{\text{II}(2)}, A^{\text{II}(3)}] = [p_2^1, p_2^2, p_2^3, p_2^4, p_2^5, p_2^6, p_2^7, p_2^8] =$$

	БК	ВР	МП	ЧП	CD	Ак	РМ	ВМ	Альтернативи
=	0.221	0.289	0.163	0.099	0.061	0.134	0.409	0.664	Комп'ютер А
	0.386	0.159	0.489	0.179	0.235	0.499	0.133	0.083	Комп'ютер Б
	0.157	0.171	0.044	0.353	0.297	0.117	0.308	0.138	Комп'ютер В
	0.237	0.381	0.304	0.369	0.407	0.250	0.150	0.115	Комп'ютер Г

МЛП 1-го рівня A^{I}

	ЕФ	ТФ	ЕкФ	Критерій
$A^{\text{I}} =$	0.800	0.000	0.000	Вартість комп'ютера (БК)
	0.200	0.000	0.000	Виплата з розстроченням (ВР)
	0.000	0.161	0.000	Місткість пам'яті (МП)
	0.000	0.176	0.000	Частота процесора (ЧП)
	0.000	0.411	0.000	Наявність CD-ROM (CD)
	0.000	0.166	0.000	Наявність аксесуарів (Ак)
	0.000	0.087	0.000	Розміри монітора (РМ)
	0.000	0.000	1.000	Випромінювання монітора (ВМ)

МЛП 0-го рівня A^0

	Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Критерій
$A^0 = p_0^1 =$	0.095	ЕФ
	0.655	ТФ
	0.250	ЕкФ

I Результат синтезу останніх двох рівнів

$$A^{I,II} = A^{II} * A^I =$$

ЕФ	ТФ	ЕкФ	Групи критеріїв
0.234	0.126	0.664	Комп'ютер А
0.340	0.301	0.083	Комп'ютер Б
0.160	0.237	0.138	Комп'ютер В
0.266	0.335	0.115	Комп'ютер Г

II Результат синтезу двох рівнів, вектор глобальних пріоритетів

$$p_{012} = p' = A^{I,II} * A^0 =$$

Фактори задоволення комп'ютером (ЗК)	Групи критеріїв
0.271	Комп'ютер А
0.250	Комп'ютер Б
0.205	Комп'ютер В
0.274	Комп'ютер Г

Висновок: після повного розгляду ієрархії в цілому найпривабливішим є комп'ютер Г, його частка становить 27 %.

Спосіб 2. Перегляд ієрархії по окремих гілках

1 Синтез локальних пріоритетів останніх двох рівнів

Пріоритети 2-го рівня відносно цілей 1-го рівня (пріоритети альтернатив щодо груп критеріїв (ГК) вибору комп'ютера):

I ГК₁ – ЕФ

$$p_{12}^1 = [p_2^1 \ p_2^2] * [p_1^1] = A^{II(1)} * p_1^1 =$$

ЕФ	БК	ВР
А	0.221	0.289
Б	0.386	0.159
В	0.157	0.171
Г	0.237	0.381

*

ЕФ	ЗК
0.800	БК
0.200	ВР

=

ЕФ	ЗК
0.234	А
0.340	Б
0.160	В
0.266	Г

;

II ГК₂ – ТФ

$$p_{12}^2 = [p_2^3 \ p_2^4 \ p_2^5 \ p_2^6 \ p_2^7] * [p_1^2] = A^{II(2)} * p_1^2 =$$

ТФ	МП	ЧП	CD	Ак	PM
А	0.163	0.099	0.061	0.134	0.409
Б	0.489	0.179	0.235	0.499	0.133
В	0.044	0.353	0.297	0.117	0.308
Г	0.304	0.369	0.407	0.250	0.150

*

ТФ	ЗК
0.161	МП
0.176	ЧП
0.411	CD
0.166	Ак
0.087	PM

=

ТФ	ЗК
0.126	А
0.301	Б
0.237	В
0.335	Г

;

III ГК₃ – ЕкФ

$$p_{12}^3 = [p_2^8] * [p_1^3] = A^{II(2)} * p_1^3 =$$

ЕкФ	ВМ
А	0.664
Б	0.083
В	0.138
Г	0.115

*

ЕкФ	ЗК
1.000	ВМ

=

ЕкФ	ЗК
0.664	А
0.083	Б
0.138	В
0.115	Г

;

2 Синтез локальних пріоритетів усіх рівнів

Пріоритети 2-го рівня стосовно головної мети ієрархії

$$p_{012} = p' = [p_{12}^1 \ p_{12}^2 \ p_{12}^3] * [p_0^1] = A^{I,II} * p_0^1 =$$

ЗК	ЕФ	ТФ	ЕкФ
А	0.234	0.126	0.664
Б	0.340	0.301	0.083
В	0.160	0.237	0.138
Г	0.266	0.335	0.115

*

ЗК	
0.095	ЕФ
0.655	ТФ
0.250	ЕкФ

=

ЗК	
0.271	А
0.250	Б
0.205	В
0.274	Г

.

Висновок: після повного розгляду ієрархії по гілках найпривабливішим є комп'ютер Г, його частка становить 27 %.

ДОДАТОК И

Частковий аналіз ієрархій. Пошук глобальних пріоритетів

1 Визначення головних цілей 1-го рівня стосовно основної мети ієрархії

$$A^{0i} = p_{0i}^1 = [p_1^1 \ p_1^2 \ p_1^3] * [p_0^1] = A^1 * p_0^1 =$$

ЗК	ЕФ	ТФ	ЕКФ
БК	0.800		
ВР	0.200		
МП		0.161	
ЧП		0.176	
CD		0.411	
Ак		0.166	
PM		0.087	
BM			1.000

*

	ЗК
ЕФ	0.095
ТФ	0.655
ЕКФ	0.250

=

	ЗК
БК	0.076
ВР	0.019
МП	0.105
ЧП	0.115
CD	0.269
Ак	0.109
PM	0.057
BM	0.250

1

1

Висновок: основними факторами є CD, BM. Їх сумарна вага в досягненні основної мети ієрархії становить 51.9 %.

2 Визначення пріоритетів альтернатив стосовно двох основних цілей 1-го рівня

$$A^{II} = [p_2^1 \ p_2^2 \ p_2^3 \ p_2^4 \ p_2^5 \ p_2^6 \ p_2^7 \ p_2^8] =$$

Ваги	w ₁	w ₂	w ₃	w ₄	w ₅	w ₆	w ₇	w ₈	w ₅ *P ₂ ⁵	w ₈ *P ₂ ⁸	сума	P"
	0.269					0.250						
А	0.221	0.289	0.163	0.099	0.061	0.134	0.409	0.664	0.016	0.166	0.182	0.351
Б	0.386	0.159	0.489	0.179	0.235	0.499	0.133	0.083	0.063	0.021	0.084	0.162
В	0.157	0.171	0.044	0.353	0.297	0.117	0.308	0.138	0.080	0.034	0.114	0.220
Г	0.237	0.381	0.304	0.369	0.407	0.250	0.150	0.115	0.110	0.029	0.138	0.267

Висновок: за двома основними критеріями при купівлі комп'ютера перевагу віддають комп'ютеру А, його частка становить 35 %.

ДОДАТОК К

Перевірка узгодженості всієї ієрархії

1 Пошук векторних індексів узгодженості й випадкових індексів узгодженості всіх рівнів

$p_0^1=$	<table><tr><td>0.095</td></tr><tr><td>0.655</td></tr><tr><td>0.250</td></tr></table>	0.095	0.655	0.250	$p_{01}^1=$	<table><tr><td>0.076</td></tr><tr><td>0.019</td></tr><tr><td>0.105</td></tr><tr><td>0.115</td></tr><tr><td>0.269</td></tr><tr><td>0.109</td></tr><tr><td>0.057</td></tr><tr><td>0.250</td></tr></table>	0.076	0.019	0.105	0.115	0.269	0.109	0.057	0.250	<table><tr><th>IY^0</th><th>IY^1</th><th>IY^2</th></tr><tr><td>0.009</td><td rowspan="8">2.238</td><td>1.639</td></tr><tr><td></td><td>1.305</td></tr><tr><td></td><td>0.010</td></tr><tr><td></td><td>0.969</td></tr><tr><td></td><td>1.201</td></tr><tr><td></td><td>1.949</td></tr><tr><td></td><td>2.261</td></tr><tr><td></td><td>0.808</td></tr></table>	IY^0	IY^1	IY^2	0.009	2.238	1.639		1.305		0.010		0.969		1.201		1.949		2.261		0.808	<table><tr><th>BI^0</th><th>BI^1</th><th>BI^2</th></tr><tr><td>0.58</td><td rowspan="8">1.12</td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr><tr><td></td><td>0.90</td></tr></table>	BI^0	BI^1	BI^2	0.58	1.12	0.90		0.90		0.90		0.90		0.90		0.90		0.90		0.90
		0.095																																																						
		0.655																																																						
		0.250																																																						
		0.076																																																						
		0.019																																																						
		0.105																																																						
		0.115																																																						
		0.269																																																						
0.109																																																								
0.057																																																								
0.250																																																								
IY^0	IY^1	IY^2																																																						
0.009	2.238	1.639																																																						
		1.305																																																						
		0.010																																																						
		0.969																																																						
		1.201																																																						
		1.949																																																						
		2.261																																																						
		0.808																																																						
BI^0	BI^1	BI^2																																																						
0.58	1.12	0.90																																																						
		0.90																																																						
		0.90																																																						
		0.90																																																						
		0.90																																																						
		0.90																																																						
		0.90																																																						
		0.90																																																						

2 Пошук числових індексів узгодженості й випадкових індексів узгодженості всіх рівнів

IY ⁽⁰⁾	=	0.009	BI ⁽⁰⁾	=	0.580
IY ^(I) =(IY ¹) ^τ *p ₀ ¹	=	1.465	BI ^(I) =(BI ¹) ^τ *p ₀ ¹	=	0.733
IY ^(II) =(IY ²) ^τ *p ₀₁ ¹	=	1.128	BI ^(II) =(BI ²) ^τ *p ₀₁ ¹	=	0.900

3 Перевірка ступеня узгодженості ієрархії

IY ^{ієр}	=	2.602	BI ^{ієр}	=	2.213
BY ^{ієр}	=	1.176			

Висновок: ієрархія є недостатньо узгодженою.

ЗМІСТ

Вступ	3
1 Основні поняття теорії прийняття рішень	5
2 Постановка задачі про вибір комп'ютера, будування відповідної ієрархії....	6
3 Складання матриць попарних порівнянь	8
4 Пошук локальних пріоритетів	10
5 Перевірка узгодженості МПП	12
6 Глобальні пріоритети. Повний аналіз ієрархії.....	14
7 Частковий аналіз ієрархії	17
8 Перевірка узгодженості всієї ієрархії	20
Висновки.....	24
Бібліографічний список	25
Додаток А Завдання для самостійної роботи	26
Додаток Б Вихідні дані.....	27
Додаток В Матриці попарних порівнянь 0–2-го рівнів	37
Додаток Г Локальні пріоритети 0-го рівня	39
Додаток Д Локальні пріоритети 1-го рівня	40
Додаток Е Локальні пріоритети 2-го рівня	42
Додаток Ж Повний аналіз ієрархій. Пошук глобальних пріоритетів.....	44
Додаток И Частковий аналіз ієрархій. Пошук глобальних пріоритетів	47
Додаток К Перевірка узгодженості всієї ієрархії	48

Навчальне видання

**Пічугіна Оксана Сергіївна
Скоб Юрій Олексійович
Халтурін Володимир Олександрович
Коробчинський Кирил Петрович**

СИСТЕМИ ТА МЕТОДИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

Редактор О. Ф. Серьожкіна

Зв. план, 2024

Підписано до видання 07.03.2024

Ум. друк. арк. 2,7. Обл.-вид. арк. 3,12. Електронний ресурс

Видавець і виготовлювач

Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського
«Харківський авіаційний інститут»

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

<http://www.khai.edu>

Видавничий центр «ХАІ»

61070, Харків-70, вул. Чкалова, 17

izdat@khai.edu

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи
до Державного реєстру видавців, виготовлювачів і розповсюджувачів
видавничої продукції сер. ДК № 391 від 30.03.2001